

## El Computador Análogo

Por: Diego Lopez (Fac. Ingeniería U. N.)

### Introducción.

En forma general los computadores pueden clasificarse en digitales y análogos. Basicamente, el computador análogo es un sistema físico para el cual las ecuaciones matemáticas que describen las relaciones existentes entre sus variables son similares a las ecuaciones que describen las relaciones de las variables en un problema específico. Un computador digital es un sistema capaz de almacenar información aritmética, efectuar operaciones aritméticas y tomar decisiones lógicas a gran velocidad. Los datos de entrada a un computador digital vienen en forma numérica; En un computador análogo la información se suministra en forma continua, de acuerdo a su forma de operación (voltajes, presiones, desplazamientos, etc...).

En general, un computador digital grande es capaz de resolver cualquier problema que se pueda resolver en un análogo. No obstante, el esfuerzo de programación que requiere el computador digital en cierto tipo de problemas puede llegar a ser muy grande si se compara con la sencillas con que el mismo problema puede manejarse en un computador análogo. Por otra parte,

el costo bajo de los computadores análogos, así como su forma directa de operación hacen que sean considerados hoy en día como una herramienta básica para el científico y el ingeniero.

Mientras un computador digital produce soluciones con el

grado de aproximación requerido, uno análogo está limitado a dar las soluciones dentro de la aproximación para la cual está construido. En un principio está fue una objeción seria a los computadores análogos; sin embargo, hoy en día con los avances de la electrónica se construyen máquinas que dan una aproximación suficiente en la mayoría de las aplicaciones.

Siendo esta una conferencia de divulgación general, nos ocuparemos en una forma sencilla y rápida de los computadores análogos, describiendo sus usos, elementos y operaciones e ilustrando éstas mediante algunos ejemplos. Sobra decir que quién esté interesado en mayor detalle en el computador análogo, encontrará textos completos sobre este en cualquier biblioteca técnica.

### El Computador Análogo Electrónico.

Un computador análogo electrónico es un conjunto de elementos de circuitos electricos y electrónicos que pueden entrelazarse entre si para formar redes cuyas ecuaciones son las mismas de algún sistema físico o matemático que quiere simularse y/o resolverse. De acuerdo con lo anterior los principales usos del computador análogo son:

- a) Solución de problemas matemáticos tales como inversión de matrices, solución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales y no lineales, generación de funciones, etc.
- b) Simulación de sistemas físicos para hallar las relaciones entre sus variables y observar su forma de operación.
- c) Control de procesos físicos mediante la inclusión del computador dentro del proceso como una parte activa de este.

En forma general, los elementos de un computador análogo pueden clasificarse en elementos lineales y elementos no-lineales. Brevemente describiremos los mas utilizados dando su símbolo y su ecuación de operación.

### Elementos y operaciones Lineales

Los principales elementos lineales son la resistencia, el condensador, el potenciómetro y el amplificador operacional. Pueden hacerse las siguientes observaciones de tipo general: Las resistencias se miden corrientemente en megohmios (1 megohmio =  $10^6$  ohmios) y la capacidad de los condensadores en microfaradios (1 microfaradio =  $10^{-6}$  faradios). Los amplificadores son de alto poder de amplificación (normalmente de  $10^4$  a  $10^8$ ) y en general su voltaje de salida está limitado a algún valor particular ( p. e. 100 voltios) para evitar que se pierdan las propiedades lineales por saturación.

Las principales operaciones lineales son la multiplicación por una constante positiva comprendida entre cero y uno, la multiplicación por una constante con inversión de signo, la integración con inversión de signo y multiplicación por una constante, la suma con inversión de signo y multiplicación por diferentes constantes, la integración de una suma con cambio de signo y multiplicación por constante y la diferenciación. La figura 2 muestra estas operaciones junto con los símbolos generalmente usados para ellas. La obtención de la ecuación de operación se basa esencialmente en que la corriente del amplificador (rejilla del primer elemento del amplificador) es desprecia-

ble con respecto a las demás corrientes en el circuito ya que el valor de **A** es muy grande; con éstas hipótesis se deduce el resultado indicado en la figura. Debe anotarse que la operación final, de derivación, es bastante mediocre por la presencia de ruidos y señales extrañas en el amplificador y que por tanto debe evitarse; en caso de usarse, existen otros circuitos en los computadores comerciales que dan mejores resultados.

