

INTEGRACION DE LAS CIENCIAS Y UBICACION DE LA
MATEMATICA

Por
CARLO FEDERICI CASA

0. La unidad del actuar humano.

0.0 Arte, Religión, Técnica, Ciencia y Filosofía son en cada momento histórico tan sólo aspectos diversos de una actitud y una actividad total del hombre frente a la realidad.

Los hombres buscan en todas esas formas una respuesta a la misma cuestión, la solución al mismo problema vital. Lo que en sentido, propio les importa no son verdades científicas, ni obras de arte ni siquiera reglas morales de conducta, sino una concepción del mundo que funcione, una orientación en la realidad en la que - pueda confiarse. Los hombres trabajan siempre y por doquiera en la solución de uno y el mismo cometido: en la superación de la - confusa multivocidad y extrañeza de las cosas.

0.1 Este es el motivo por el cual se han repetido en la vida del hombre esfuerzos para unificar las ciencias, esfuerzos que siempre han fallido porque se ha entendido la unificación de las ciencias en el sentido de reducción: la psicología a la biología, la biología a la física.

La última grande tentativa de unificación de la ciencia en base lógica fué la de la <<Internacional Encyclopedia of Unified Science>> proyectada por O. Neurath, y cuyo volumen salió en Chicago en el año de 1938. En este libro están contenidos dos escritos programáticos: uno del mismo O. Neurath y titulado <<Unified Science as Encyclopedic Integration>> y el otro de R. Carnap titulado <<Logical Foundations of the Unity of Science.>>

El programa de Carnap, quién identificaba el problema de la undad de las ciencias con el problema de la reductibilidad de los lenguajes a un único lenguaje, se debe considerar fallido, si -- no hasta absurdo, en cuanto cada ciencia constituye de por sí, -- según sus necesidades, su lenguaje, su metodología, su sistema -- de conceptos, modificándolos continuamente.

0.2 La tendencia actual no se dirige, por lo tanto, a un programa de unificación por reducción, sino a un intenso diálogo o coloquio interdisciplinar que confrontando variedades de sistemas y pluralidades de métodos cree un intercambio activo de informaciones -- complementarias.

Pero el diálogo, o la posibilidad de dialogar, presupone muchas condiciones y, entre otras, el conocimiento de la ubicación de los que dialogan en una totalidad.

Es evidente que se ha podido hacer y se hace mucha matemática, y que mucha se ha podido enseñar y se enseña sin saber qué es la -- matemática, ni conocer la ubicación de la misma en lo que se usa llamar el conocimiento <<válido.>>

Pero igualmente evidente es el hecho de que conociendo lo que es la matemática, cuál es su ubicación en el saber del hombre, es -- más fácil hacer matemática, es más fácil enseñarla.

1. El mapa de las actividades humanas.

1.0 El cuadro que presento es un organigrama dibujado sin flechas y por lo tanto aparentemente estático, de las actividades humanas, que permite apreciar la ubicación de la actividad matemática con respecto a la de las demás.

Dicho cuadro lo podemos interpretar entonces como un mapa pero, a diferencia de los mapas geográficos o topográficos, que son estrictamente posicionales y por lo tanto estáticos, éste es un ma

LO QUE VES,
 LO QUE VES,
 AHI,
 HERMOSA CREA-
 TURA,
 ERES TV.

Mil ten

NTR		EVH		CLT							
EVA		EVH		CVL							
ACT		ICN		FLS							
				SMC	STC	SMT	RRG				
				MTM	ALG	ORD	TPL				
				CNC	FSC	GBR					
				TCL	FSC	BTC	ANT				
				TCN	FSC	BTC	ANT				
				SMB							
				INC		SNT					
				HMB		ANT					
				BTC		BTC					
FSC		FSC									

pa dinámico (precisamente un organigrama) que, además de la ubicación, nos proporciona la relación de cada una de las actividades con las demás.

Sobra decir que dicho mapa no es completo y hasta algunas partes están a duras penas indicadas, como lo son las relativas a Arte y Religión.

Vamos a ver cómo se debe leer éste mapa:

1.1 A B C ... es la línea del Tiempo.

A es el momento en que de un átomo inicial (átomo de Lemaitre) - empieza a prefigurarse la estructura del mundo físico (Fsc), momento que se puede hacer remontar redondeando fuertemente, hace 10.000 millones de años.

1.2 B es el momento en que, por lo menos en la Tierra, empieza a prefigurarse el mundo biótico (Btc), momento que se puede hacer remontar, redondeando también aquí muy fuertemente, a hace 5.000 - millones de años.

1.3 C finalmente es el momento en que la Tierra empieza a prefigurarse el mundo antrópico (Ant), momento que se puede hacer remontar a hace 1 millón de años redondeado fuertemente.

De ésta manera, después del momento C, el mundo se presenta con una triple estructura: física, biótica y antrópica.

Un hombre (Hmb), dotado por lo tanto de dichas estructuras, se inter-relaciona con su mundo (Ant, Btc, Fsc), y a través de ésta relación va humanizándose (Hmb Hmz) él y al mundo mismo (Mnd Hmz). La inter-relación de Hmb con (Ant, Btc, Fsc) se realiza a través de las actividades humanas, cuyo conjunto se ha indicado con Act.

