

## DOS MODELOS MIXTOS PARA UNA MEDIDA CRANEOFACIAL DE LA COHORTE CESLPH-DAMASCO<sup>a</sup>

## TWO MIXED MODELS FOR A CRANIOFACIAL MEASUREMENT OF THE CESLPH-DAMASCUS COHORT

MARILUZ TRILLERAS M.<sup>b\*</sup>, MAURICIO MAZO-LOPERA<sup>c</sup>, LUISA FERNANDA  
VILLEGAS-TRUJILLO<sup>d</sup>, IVÁN DARÍO JIMÉNEZ<sup>e</sup>, GONZALO ÁLVAREZ<sup>f</sup>, JUAN CARLOS  
SALAZAR-URIBE<sup>g</sup>

Recibido para revisar 17-06-2024, aceptado 26-12-2023, versión final 30-12-2023.

Artículo de investigación

**RESUMEN:** Entender el crecimiento craneofacial en humanos es esencial en muchas áreas del conocimiento y del quehacer humano como la biología, la ortodoncia, entre otras. Con frecuencia, las mediciones con características craneofaciales se registran de forma longitudinal en determinados intervalos de tiempo. Factores predictores como la dirección, velocidad, y la aceleración de crecimiento son importantes para entender la naturaleza del crecimiento craneofacial de acuerdo al género y la edad. Desde hace algunos años, en la literatura se pueden encontrar recomendaciones sobre el uso de modelos lineales mixtos cuando los datos son de tipo longitudinal pues, son herramientas útiles y precisas para generar conocimiento de calidad al momento de tomar decisiones, especialmente en los campos de ortodoncia y la oclusión dental donde se espera obtener excelentes resultados. Dada la naturaleza cuantitativa del estudio, se opta por implementar dos modelos a la medida de crecimiento facial conocida como altura facial anterior. Específicamente, se ajustan un modelo lineal mixto con coeficientes aleatorios y un modelo lineal mixto basado en coeficientes aleatorios y funciones splines. Se ajusta con datos del estudio CES-Damasco.

**PALABRAS CLAVE:** Crecimiento craneofacial; estadística; ortodoncia; modelos mixtos basados en splines.

**ABSTRACT:** Understanding craniofacial growth in humans is essential in many areas of knowledge and human endeavor such as biology, orthodontics, among others. Often, measurements with craniofacial features are recorded longitudinally at certain time intervals. Predictors such as direction, speed, and acceleration of growth are important in understanding the nature of craniofacial growth according to gender and age. Since some years ago, recommendations

---

<sup>a</sup>Trilleras, M., Mazo-Lopera, M., Villegas-Trujillo, L. F., Jiménez, I. D., Álvarez, G. & Salazar-Uribe, J.C. (2024). Dos modelos mixtos para una medida craneofacial de la cohorte Ceslph–Damasco *Rev. Fac. Cienc.*, 13 (1), 128–140. DOI: <https://10.15446/rev.fac.cienc.v13n1.106933>

<sup>b</sup>M.Sc.(c), Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.,Carrera 65# 59 A-110. Medellín Colombia.,E-mail:mtrilleras@unal.edu.co

\* Autor para correspondencia: mtrilleras@unal.edu.co.

<sup>c</sup>Profesor asistente. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, carrera 65# 59 A-110. Medellín Colombia. E-mail: mamazol@unal.edu.co

<sup>d</sup>Profesor asociado. Universidad CES, Medellín. E-mail: lvillegast2@ces.edu.co

<sup>e</sup>Profesor asociado. Universidad CES, Medellín. E-mail: idjv@une.net.co

<sup>f</sup>Profesor asociado. Universidad CES, Medellín. E-mail: lalvarez@ces.edu.co

<sup>g</sup>Profesor Titular. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, carrera 65# 59 A-110. E-mail: jcsalaza@unal.edu.co

on the use of linear mixed models can be found in the literature when the data are of longitudinal type, as they are useful and accurate tools to generate quality knowledge when making decisions, especially in the fields of orthodontics and dental occlusion where excellent results are expected. Given the quantitative nature of the study, we chose to implement two models to the measure of facial growth known as anterior facial height. Specifically, a linear mixed model with random coefficients and a linear mixed model based on random coefficients and spline functions are fitted. It is fitted with data from the CES-Damascus study.