### Escalas

Las variables dependientes e independientes en un computador análogo electrónico están expresadas en voltios y segundos respectivamente. Para relacionar las variables físicas de un problema con las variables del computador es necesario usar las variables adecuadas. El procedimiento mas corriente consiste en buscar la escala de tiempo y luego fijar la de voltaje, siempre ajustándose a la capacidad del computador. En general, la escala de tiempo es necesaria 1) cuando las variables independientes del sistema físico no están en unidades de tiempo, 2) cuando están en unidades de tiempo diferentes de segundos y 3) cuando estando en las mismas unidades de tiempo se quiere obtener una solución mas lenta o mas rápida que la que produce el computador. Debe observarse siempre al fijar la escala de tiempo que el computador posee elementos que para su comportamiento adecuado deben operar con un mayor o menor grado de lentitud ( p.e. gavanómetros de espejo, elementos de dibujo de gráficas, etc.).

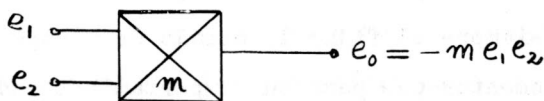
La escala de variables dependientes siempre convierte las variables del problema real en voltajes. Al hacer ésto es funda-

mental observar las limitaciones de voltaje del computador. Así p.e. si se especifica que la salida de voltaje de un amplificador no debe ser nunca superior a  $\pm 100$  voltios ( para evitar saturaciones que cambian el comportamiento lineal del amplificador ), la escala debe escojerse de manera que el valor máximo de la variable real a la salida del amplificador produzca un voltaje inferior a dicho tope. Esto requiere hacer un estimado previo de los máximos de las variables de salida de los amplificadores antes de fijar la escala. En muchos computadores existe una señal de sobrecarga que aparece cuando en algún punto se ha sobrepasado los límites de funcionamiento normal.

### Elementos y Operaciones no Lineales

Los principales elementos no lineales de un computador analógico electrónico son los multiplicadores de funciones y los generadores de funciones.

El multiplicador de funciones acepta dos voltajes y genera un voltaje de salida el cual es el producto de los voltajes de entrada multiplicados por una constante fija (generalmente 0.01 ) y con una inversión de signo. En forma gráfica,



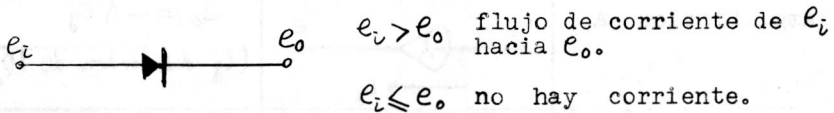
Los multiplicadores mas usados son de dos tipos principalmente: Electrónicos, caracterizados por su gran velocidad y exactitud y servo-mecánicos de funcionamiento en general lento.

Un generador de función recibe una variable  $x$  y genera una función  $f(x)$ . En forma gráfica



Existe una gran variedad de generadores de funciones, los cuales vienen incorporados a los computadores comerciales. Por otra parte mediante el uso de las operaciones lineales y de la multiplicación de funciones es muy sencillo construir circuitos generadores de funciones.

Un elemento generador de funciones de gran utilidad es el diodo. El diodo es esencialmente un interruptor ya que ofrece una resistencia muy baja a la corriente que fluye en una dirección, mientras que ofrece una resistencia muy alta a la corriente en la otra dirección. ( Para ciertos rangos de voltaje puede pensarse que la resistencia en un sentido es cero mientras que el contrario es  $\infty$  ). En forma gráfica,



Una aplicación muy importante de los diodos está en la construcción de interruptores dobles que cierran un circuito si cierta señal que les llega es positiva con respecto a un nivel de referencia, o cierran otro circuito si es negativa.

### Ejemplos

Las figuras 3 y 4 muestran algunos ejemplos de aplicación

del computador análogo; en ellos no tratamos el problema de las escalas ya que esto requiere un conocimiento del problema físico y del tipo de computador electrónico usado.

