

CORRECCION A LA FORMULA DE ALTURAS DEDUCIDAS DE OBSERVACIONES BAROMETRICAS

por BELISARIO RUIZ WILCHES

En el N° 50 de la Revista "Ingeniería y Arquitectura" se publicó el siguiente artículo:

"La medida de alturas con el barómetro en la zona tropical, tiene la ventaja excepcional de la estabilidad de la presión, la que generalmente no alcanza a variar más de dos milímetros a uno y otro lado de la presión media; esto hace confiar en que la altura obtenida de la presión media, deducida de un número suficientemente grande de observaciones sea de una aproximación muy difícil de alcanzar en regiones donde las variaciones de presión sean demasiado considerables".

"En Colombia, en donde apenas ahora ha principiado a hacerse por el Instituto Geográfico Militar, de que he sido Director, algún trabajo de nivelación de precisión entre los dos mares, se ha dado grande importancia a la medición de las alturas por la observación de la presión, ya mediante el barómetro, ya mediante el hipsómetro que fue usado con este fin por el sabio y mártir colombiano Francisco José de Caldas hace más de ciento cincuenta años".

"Refiriéndonos concretamente a la altura de Bogotá se ha tenido como muy aproximada la deducida de una cuidadosa serie de observaciones de presión pero una nivelación que arranca del mar de las Antillas y que está perfectamente comprobada por terminar con un cierre muy satisfactorio en el mar Pacífico, en

Buenaventura, da para el salón bajo del Observatorio Nacional una diferencia de 17 metros así:

Altura derivada de observaciones barométricas	2624. 88 m.
Altura deducida de la nivelación	2607. 78 m.
Diferencia	17. 09 m.

“Los expedientes correspondientes a esos datos aparecen publicados el primero en el número 472 de la revista “Anales de Ingeniería” y el segundo en la “Revista Geográfica de Colombia”, órgano del Instituto Geográfico Militar”.

“Dada la escasa oscilación de la presión en Bogotá es exagerada esta diferencia”.

“La nivelación de precisión está comprobada con la observación del nivel en los dos mares”.

“Debe existir, pues, una causa que haga que el dato obtenido de la presión dé una altura mayor”.

“Esta causa pudiera ser la siguiente:

“El equilibrio de un elemento infinitesimal de atmósfera estará dado por la siguiente ecuación diferencial, en la cual se tiene en cuenta la fuerza centrífuga producida por la rotación de la tierra:

$$dp = - \Delta g_0 - \frac{R_0^2}{(R_0 \sin \varphi)^2} dh + 4 \Delta \pi^2 w^2 \cos^2 \varphi (R_0 \sin \varphi) dh$$

en la cual:

p = presión

R_0 = radio de la tierra en el punto considerado

h = altura a que está el elemento infinitesimal

g = gravedad en el punto considerado

w = velocidad angular de la tierra

Δ = densidad del aire en el elemento infinitesimal

φ = latitud geocéntrica”.

“Supuestas exactas las leyes de Mariotte y Gay-Lussac y llamando p_0 la presión en la superficie; t_0 y t las temperaturas ab-

solutas y la densidad del aire a la presión p_0 y la temperatura t_0 y haciendo por comodidad

$$M = \frac{\Delta_0}{P_0} \frac{t_0}{t}$$

Tendremos:

$$dp = -p \text{ Mg}_0 \frac{R_0^2}{(R_0 th)^2} dh + 4M \pi^2 p w^2 \cos^2 \varphi (R_0 th) dh$$

o sea

$$\frac{dp}{p} = -\text{Mg}_0 \frac{R_0^2}{(R_0 th)^2} dh + 4 \pi^2 w^2 M \cos^2 \varphi (R_0 th) dh$$

Integrado entre O (punto más abajo) y h y despreciando el valor h frente a Rh se tendrá:

$$L' \frac{P_0}{P} = \text{Mg}_0 \frac{Rh}{Rth} + 4M \pi^2 w^2 \cos^2 \varphi R_0 h$$

de donde

$$h = \frac{R_0 h}{R_0 \text{Mg}_0} L' \frac{P}{P_0} - \frac{4 \pi^2 w^2 \cos^2 \varphi R_0 h}{g_0}$$

“La primera parte del segundo miembro de esta ecuación reproduce exactamente la fórmula de Laplace para calcular la altura mediante la observación de la presión; en ella se harán, como de ordinario, todas las correcciones del caso; la segunda es el término que proponemos introducir para alturas grandes en las proximidades del ecuador y que valdrá aproximadamente en el ecuador $1/290$ de la altura”.