**KEYWORDS:** Craniofacial growth; statistics; orthodontics; spline-based mixed models.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los datos longitudinales se presentan en diferentes ocasiones para cada individuo. Este tipo de datos tiene características relevantes, una de ellas es que cada individuo tiene una trayectoria particular y no son necesariamente líneas rectas. Así mismo, si se obtiene la media de todas las observaciones se obtiene una estimación del perfil medio de la población. En los datos longitudinales se proponen los llamados modelos específicos de sujetos o modelos de población media, dependiendo del propósito del estudio se puede estar interesado en alguno de los dos. En el planteamiento de medidas repetidas se registran varias covariables relacionadas con cada individuo y su interés se centra en cómo la respuesta depende de las covariables a lo largo del tiempo. Este enfoque da lugar a una clase de modelos de regresión para datos longitudinales conocidos como modelos lineales de efectos mixtos (Fitzmaurice *et al.*, 2012). Estos modelos se pueden definir como una herramienta flexible para modelar datos correlacionados, donde su estimación se basa en la función de verosimilitud, se da lugar a pruebas válidas en diseños complejos con datos desbalanceados y permite la inferencia de efectos aleatorios. Finalmente, los modelos lineales mixtos (LMM) son una extensión de los modelos lineales simples para tener en cuenta tanto los efectos fijos como los efectos aleatorios y se aplican ampliamente cuando hay dependencia en los datos. De acuerdo a esto es procedente asumir que la respuesta para cada uno de los individuos tiene varios componentes: un efecto fijo, que es una función de las covariables; un efecto aleatorio, que expresa la variación entre individuos y un error, que se debe a mediciones o variables no registradas (Faraway, 2016).

Cuando la relación entre las variables es no lineal, es posible alcanzar un ajuste de los datos mediante modelos polinómicos puesto que a mayor grado del polinomio el ajuste de los datos mejora. Aun así, tener un modelo polinómico de grado elevado puede aumentar la complejidad del modelo, disminuir en precisión, complicar su interpretación y dicho modelo se puede sobreajustar. En estas circunstancias es posible hacer uso de métodos de suavizamiento basados en modelos de regresión por splines, los cuales permiten ajustar modelos más flexibles, los cuales se basan en polinomios que se calculan por tramos y se unen en unos extremos denominados nodos. De acuerdo con Fitzmaurice *et al.* (2012) estos modelos se pueden formular dentro de un marco de modelos lineales mixtos.

El crecimiento craneofacial tanto en niños como adolescentes ha sido estudiado, en la medida que diferentes investigadores han manifestado su interés de demostrar sus postulados.

Los modelos que se seleccionaron tienen plausibilidad, interpretabilidad y generación de conocimientos respecto a algunas medidas craneofaciales. El uso de polinomios cuadráticos podría ser inadecuado debido a que estos modelos a largo plazo dan curvaturas que indican que algunas medidas pueden decrecer lo cual podría no ser biológicamente plausible, como es el caso de la altura facial anterior. Este inconveniente se puede resolver utilizando modelos mixtos flexibles, modelos basados en funciones spline, como los expuestos en Fitzmaurice *et al.* (2012). Particularmente, se ha de ajustar un modelo lineal mixto con coeficientes aleatorios y un modelo lineal mixto basado en coeficientes aleatorios y funciones splines. Se ha de notar que el desempeño de los modelos lineales mixtos con splines generan una mayor plausibilidad y un mejor poder predictivo proporcionando resultados analíticos y flexibles para la toma de decisiones.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

En esta sección se ha de especificar la población de estudio, las variables consideradas y la referencia cefalométrica. Finalmente, se muestra un análisis descriptivo de las variables y conceptos básicos sobre los modelos lineales mixtos usados para estudiar la relación entre las covariables y los modelos. Los datos corresponden a la medida de crecimiento craneofacial altura facial anterior que ha sido recopilada en el estudio CES-Damasco (Jiménez *et al.*, 2020).

El estudio consta de 54 sujetos, el cual se redujo a 49, 30 niñas y 19 niños por abandono del estudio de 5 sujetos, cada uno de ellos con distintas cantidades de medidas repetidas, para un resultado de 449 observaciones. Se registran edades pares entre los 6 a 24 años (Jiménez *et al.*, 2020).