**Figura 1**

**ELEMENTOS LINEALES**

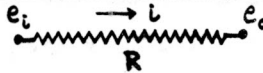
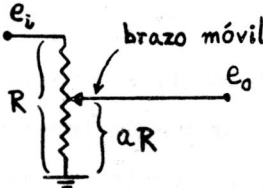
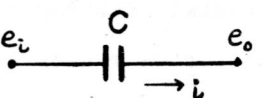
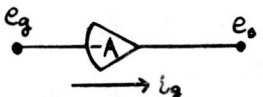
Elemento	Símbolo	Operación
Resistencia R		$e_i - e_o = Ri$
Potenciómetro a		$e_o = a e_i$ ( $0 \leq a \leq 1$ )
Condensador (Capacidad C)		$e_i - e_o = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + E_0$ $E_0 = \text{carga inicial cuando } t = 0$
Amplificador A		$e_o = -A e_g$ ( $i_g$ del orden de $10^{-9}$ amp.)
Nota: Los voltajes se miden con respecto a tierra.		

FIGURA 2

OPERACIONES LINEALES

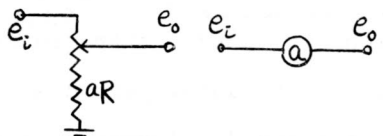
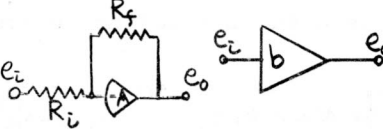
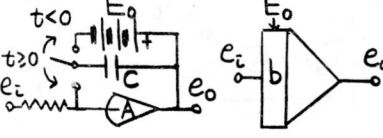
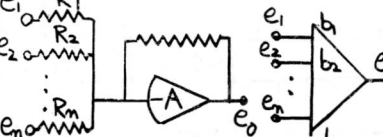
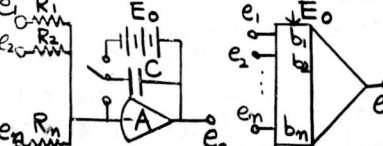

Operación	Símbolos corrientes	Ecuación
Multiplicación por constante $0 \leq a \leq 1$		$e_o = a e_i$ $0 \leq a \leq 1$
Multiplicación por cte. con inversión de signo		$e_o = -\frac{R_f}{R_i} e_i = -b e_i$ $b > 0$
Integración con inversión de signo y multiplicación por constante		$e_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t e_i dt + E_0$ $= -b \int_0^t e_i dt + E_0$ $b > 0$
Suma con inversión de signo y multiplicación por constante		$e_o = -\left(\sum_{i=1}^n \frac{R_f}{R_i} e_i\right)$ $= -\sum_{i=1}^n b_i e_i \quad b_i > 0$
Integración de una suma con inversión de signo		$e_o = -\int_0^t \left(\sum_i \frac{e_i}{R_i C}\right) dt + E_0$ $= -\int_0^t \left(\sum_i b_i e_i\right) dt + E_0$ $b_i > 0$
Derivada con invers. de signo		$e_o = -RC \frac{de_i}{dt} = -b \frac{de_i}{dt}$



FIGURA 3

**EJEMPLO 1** Ecuación diferencial con coeficientes constantes.

Diagrama para la solución

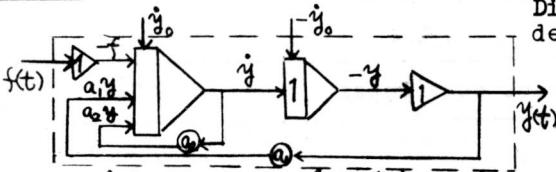
$$de: \frac{d^2y}{dt^2} + M \frac{dy}{dt} + N y = f(t)$$

con las cond. iniciales:

$$(\dot{y})_{t=0} = \dot{y}_0 \quad y(0) = y_0$$

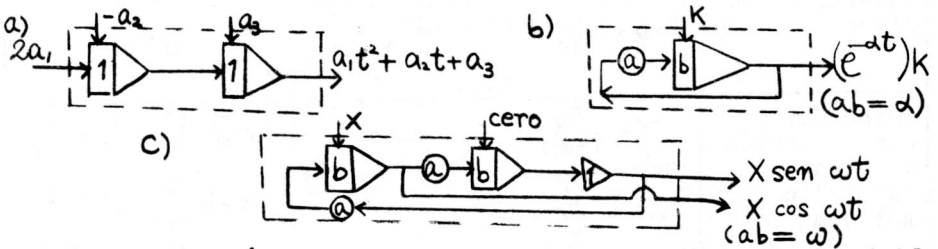
se sabe cumplir que

$$a_1 b_1 = N \quad a_2 b_2 = M$$



La función de excitación  $f(t)$  puede generarse directamente en un generador de funciones; no obstante, para casos simples puede generarse mediante combinaciones de elementos de circuito.