2. Clasificación de las actividades humanas.

2.0 Toda actividad (Act) es una <<Gestalt>> de estímulos-respuestas,

es decir, de reflejos (Rfl)

2.1 Los Rfl pueden ser incondicionados (Inc) (actividad animal inferior) o condicionados (Cnd), o con una sola palabra Signos (Sgn) (actividad animal superior).

Los Sgn a su vez pueden clasificarse en Síntomas (Stn) o Sgn naturales (como el humo, la fiebre,...) y en Semiones (Smn) o Sgn artificiales (dar la mano, bajar la cabeza, hacer la fica,...) - que se caracterizan por tener finalidad.

2.2 A su vez los Smn se clasifican en Iconos (Icon) y Fánticos (Fnt) según que prevalezca la finalidad de representar expresar o de comunicar. Es un Icon, por ejemplo, una caricatura.

2.3 Finalmente los Fnt se clasifican en Etiones (Etn) y Símbolos - (Smb), según sean motivados o nó.

Por ejemplo, es un Etión el dar la mano, arrodillarse,..., y es un Símbolo la letra a del alfabeto que simboliza, arbitrariamente, el sonido a.

Es conveniente aclarar enseguida que si el símbolo gráfico a para el fónico a es arbitrario, tal arbitrariedad es muy relativa puesto que dicho símbolo gráfico tiene su historia.

2.4 Los Inc con los Snt constituyen la actividad en el nivel biótico actividad que podríamos llamar Natural (Nrt), los primeros siendo actividad animal inferior y los segundos actividad animal superior.

2.5 Los Inc se transmiten por génesis (Gnt) y los Snt por aprendizaje (en el nivel animal o biótico) (Apa). Los Smn, es decir, los Inc, los Etn, y los Smb, constituyen la actividad meramente humana o cultural (Clt), pero siempre sobre la base de una actividad bió-

tica o natural (Ntr).

2.6 Los Smn se tramiten por educación.

3. Clasificación del conocer válido.

3.0 Lo que nos interesa en este momento es la Act en el nivel Smb y estudiar de ella su espectro, el cual se dilata sucesivamente - en los subniveles de la Act Técnica (Ton), Tecnología (Tol), - Científica (Cnt), Matemática (Mtm) Semiística (Snit) y Filosófica (Fls).

Para poder entender este dilatarse de la Act Smb en los dichos subniveles y según la sucesión indicada, es conveniente pensar como sigue:

3.1 A y B son dos pastores:

A posee el rebaño (a_1, a_2) y B el rebaño (b_1, b_2, b_3) . Tanto A como B deben cuidar de su respectivo rebaño durante todo el día. Se les ocurre sumarlos a un único rebaño $(a_1, a_2, b_1, b_2, b_3)$ y cuidarlo alternativamente, pongamos a A por la mañana y B por la tarde.

Hechos del mismo tipo como el anterior:

$$(a_1, a_2) + (b_1, b_2, b_3) = (a_1, a_2, b_1, b_2, b_3)$$

habrán ocurrido a diario y a menudo entre pastores A y B, y teóricamente innumerables veces.

¿Cómo pudo el hombre reducir ésta multivocidad de hechos a una unidad?

Simplemente diciendo que $\langle\langle 2 + 3 = 5 \rangle\rangle$

Estamos en una Ton en nivel Btc y el proceso relativo a la reducción de lo múltiple a lo uno en este caso se llama abstracción.

¿Cuándo empezó el hombre a abstraer? La respuesta parece obvia.

3.2 Pero de proposiciones del tipo $\langle\langle 2 + 3 = 5 \rangle\rangle$ se presentan al hombre otra vez innumerables (y no en el sentido matemático) y él reduce entonces ésta otra multivocidad a una unidad diciendo que:

$$\langle\langle a + b = c \rangle\rangle$$

Estamos en un nivel Tc1, y la reducción de lo múltiple a lo uno en este caso se llama generalización (¿Y qué queda entonces de esta pseudo-separación entre Aritmética y Algebra?).

Si nos preguntamos ¿Y cuándo el hombre ha empezado a generalizar? talvez contestar: con los Babilonios, o poco antes.

3.3 Pero proposiciones del tipo $\langle\langle a + b = c \rangle\rangle$ se presentan al hombre otra vez innumerables como las siguientes:

$a + b = b + a$; $(a + b) + c = a + (b + c)$,..., constituyendo así la Teoría de los Cardinales y reduciendo entonces esta otra multivocidad a una unidad al enunciar lo que se llama, por ejemplo, el sistema de postulados de Peano, constituido por una sola proposición aunque la generalidad de los textos hable de cinco.

Estamos en nivel Cnt, y la reducción de lo múltiple a lo uno se llama en este caso $\langle\langle$ sistematización. $\rangle\rangle$

Si nos preguntamos ¿Cuándo el hombre empieza a sistematizar? podemos dar ya una fecha bastante bien determinada: la de la publicación de los Elementos de Euclides (-300).