La Altura facial anterior (AFH), está formada por la unión de Nasion (Na) y Menton (Me). (Ver Figura 1)

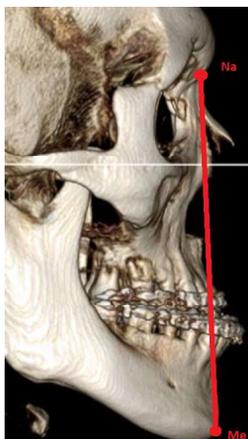


Figura 1: Puntos de referencia cefalométricas y trazado cefalométrico altura facial anterior (AFH). Fuente: (Lee *et al.*, 2021)

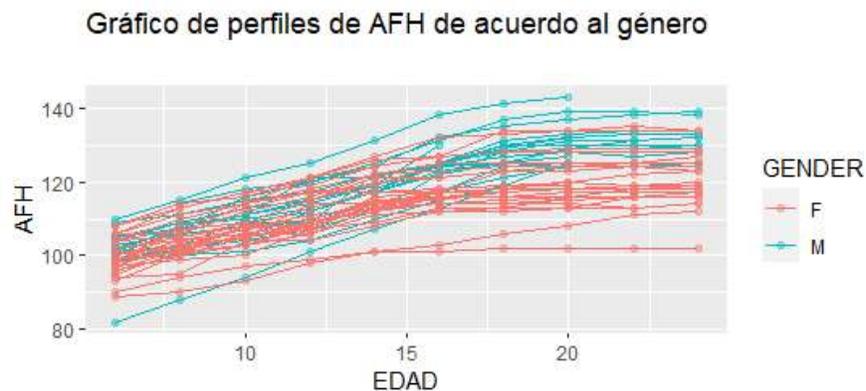


Figura 2: Gráfica de perfiles de acuerdo a la edad y al género en función de la medida de la medida altura facial Anterior (AFH).  
Fuente Elaboración Propia.

- Punto Nasion (N): Es el punto más anterior de la sutura fronto-nasal, ubicado sobre el planosagital medio (Faraway, 2016).
- Punto Menton (Me): Es la unión del borde inferior de la sínfisis con el borde inferior del cuerpo mandibular (Cubillo & Smith, 2006).

### 3. ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS

El análisis de los datos está basado en estadísticos de resumen y gráficos para datos longitudinales que han sido realizados con el software RStudio (2020).

En la Figura 2, se encuentran todos los perfiles para la medida de AFH, entre hombres y mujeres y las edades que fueron registradas para cada uno de los individuos. Se muestra la trayectoria de crecimiento de cada uno de ellos el cual no siguen una línea recta, algunos varían alrededor de la curva promedio lo que permite evidenciar un alto grado de heterogeneidad. Sin embargo, se puede observar que sus pendientes parecen tener la misma tendencia.

La Figura 3 muestra el gráfico boxplot y el crecimiento de acuerdo al género con el gráfico de perfiles a través del tiempo. La figura incluye las líneas promedios para ambos géneros, tienden a crecer con el pasar de los años parece estabilizarse después de cierta edad para niños. Sin embargo, la tasa de crecimiento en las niñas es más lenta comparada con la tasa de crecimiento de los niños lo cual es biológicamente plausible.

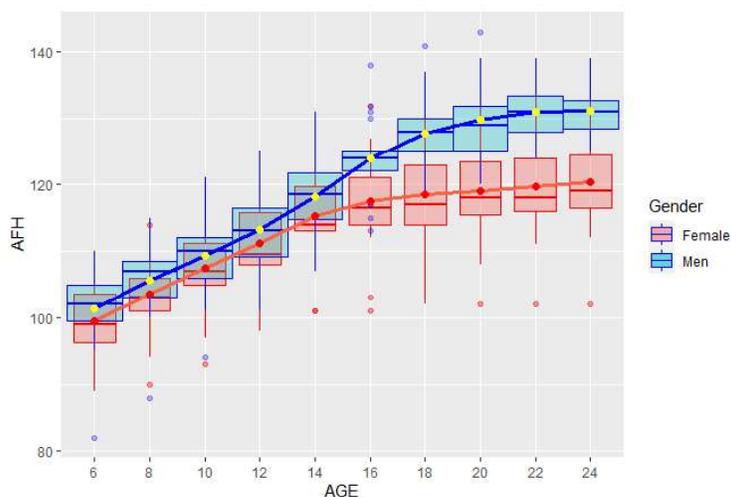


Figura 3: Diagrama de boxplot longitudinal y gráfico de líneas promedio de acuerdo a la edad y al género de la medida altura facial anterior (AFH). Fuente: Elaboración Propia.