**EJEMPLO 2** Generación de algunas funciones elementales.



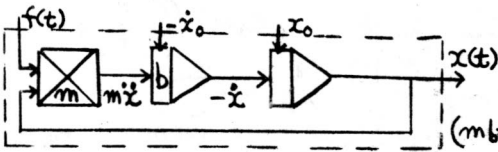
**EJEMPLO 3** Ecuación diferencial lineal con coeficientes variables

Diagrama para la solución de

$$\frac{d^2x}{dt^2} + f(t)x = 0$$

con condiciones iniciales

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad x(0) = x_0$$



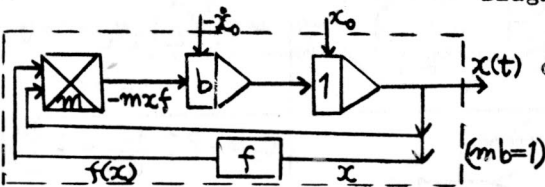
**EJEMPLO 4** Ecuación diferencial no lineal

Diagrama para la solución de

$$\frac{d^2x}{dt^2} + f(x)x = 0$$

con condiciones iniciales

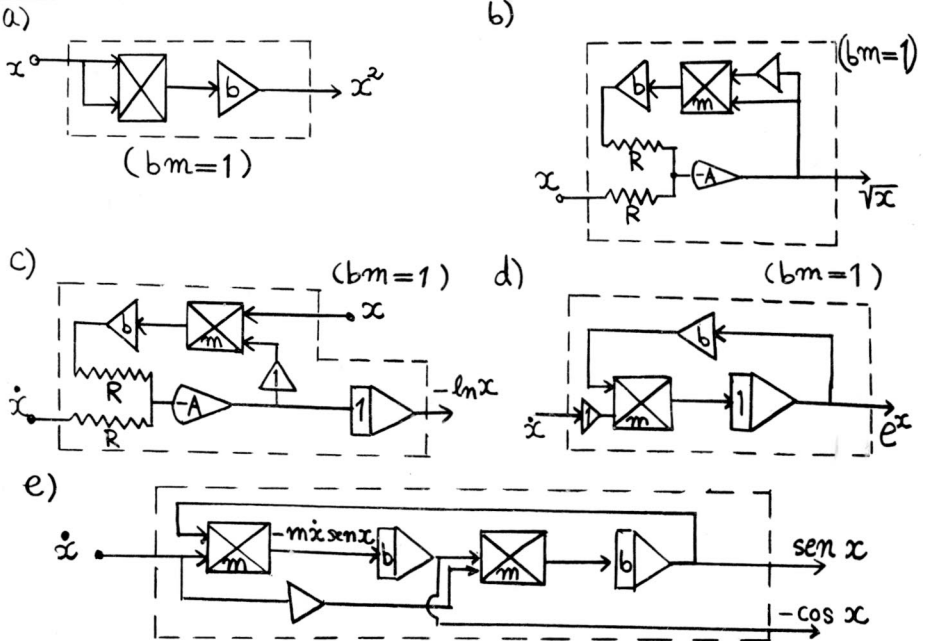
$$\dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad x(0) = x_0$$



El generador de función  $f$  puede venir directamente con el computador; no obstante, en casos simples, la función  $f$  puede generarse mediante combinaciones de elementos lineales y no lineales.

**FIGURA 4**

**EJEMPLO 5** Generación de algunas funciones de la variable dep.



**EJEMPLO 6** Uso de diodo en la generación de funciones discontinuas

Diagrama para la solución de

$$\ddot{x} + kx = F$$

en que  $\begin{cases} F = a^2, & \text{si } \dot{x} < 0 \\ F = -a^2, & \text{si } \dot{x} > 0 \end{cases}$   
con condiciones iniciales

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad x(0) = x_0$$