Sobra decir que un proceso de sistematización está precedido por un trabajo de digestión (en el caso de la Geometría por los trabajos de los Jónicos, de los Pitagóricos, de los Eleáticos, de los Sículos y de los Atenienses, digestión que duró alrededor de tres siglos) y seguido por un proceso de afirmación (en el caso nuestro, los trabajos de las escuelas de Peano, de Hilbert,...)

Obviamente estamos admitiendo que la Geometría es el primer capítu

lo de la Física (y no de la Matemática, a la cual todavía no hemos llegado).

- 3.4 Pero, también los sistemas (axiomáticos) se presentan al hombre - con una innumerable multivocidad: son los sistemas de los Cardinales, de los Enteros, de los Fraccionarios, de los Reales, de los Complejos binarios, de los Complejos de n unidades, ... y por lo tanto la necesidad, por cuarta vez en la historia del hombre, (¿se rá la última?) de reducir lo múltiple a lo uno.

Estamos ahora sí en nivel Mtn, y ésta reducción se llama estructuración.

Si nos preguntamos cuando el hombre empieza a estructurar, entonces podemos contestar con una fecha bien determinada: 1900, es decir, con la publicación de los trabajos de Moore, de Whitehead, de Russell, ... quienes dan la definición de estructura.

La estructuración se va afinando con los trabajos de Steinitz (1910 de Van der Waerden (1930) y culmina en la obra monumental de los Bourbaki (1954...).

De la misma manera que en el proceso de digestión el hombre rompe las proteínas vegetales y animales que ha ingerido en aminoácidos para con éstos construir proteínas humanas, asimilables, así en el proceso de estructuración el hombre rompe los sistemas axiomáticos en subsistemas para assimilarlos en forma de estructuras como las de grupo, de campo, de anillo, ... dando lugar de ésta manera a la trinidad bourbakiana de las estructuras: algebraicas, ordinales y topológicas.

- 3.5 Todas las Act que hemos descrito están en nivel Smb, y por lo tanto llega un momento en que el hombre toma conciencia del uso de este instrumento, el cual hace del "homo faber" el "homo loquens", instrumento que no se puede, como el mapa bien lo muestra, separar - del trabajo (San Pablo y Marx) y que hace de la especie humana un Reino aparte. La forma de conciencia del Smb como instrumento, ha-

ce que él mismo se vuelva objeto de investigación y surjan de esta manera las lingüísticas (en cada lengua histórica), que culminan en una lingüística general con sus divisiones: Sintáctica, Semántica y Pragmática, constituyentes de la Semiótica (o teoría de los símbolos).

- 3.6 Finalmente, el hombre se da cuenta de que el paso de un sistema - (Cnt) a otro satisface a ciertas condiciones como, por ejemplo, el caso del paso de la Mecánica Clásica (Mcc) a la Relativista (Mcr). Encuentra entonces que las fórmulas de transformación en la primera (grupo galileano) son el límite de las fórmulas de transformación en la segunda (grupo lorentziano) cuando la velocidad C de la luz tiende a infinito. De manera más sugestiva, aunque menos precisa, se dice que la MCC es el límite de la MCR cuando C tiende a infinito; lo que podemos simbolizar como sigue:

$$C \rightarrow \infty, \Rightarrow, Mcr \rightarrow Mcc$$

Esta proposición evidentemente no pertenece a la Física, y por lo tanto debe pertenecer a alguna otra actividad teórica, Metafísica, que podemos convenir en llamar Filosofía Científica.

Al mismo tipo de actividad teórica pertenecen las proposiciones que enuncian las diferentes leyes de dualidad en Geometría Proyectiva (dualidad en el plano, en el espacio y en la estrella) y tendremos entonces una Metamatemática o Filosofía de la matemática, - de la misma manera que la proposición que enuncia la ley de dualidad en Lógica (generalizando las leyes de Morgan) nos obliga a pensar en una Metalógica o Filosofía de la Lógica.

4. La ubicación de la Matemática.

- 4.0 Queda así ubicada la Mtm en el concierto de las actividades del conocer válido (Cvl), dejando ver fácilmente lo que hasta hoy no se ha

bía podido entender: las tres caras de la Matemática: la inductiva, la deductiva y la genética.

Esto permite vislumbrar que en la enseñanza de la misma deberán tenerse en cuenta los tres aspectos y en el orden indicado.

Así por ejemplo los RL (números reales) se deberían dar en un principio como una teoría inductiva (un RL como cociente de dos valores de magnitud), para llegar entonces lo más rápidamente posible (proceso de aceleración en la educación) a una teoría deductiva (los RL, por ejemplo, como Campo Ordenado Completo) y, finalmente, a una teoría genética: un RL como límite de una sucesión fraccionaria de Cauchy, o como extremo de una clase de fraccionarios, o como elemento de separación de clases contiguas de fraccionarios o cortadura de Dedekind.

Las tres diferentes maneras corresponden más o menos a los niveles primario, secundario y universitario.

Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia.
Bogotá.

(Recibido el 7 de Septiembre de 1.966)