## 4. MODELOS LINEALES MIXTOS (MLM) Y MODELOS MIXTOS CON SPLINES

Los Modelos Lineales Mixtos (MLM) desempeñan un papel crucial en el análisis de conjuntos de datos caracterizados por estructuras complejas. Estos modelos ofrecen una herramienta robusta para modelar relaciones entre variables al incorporar tanto efectos fijos como aleatorios. Esta combinación posibilita la captura de la variabilidad sistemática y no sistemática presente en los datos (Correa-Morales & Salazar-Uribe, 2016).

### 4.1. Modelo lineal mixto (MLM)

A continuación, se presenta una síntesis detallada de los componentes esenciales y las metodologías asociadas a los MLM:

- Formulación del Modelo:

- El modelo lineal mixto individual se expresa como

$$Y_i = X_i\beta + Z_i b_i + \varepsilon_i. \quad (1)$$

- $b_i \sim \mathcal{N}(0, D)$  y  $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, R_i)$ .
- $X_i$  y  $Z_i$  son matrices de diseño para efectos fijos y aleatorios, respectivamente.

- Estimación de los parámetros:

- Aplicación de la Estimación de Máxima Verosimilitud (MLE) y la Máxima Verosimilitud Restringida (REML).
  - Implementación de REML adaptado para contrarrestar la pérdida de grados de libertad al estimar los efectos fijos.
  - Optimización de la función de log-verosimilitud REML para obtener estimaciones menos sesgadas de las componentes de varianza.
- Contexto matricial y diseño de modelos:
    - Utilización de matrices  $X_i$  y  $Z_i$  para representar covariables y efectos aleatorios.
    - Estructura matricial que proporciona una visión integral de la relación entre variables y parámetros.
  - Consideraciones adicionales:
    - Modelado de la variabilidad en los efectos aleatorios mediante la matriz de covarianza  $D$ .
    - Aplicación eficiente de MLE y REML para abordar la estimación de parámetros y reducir sesgos.

Los Modelos Lineales Mixtos (MLM) emergen como un enfoque esencial para modelar la complejidad de datos diversos. Su capacidad robusta para gestionar la variabilidad en múltiples niveles los posiciona como una elección valiosa en el análisis estadístico. La elección entre la Estimación de Máxima Verosimilitud (MLE) y la Estimación de Máxima Verosimilitud Restringida (REML) depende del contexto y los objetivos analíticos específicos (Casella & Berger, 2002). Estos modelos desempeñan un papel fundamental en la comprensión y modelado de la variabilidad inherente en conjuntos de datos con estructuras mixtas, consolidando su relevancia en la investigación científica (Hall & Hooker, 2016).

## 4.2. Modelos Lineales Mixtos con Splines

En el análisis estadístico, la complejidad de las relaciones entre variables a menudo desafía los modelos convencionales. Los modelos lineales mixtos (MLM) con splines ofrecen una solución flexible y potente para abordar esta complejidad. Un modelo de regresión spline consiste en un ajuste por tramos, donde cada una de ellos es una región del campo de variación de la variable explicativa en la que se ajusta un modelo de regresión polinómica (en general de bajo orden) y que están unidos en los extremos (“nodos”) para dar continuidad a la curva (Isern & Cuesta, 2013). La expresión del modelo spline resulta:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \sum_{k=1}^K \beta_{1k} (x_i - N_k)_+ + \varepsilon_i, \quad (2)$$

donde las expresiones de la forma  $(x_i - N_k)_+$  se conocen como funciones de “bases truncadas”, las mismas toman el valor  $(x_i - N_k)_+$  si  $x_i > N_k$  y cero en otro caso (Isern & Cuesta, 2013).

La selección de la cantidad y ubicación de los nodos es una problemática que ha sido ampliamente abordada por diversos autores como Wu & Zhang (2006), quienes han sugerido que puede resolverse a través del conocimiento profundo de los datos o bien recurriendo a alguna forma de selección automática de los mismos. Un buen ajuste depende en gran medida de la ubicación de los nodos más que de su cantidad.