“Esto creemos que explica en gran parte la diferencia que se ha observado en la altura de Bogotá”.

“Es verdad que esta corrección es pequeña para lo que se espera del barómetro como aparato para medir alturas; pero en los números que aparecen en las tablas de Radau para el cálculo de la altura se lleva el cálculo hasta el décímetro, y varias de las correcciones que se introducen en las fórmulas en uso no alcanzan tampoco mayor valor”.

“Es claro, también, que las leyes de Mariotte y Gay-Lussac no son rigurosas para el aire, pero se tiene como tales aún para el cálculo de la refracción astronómica por el sencillo procedimiento del mismo Radau”.

“La aceptación de la fórmula de equilibrio atmosférico que aparece en este escrito, aún reconocida su falta de exactitud por no conocerse la manera como varían la presión y la temperatura en función de la altura, se presta, además, para obtener otros interesantes valores que bien merecerían alguna comprobación física”.

Este estudio se había presentado anteriormente al señor General Georges Perrier, miembro del Instituto de Francia, en la Oficina de Longitudes, etc., quien en un estudio sobre el asunto se expresó así:

“Suit uné étude *interessante* établissant l'expression d'un terme correctif du a la force centrifuge dans la fórmula de Laplace.

Ce terme correctif est:

$$\Delta H = - H_0 \frac{4 \pi^2 w^2}{g} r$$

r etand le rayon du paralele pour le latitude considerée.

Pour l'ecuateur on a aproximativement

$$\Delta H = - \frac{H_0}{300}$$

Pour l'altitude de Bogotá le terme correctif serait de 9m. environ.

L'adjunction d'un terme correctif a la fórmula barométrique de Laplace, de l'ordre de $H/300$ semble a la fois judicieuse et importante”.

Posteriormente se dio lectura a este estudio en la sesión de 12 de mayo de 1940 del VIII Congreso Científico Americano y en esta ocasión el Sr. Dn. Joaquín Gallo, Director del Observatorio de Tucubaya, manifestó al autor haber encontrado en Méjico diferencias semejantes entre las alturas deducidas de las observaciones barométricas y las obtenidas por nivelación.

Era, pues, indispensable obtener algunos datos físicos comprobatorios de la teoría, distintos de la altura de Bogotá, de la cual se hizo ya mención.

Con este objeto, acompañado del Ing. Hernando Franco S., Jefe del Laboratorio de Física de la Facultad de Ingeniería, hi-

cimos una serie de observaciones entre la iglesia de Monserrate y Girardot, y luégo, por dos veces, entre la depresión de Calarcá, en el paso de la carretera, y Buenaventura, es decir, al nivel del mar.

Los datos de cotas que ligan entre sí estos dos pares de estaciones de observación son los siguientes:

Altura de la plataforma en Monserrate, cerca de la iglesia, donde se hizo la observación de barómetro 3170.77 metros.

Esta cota se dedujo mediante una pequeña operación trigonométrica desde la Ciudad Universitaria y está referida al nivel del mar de acuerdo con el expediente que aparece en el N^o 3 de la "Revista Geográfica de Colombia".

Altura de Girardot referida al nivel del mar, de acuerdo con el citado expediente, 297.40 metros.

La diferencia de cotas entre la plataforma de Monserrate y Girardot, deducida de nivelación es, por tanto, de 2873.3 metros.

