NOTAS MATEMATICAS

Sobre la definción del operador "la íntegral indefinida de"

0) Hecha alguna que otra excepción se usa dar, en los textos de cálculo la siguiente definición.

Si $f(x)$ es una función contínua en el intervalo (a, b) y si $F(x)$ es tal que $F'(x) = f(x)$ y si K es una constante arbitraria, entonces $F(x) + K$ es la integral indefinida de $f(x)$ y se indica:

$\int f(x)\,dx = F(x) + K$

1) La definición que precede, como cualquier otra que no respete las leyes fundamentales que rigen las definciones da lugar a algunas contradicciones.

1.0) Siendo K constante arbitraria (es decir una constante que varía) es lícito interpretarla es decir atribuirle valores diferentes, como por ejemplo K y K' y escribir entonces

$\int f(x)\,dx = F(x) + K'$; $\int f(x)\,dx = F(x) + K$ de donde se deduce fácilmente que $K' = K''$ contra la **hipótesis.**

Esto nos obliga a pensar que la presencia de K en el segundo miembro es ilícita, como efectivamente lo es, porque en una **definición** toda variable interpretable que aparezca en un miembro debe aparecer tambien en el otro.

1.1) Por otra parte la variable x que aparece en el segundo miembro es, como la K interpretable y si es un valor bien determinado se tiene de (0)

$\int f(\xi)\,d\xi = F(\xi) + K$

en donde el segundo miembro tiene sentido mientras que no el primero

($d\xi = 0$, $f(\xi) = c$, etc..)

Esto nos obliga a pensar que mientras la x del segundo miembro es interpretable la del primero no lo es y debería por lo tanto indicarse con otra letra lo que nos llevaría a escribir.

$\int f(x)\,dx = F(y) + K$

1.2) Finalmente la "**definición**" (O) no permite entender el operador $\int$ como un trans-formador de funciones en funciones como la intuición nos obliga a pensar.

2) Si se tiene en cuenta lo anterior es fácil darse cuenta de que una defi nición que no adolezca de los defectos arriba indicados es la siguiente:

$\int < \xi, 0 > f =$ el F tl,, D F = f etc, $F(\xi) = 0$

(siendo ξ un elemento del dominio de f) que podemos leer

La integral inicial en $< \xi, 0 >$ de f es la única F tal que D F = f y f $(\xi) = 0$

2.0) Se debe notar que la condición $F(\xi) = 0$ es requerida para la linea-lidad del operador $\int$

CARLO FEDERICI CASA (U. N.).