## 5. RESULTADOS ANÁLISIS AFH

El modelo lineal mixto ajustado se basa en un polinomio de segundo orden con coeficientes aleatorios donde  $y_{ij}$  son las observaciones del sujeto  $i$  a lo largo del tiempo. La estructura de covarianza del modelo es la llamada componentes de varianza que da valores relevantes para explicar la evolución de AFH en términos de velocidad y aceleración. El subíndice  $i = 1, 2, \dots, 49$  representa los sujetos considerados, mientras que el subíndice  $j = 1, 2, \dots, n_i$  indica las observaciones para cada individuo. Se tiene que:

- Modelo basado en polinomios de segundo orden con coeficientes aleatorios:

$$Y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 Gender_i + \beta_2 Age_{ij} + \beta_3 Age_{ij}^2 + \beta_4 Gender_i * Age_{ij} + b_{0i} + b_{1i} Age_{ij} + b_{2i} Age_{ij}^2 + \varepsilon_{ij}, \quad (3)$$

donde:

- $Y_{ij}$  Altura facial anterior del  $i$ -ésimo sujeto en la  $j$ -ésima observación.
- $Age_{ij}$  Edad del  $i$ -ésimo sujeto en la  $j$ -ésima observación.
- $Age_{ij}^2$  Edad al cuadrado del  $i$ -ésimo sujeto en la  $j$ -ésima observación.
- $(b_{0i}, b_{1i}, b_{2i})$  vector de efectos aleatorios, el cual varía independientemente entre observaciones, con  $b_i \sim \mathcal{N}_3(0, \Sigma_i)$ .
- $\varepsilon_{ij}$  errores que varían independientemente entre los sujetos (dentro de una misma observación), con  $\varepsilon_{ij} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

Tabla 1: Coeficientes de regresión estimados (efectos fijos) y errores estándar y componentes de varianza para los datos de la altura facial anterior (AFH)

Parámetro	Estimación	SE	T	P-Valor
$\beta_0$	81.262	1.047	77.593	<0.001
$\beta_1 GENDER : M$	-0.452	1.663	-0.271	0.786
$\beta_2 AGE$	3.230	0.110	29.219	<0.001
$\beta_3 AGE^2$	-0.067	0.003	-18.934	<0.001
$\beta_4 (GENDER)M : AGE$	0.596	0.090	6.563	<0.001
$V(b_{0i})$	17.003			
$V(b_{1i})$	0.145			
$V(b_{2i})$	1.609			
$V(\varepsilon_{ij})$	2.929			

Considere los resultados de la tabla 1, donde se muestra el modelo de efectos fijos con interacción para la medida de crecimiento craneofacial AFH.

Sea  $y_{ij} = AFH_{ij}$  el modelo estimado es:

$$\hat{y}_{ij} = 81.262 - 0.452Gender_i + 3.230Age_{ij} - 0.07Age_{ij}^2 + 0.596Gender_i \times Age_{ij}. \quad (4)$$

Si Gender = 0 (Femenino), el modelo queda:

$$\hat{y}_{ij} = 81.262 + 3.230Age_{ij} - 0.07Age_{ij}^2. \quad (5)$$

Si Gender = 1 (Masculino), el modelo queda:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{ij} &= 81.262 - 0.452 + (3.230 + 0.596)Age_{ij} - 0.07Age_{ij}^2 \\ &= 80.809 + 3.827Age_{ij} - 0.07Age_{ij}^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Como la pendiente para los hombres es mayor que para las mujeres, la curva estará por encima de la de mujeres, ya que:

$$3.827 > 3.230.$$

Lo cual está de acuerdo con lo reportado en otros estudios (Jiménez *et al*, 2020). Como la interacción entre GENDER y AGE es estadísticamente significativa el efecto principal de GENDER no se interpretó de manera separada.

El segundo modelo considerado corresponde al modelo lineal mixto basado en polinomios de segundo orden con coeficientes aleatorios y funciones spline.