Cota de la depresión de Calarcá según dato del Ministerio de Obras Públicas, deducida de la nivelación de la carretera, nivelación que está ligada a la del Ferrocarril del Pacífico, 3270.0 m.

La diferencia de nivel entre la depresión y Buenaventura tiene ese mismo valor, ya que las observaciones en Buenaventura se efectuaron prácticamente al nivel del mar.

Las observaciones de presión para deducir de ellas las alturas dieron los siguientes resultados:

Presión en Buenaventura.....	760.75	metros
Presión en la depresión de Calarcá.....	519.85	"
Presión en Monserrate.....	524.5	"
Presión en Girardot.....	734.4	"

Las temperaturas fueron las siguientes:

Buenaventura	26.1 ^o	c.
Dep. de Calarcá.....	9.7	
Monserrate.....	9.8	
Girardot	25.9	

Las presiones son el resultado de repetidas observaciones muy concordantes y las temperaturas no son temperatura media

sino temperatura en el momento de la observación. Se puso especial esmero en la uniformidad de las observaciones en cuanto a hora, etc.; en las observaciones Monserrate-Girardot se hicieron lecturas simultáneamente en Bogotá.

El cálculo de las diferencias de cota entre Calarcá-Buenaventura y Monserrate-Girardot, hecho de acuerdo con la fórmula de Laplace tabulada por Eduardo Rohl, Director del Observatorio de Cagigal, con la corrección de temperatura de acuerdo con las observaciones del mismo Sr. Rohl, da el siguiente resultado:

Calarcá-Buenaventura	3280.0 metros
Monserrate-Girardot	2898.3 "

Como la cota de la depresión de Calarcá, deducida de nivelación es, según ya se indicó, de 3270 metros, la diferencia con la deducida por observación del barómetro será de 10 metros.

Como la diferencia de cotas entre Monserrate y Girardot según datos de nivelación es de 2873.3 y como esta misma diferencia deducida de las observaciones barométricas es de 2898.33 la diferencia de los resultados obtenidos por los dos procedimientos será de 25.0 metros.

Pero si introducimos en el primero de estos cálculos la corrección propuesta, la cota de la depresión de Calarcá será:

$$3280 \text{ m.} = \frac{4 \pi^2 w^2 \cos \varphi R_0 t h}{g_0} = 3268.7$$

y la diferencia de cotas será solamente de 1.3 metros.

No podemos menos de reconocer que es casual la circunstancia de que la diferencia Calarcá-Buenaventura al introducir la corrección propuesta se haya corregido casi completamente ya que este rigor es imposible de obtener por medio de las observaciones del barómetro.

Si se aplica esta misma corrección a la diferencia de cotas Monserrate-Girardot, aquélla se reduce a 15.0 metros.

Hacemos notar que esa diferencia depende exclusivamente de la exótica temperatura observada ese día y a esa hora en Girardot, sensiblemente igual a la de Buenaventura, que tiene una cota inferior en cerca de 300 mts. Si en lugar de haber observado

la temperatura de 26° a las 9 de la mañana se hubieran observado 25°, lo cual es muy normal, esta diferencia hubiera desaparecido.

La corrección que se propone no es grande, especialmente por la falta de precisión del procedimiento, aun en la zona tropical donde puede esperarse de él mayor aproximación; pero tampoco son muy grandes muchas de las correcciones que se introducen hoy día en el cálculo de la altura, la mayoría más pequeñas que ésta, y sin embargo se las tiene en cuenta.

Consideramos con esto haber aportado un dato más para el estudio y consiguiente aceptación de la fórmula de equilibrio que aparece al comienzo de este informe y consideramos que la trascendencia de este asunto no se encuentra en la pequeña corrección anotada sino en las consecuencias que la aceptación de la fórmula de equilibrio propuesta tendría para muchos otros estudios.

En un número anterior de la revista "Ingeniería y Arquitectura" se publicó una pequeña nota sobre una deducción sacada de esta ecuación de equilibrio y esperamos algún comentario sobre este asunto para publicar un estudio de mayor trascendencia.