5. - Sobre una definición de infinito.

Dado el sistema de los números racionales Q (sintético, analítico o axiomático) se puede construir analíticamente el sistema de los números reales R en la forma siguiente :

(1) se define cuándo se considera que una clase de números racionales A está acotada inferiormente;

(2) se define luego la clase de las cotas inferiores de una clase A, la cual notaremos I(A); es natural que si A no está acotada inferiormente entonces $I(A) = \emptyset$;

(3) se define en seguida una relación entre las partes de Q en la forma siguiente :

$$A(R)B \Leftrightarrow I(A) = I(B)$$

(es fácil comprobar que (R) es una relación de equivalencia, la cual llamaremos <u>equiacotación</u>;

(4) se define luego R, conjunto de los números reales, como la clase cuociente $P(Q)/(R)$, donde $P(Q)$ designa la clase de las partes de Q.

De manera que ahora es fácil entender que si $I(A) = \emptyset$ (es decir, A no es una clase acotada inferiormente), entonces

$$-\infty = \left\{ X \in P(Q) \mid X(R)A \right\}$$

Más aún, si se introduce la función inf (extremo inferior de) que hace corresponder a una parte A de Q la clase de todas las clases equiacotadas con A, es fácil aceptar que

$$-\infty = \inf(Q).$$

Como los conceptos de acotación inferior y acotación superior son duales, es posible ya obtener una definición de $+\infty$.

CARLO FEDERICI CASA, UNAL.
(Octubre, 1963)