Alternativamente, se establece un segundo modelo lineal mixto basados en polinomios de segundo orden con coeficientes aleatorios y funciones splines para la medida altura facial anterior (AFH), el modelo se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} y_{ij} &= \beta_0 + \beta_1 Gender_i + \beta_2 Age_{ij} + \beta_3 Age_{ij}^2 + \beta_4 Gender_i * Age_{ij} + b_{0i} + b_{1i} Age_{ij} + b_{2i} Age_{ij}^2 \\ &+ \beta_{11} (Age_{ij} - 12)_+ + \beta_{12} (Age_{ij} - 15)_+ + \beta_{13} (Age_{ij} - 18)_+ + \beta_{14} (Age_{ij} - 20)_+ + \varepsilon_{ij}. \end{aligned} \quad (7)$$

De acuerdo a lo anterior, el modelo se caracteriza por tener cuatro nodos ( $m = 4$ ) donde los cambios en las pendientes se dan en las edades de 12, 15, 18 y 22, allí se concentrará el ajuste generado por cuatro (4) funciones truncadas y obteniendo los parámetros fijos y aleatorios.

La Tabla 2 muestra las estimaciones para el modelo basado en polinomios de segundo orden con coeficientes aleatorios y funciones spline para la medida altura facial anterior (AFH).

Tabla 2: Estimaciones de máxima verosimilitud para el modelo mixto con intercepto aleatorio y splines fijos para la medida altura facial anterior (AFH).

Parámetro	Estimación	SE	T	P-Valor
$\beta_0$	87.784	2.154	40.739	<0.001
$\beta_1 GENDER(M)$	-1.595	1.664	-0.958	0.342
$\beta_2 AGE$	2.128	0.447	4.750	<0.001
$\beta_3 AGE^2$	-0.018	0.024	-0.758	0.448
$\beta_3 (GENDER)M : AGE$	0.410	0.097	4.200	<0.001
$\beta_{11}$	0.404	0.295	1.370	0.171
$\beta_{12}$	-0.584	0.346	-1.684	0.093
$\beta_{13}$	-0.738	0.376	-1.961	0.050
$\beta_{14}$	-0.258	0.256	-1.009	0.313
$\sigma_{bf}$	0.075			
$\sigma_{b_{0i}}$	26.965			
$\sigma_{b_{1i}}$	0.070			
$\sigma_{\epsilon_{ij}}$	0.000			
$Corr(b_{0i}, b_{1i})$	-0.888			
$Corr(b_{0i}, b_{2i})$	0.865			
$Corr(b_{1i}, b_{2i})$	-0.003			
$V(\epsilon_{ij})$	2.073			

Sea  $y_{ij} = AFH_{ij}$  el modelo estimado es,

$$\hat{y}_{ij} = 87.784 - 1.595Gender_i + 2.128Age_{ij} - 0.018Age_{ij}^2 + 0.410Gender_i \times Age_{ij} + c, \quad (8)$$

donde:

$$c = 0.404(Age_{ij} - 12) - 0.584(Age_{ij} - 15) - 0.738(Age_{ij} - 18) - 0.258(Age_{ij} - 20), \quad (9)$$

Si  $Gender = 0$  (Femenino), el modelo queda:

$$\hat{y}_{ij} = 87.784 + 2.128Age_{ij} - 0.018Age_{ij}^2 + c. \quad (10)$$

Si  $Gender = 1$  (Masculino), el modelo queda:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{ij} &= 87.784 - 1.595 + (2.128 + 0.410)Age_{ij} - 0.018Age_{ij}^2 \\ &= 86.189 + 2.538Age_{ij} - 0.018Age_{ij}^2 + c. \end{aligned} \quad (11)$$

Como la pendiente para hombres es mayor que para mujeres, la curva estará por encima de la de mujeres, dado que:

$$2.538 > 2.128.$$

En la Figura 4, se observan los gráficos correspondientes a los modelos ajustados con intercepto, pendiente y término cuadrático aleatorio y al modelo ajustado con intercepto, pendiente y término cuadrático aleatorio y funciones spline.

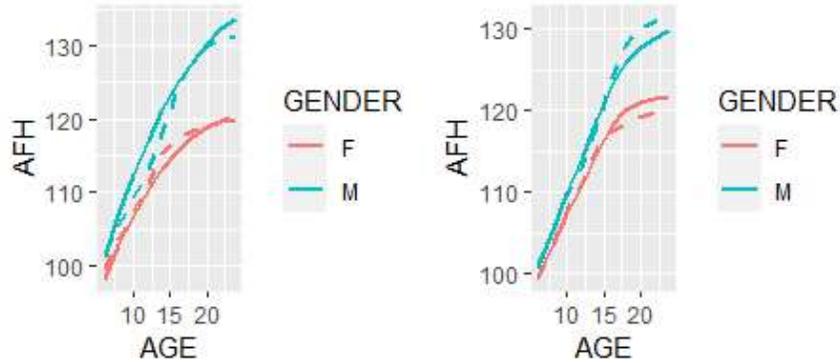


Figura 4: Modelos ajustados con intercepto, pendiente y término cuadrático aleatorio y modelo ajustado con intercepto, pendiente y término cuadrático aleatorio y funciones spline. Fuente: Elaboración Propia.

