SOBRE EL PROBLEMA ¿QUE ES UN PROBLEMA?

por

CARLO FEDERICI CASA

Facultad de Matemáticas de la Universidad Nacional.

Unos de los problemas a los cuales tiene que enfrentarse el maestro son los que pueden enunciarse con las tres preguntas :

¿ Qué es un problema ?

¿ Por qué se resuelve un problema ?

¿ Cómo se resuelve un problema ?

Para poder contestar a estas preguntas, considérese el siguiente problema, enunciado en forma "**imperativa**" :

"Encontrar los enteros cuyo cuadrado disminuído del quíntuplo y aumentado de seis dan como resultado final cero".

El mismo problema puede ser enunciado en forma "**interrogativa**" :

"¿ Cuáles son los enteros cuyo cuadrado disminuído del quíntuplo y aumentado de seis dan como resultado final cero ?".

Se sabe muy bien que las formas discursivas tanto imperativas como interrogativas, ponen al que escucha en un estado particular de "tensión", lo cual es lo que lo impele a contestar, a responder. Esto nos lleva a pensar que las expresiones imperativas o interrogativas no son símbolos completos como sí lo son las expresiones **declarativas**, y a buscar, entonces, qué parte de una expresión declarativa es una interrogación, o lo que es lo mismo, un problema.

Si se considera el problema antes enunciado, es fácil aceptar que se le puede dar el siguiente giro declarativo :

"La clase de los enteros cuyos cuadrados disminuídos del quíntuplo y aumentados de seis dan cero, es igual a ", que con oportunos símbolos toma la forma más concisa :

"(x tl,, x es un Et, is, $x^2 - 5x + 6 = 0$) = "

Sin más ejemplos se puede generalizar y afirmar que un problema es una igualdad a la cual le falta el segundo miembro, con lo cual se ha contestado a la primera pregunta.

La anterior afirmación contiene implícitamente la respuesta a la segunda pregunta. En efecto, si un problema es una igualdad a la cual le falta el segundo miembro, entonces un problema es un símbolo incompleto y como tal impele al hombre a completarlo resolviéndolo.

Finalmente, se puede contestar a la tercera pregunta afirmando que un problema se resuelve encontrando el segundo miembro de la igualdad de la cual el problema es parte, y esto se consigue transformando el primer miembro usando las reglas de transformación que la lógica y la matemática nos proporcionan.

Vamos a aclarar esta tercera afirmación "resolviendo" paso a paso el problema antes enunciado :

(x tl,, x es un Et, is, $0 = x^2 - 5x + 6$) = (x tl,, x es un Et, is, $0 = (x-2)(x-3)$) = (x tl,,, x es un Et, is,, $0 = x-2$, ed, $0 =$
$= x - 3$) =

= (x tl,,, x es un Et, is,, x es un ig 2, ed, x es un ig 3) =

= (x tl,,, x es un Et, is,, x es un ($\{2\}$, ed, $\{3\}$)) =

= (x tl,,, x es un Et, is,, x es un $\{2, 3\}$) =

= (x tl x es un (Et is $\{2, 3\}$)) = Et is $\{2, 3\}$ = $\{2, 3\}$

Es decir,

(x tl,, x es un Et, is, $0 = x^2 - 5x + 6$) = $\{2, 3\}$, que es la respuesta deseada.

Parece conveniente mostrar la resolución de un problema menos simple que el precedente :

"Encontrar la intersección de la circunferencia Cr y de la hipérbola Hp cuyas ecuaciones con respecto a un referencial cartesiano ortogonal están dadas respectivamente por $0 = x^2 + y^2 - 25$ y $0 = x^2 - y^2 - 7$.,,

Con el sistema de símbolos ya usado se puede dar al problema precedente la forma :

Cr is Hp = ((x, y) tl ,, (x, y) es un Rl^2, is, $0 = x^2 + y^2 - 25$) is

((x, y) tl ,, (x, y) es un Rl^2, is, $0 = x^2 - y^2 - 7$)

= ((x, y) tl ,, (x, y) es un Rl^2, is, $0 = x^2 + y^2 - 25$, is,

$0 = x^2 - y^2 - 7$)

= ((x, y) tl ,, (x, y)) es un Rl^2, is, $x^2 = 16$, is, $y^2 = 9$)

= ((x, y) tl ,, (x, y) es un Rl^2, is, $x = \pm 4$, is, $y = \pm 3$)

= ((xyy) tl,,,, (x, y) es un Rl^2, is ,,, $x = -4$, ed, $x =$

$= +4$,, is ,, $y = -3$, ed, $y = +3$)

= ((x, y) tl ,,,, (x, y) es un Rl^2, is ,,, $x = -4$, is, $y = -3$,, ed ,,

$x = +4$, is, $y = +3$,, ed ,, $x = -4$, is $y = +3$,, ed ,, $x =$

$= +4$, is, $y = +3$)

= ((x, y) tl ,,, (x, y) es un Rl^2, is ,, (x, y) = (−4, −3), ed, (x, y) =

(−4, +3), ed, (x, y) = (+4, −3), ed, (x, y) = (+4, +3))

= ((x, y) tl ,,, (x, y) es un Rl^2, is ,, (x, y) es un (ig (−4, −3), ed,

ig (−4, +3), ed, ig (+4, −3), ed, ig (+4, +3)))

= ((x, y) tl ,,, (x, y) es un Rl^2, is, (x, y) es un { (−4, −3),

(+4, −3), (−4, +3), (+4, +3) })

= ((x, y) tl (x, y) es un (Rl^2 is { (−4, −3), (−4, +3), (+4, −3), (+4, +3) }))

= Rl^2, is { (−4, −3), (−4, +3), (+4, −3), (+4, +3)

= { (−4, +3), (−4, −3), (+4, −3), (+4, +3) } .

Es decir,

$$Cr \text{ is } Hp = \{(-4, -3), (-4, +3), (+4, -3), (+4, +3)\},$$

que es la respuesta deseada.

LISTA DE LOS SIMBOLOS ESPECIALES UTILIZADOS :

Et : Conjunto de los números enteros.

tl : Tal que

is : Intersección de conjuntos.

ed : Reunión de conjuntos.

es un ig : Es un igual a.

Rl : Conjunto de todas las parejas de números reales.

(Recibido en agosto, 1963)