La Figura 5, muestra al mejor modelo aplicando splines con los nodos entre 12, 15, 18 y 20 años a cuatro sujetos para ambos géneros. Se evidencia el buen ajuste del modelo basados en splines. Por lo tanto se concluye que el modelo propuesto con splines es mucho más recomendable al momento de realizar predicciones.

Un problema con el modelo no basado en spline es que al ser cuadrático, eventualmente empezaría a bajar y esto podría no ser plausible, ya que AFH tiende a estabilizarse después de cierto tiempo.

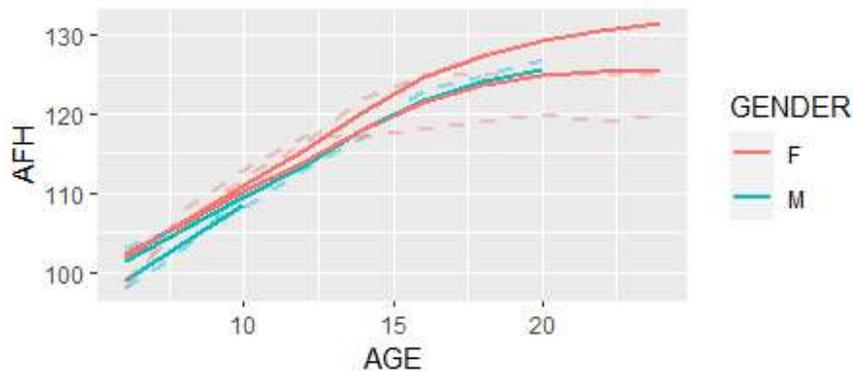


Figura 5: Perfiles observados y predichos de la altura facial anterior (AFH) basado en splines de 4 individuos de ambos géneros. Fuente: Elaboración Propia.

Tabla 3: Criterios para la selección de modelo mediante el Criterio de información de Akaike y BIC

Modelo	DF	AIC	BIC
Mod1	8	2107.25	2156.53
Mod2	12	2048.27	2118.09

Tabla 4: Criterios para la selección de modelo mediante el coeficiente de correlación intraclase (ICC)

Modelo	ICC
Mod 1	0.95
Mod 2	0.79

## 6. EVALUACIÓN DE PRECISIÓN DE LOS MODELOS AJUSTADOS

Se usan dos formas para medir la precisión del modelo lineal mixto: AIC, BIC, el  $R^2$  de Nakagawa y el ICC. Los resultados de los modelos ajustados han de explicar la medida de la altura facial anterior, en función de la variable edad (*Age*) y género (*Gender*).

El criterio de información de Akaike y el BIC. De acuerdo a los resultados presentados, ver Tabla 3, se recomienda al segundo modelo, modelo lineal mixto con intercepto, pendiente, término cuadrático aleatorio y funciones spline.

Así mismo, mediante el coeficiente de correlación intraclase (ICC) y el  $R^2$  de Nakagawa se determina cuál de los dos modelos ajustados pronostica mejor. De acuerdo a los resultados de la tabla 4, se concluye que el proceso de estimación que mejor pronostica es el modelo 1.

La tabla 5 muestra los resultados de  $R^2_{GLMM}$ , para la medida craneofacial altura facial anterior (AFH) propuestos por Stoffel *et al.* (2017).

Tabla 5:  $R^2$  de Nakagawa para los modelos mixtos ajustados a la altura facial anterior

Modelo	$R^2_{GLMM}$
Mod 1	0.975
Mod 2	0.982

## 7. CONCLUSIONES

Se evalúa el desempeño para la medida de crecimiento craneofacial altura facial anterior con modelos lineales mixtos por medio de los criterios de información Akaike, el BIC, el ICC y el  $R^2$  de Nakagawa para escoger el mejor modelo. Se obtienen los siguientes resultados:

En la medida craneofacial AFH, el modelo ajustado con splines fue el de mejor resultado, en términos del AIC y el BIC. El desempeño del modelo con splines genera una mayor plausibilidad que el modelo cuadrático, ya que para predicciones a largo plazo el modelo cuadrático decaerá. Para la medida AFH se estabiliza en una meseta y el modelo spline captura esa meseta. Sin embargo, el ICC para el modelo sin splines fue menor pero genera valor aceptable desde el punto de vista práctico. Si se calculan los valores para el ICC más allá de 20 años, los valores del modelo spline deben de ser mejores que los del modelo cuadrático. Una vez calculado el  $R^2$  de Nakagawa para AFH se evidencia, que el resultado del modelo 2 en esta medida presenta un valor consistentemente mayor. Es decir, las estimaciones del modelo 2 son mejores de acuerdo a este criterio. Se recomienda el uso de modelos basados en splines para modelar AFH.

### Contribución de los autores

Mariluz Trilleras-Mota se encargó de la implementación y ajuste de los modelos utilizando el software de R Studio, así como de la preparación inicial de la base de datos.

Mauricio Alejandro Mazo-Lopera brindó asesoramiento en la calibración de los modelos estadísticos, asegurando su precisión y fiabilidad.

Juan Carlos Salazar-Uribe formuló modelos adicionales y propuso estrategias estadísticas para el análisis y visualización de datos.

Luisa Fernanda Villegas-Trujillo contribuyó facilitando los datos de las medidas utilizadas en el análisis y participando activamente en la redacción y revisión de la sección relacionada con las medidas antropométricas de ortodoncia.

Iván Dario Jiménez-Vargas también proporcionó datos para los análisis y suscribió un acuerdo de confidencialidad para garantizar el uso adecuado de los datos. Además, colaboró en la redacción y revisión de la sección relacionada con las medidas antropométricas de ortodoncia.

Luis Gonzalo Alvarez-Sánchez aportó experiencia en la metodología estadística aplicada a la odontología y colaboró en la redacción y revisión de la sección relacionada con las medidas antropométricas de ortodoncia.

## Referencias

Casella, G. & Berger, R. L. (2002). *Statistical inference (Vol. 2)*. Duxbury Pacific Grove, CA.

Correa-Morales, J. C. & Salazar-Uribe, J. C. (2016). *Introducción a los modelos mixtos*. Universidad Nacional de Colombia–Sede Medellín.

- Cubillo, J. B. B. & Smith, J. B. (2006). Principales análisis cefalométricos utilizados para el diagnóstico ortodóntico. *Revista científica odontológica*, 2(1), 11–27. Colegio de Cirujanos Dentistas de Costa Rica.
- Faraway, J. J. (2016). *Extending the Linear Model with R: Generalized Linear, Mixed Effects and Nonparametric Regression Models*. CRC Press.
- Fitzmaurice, G. M., Laird, N. M. & Ware, J. H. (2012). *Applied longitudinal analysis*. John Wiley Sons.
- Hall, P. & Hooker, G. (2016). Truncated Linear Models for Functional Data. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 78(3), 637–653.
- Isern, G. & Cuesta, C. B. (2013). Elección del parámetro de suavizado óptimo en regresiones p-spline. Un estudio por simulación.
- Jiménez, I., Villegas, L., Salazar-Uribe, J. C. & Álvarez, L. (2020). Facial growth changes in a Colombian Mestizo population: An 18-year follow-up longitudinal study using linear mixed models. *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 157(3), 365–376.
- Lee, W.-J., Park, K.-H., Kang, Y.-G. & Kim, S.-J. (2021). Automated Real-Time Evaluation of Condylar Movement in Relation to Three-Dimensional Craniofacial and Temporomandibular Morphometry in Patients with Facial Asymmetry. *Sensors*, 21(8), 2591.
- RStudio (2020). *Integrated Development for R*. RStudio, PBC, Boston, MA. URL <http://www.rstudio.com>.
- Stoffel, M. A., Nakagawa, S. & Schielzeth, H. (2017). rptR: Repeatability estimation and variance decomposition by generalized linear mixed-effects models. *Methods in Ecology and Evolution*, 8(11), 1639–1644.
- Wu, H. & Zhang, J.-T. (2006). *Nonparametric regression methods for longitudinal data analysis: mixed-effects modeling approaches*. John Wiley & Sons.