

# **SOBRE “EL ÚNICO MISTERIO DE LA MECÁNICA CUÁNTICA” SEÑALADO POR FEYNMAN<sup>a</sup>**

## **ON FEYNMAN’S “ONLY MYSTERY OF QUANTUM MECHANICS”**

ROMÁN CASTAÑEDA<sup>b</sup>

Recibido 18-12-2023, aceptado 22-02-2025, version final 03-06-2025.

Artículo Investigación

**RESUMEN:** A mediados de los años 60, Richard Feynman calificó la interferencia con partículas de materia individuales como el único misterio de la mecánica cuántica porque, aunque esta ciencia predice con alta precisión los patrones de interferencia observados experimentalmente, no explica su fenomenología en detalle. Para resolver el misterio, se propone una lectura alternativa del aparato matemático de la interferencia, la cual parte de la medición de los patrones por detectores de módulo cuadrado y sintetiza un nuevo principio de interferencia en espacio libre, que se aplica de igual manera tanto en óptica como con partículas de materia individuales: el confinamiento en pozos espacialmente estructurados. Se analizan los aspectos medibles y no-medibles en esta fenomenología de la interferencia y se ilustra su eficacia y validez explicativa en experimentos de interferencia con electrones y moléculas individuales reportados en la literatura científica, resolviendo de esta manera el “único misterio de la mecánica cuántica” según Feynman.

**PALABRAS CLAVE:** Pozos Lorentzianos; potencial geométrico; confinamiento; interferencia; difracción.

**ABSTRACT:** In the mid-1960s, Richard Feynman called interference with singular matter particles the only mystery of quantum mechanics because, although this science predicts with high accuracy the interference patterns observed experimentally, it does not explain their phenomenology in detail. To solve the mystery, an alternative reading of the mathematical apparatus of interference is proposed, which starts from the measurement of the patterns by square modulus detectors and synthesizes a new principle of interference in free space, which is applied equally in optics as with singular matter particles: the confinement in spatially structured wells. The measurable and non-measurable aspects of this interference phenomenology are analyzed and its effectiveness and explanatory validity are illustrated in interference experiments with single electrons and singular molecules reported in the scientific literature, thus solving the “only mystery of quantum mechanics” according to Feynman.

**KEYWORDS:** Lorentzian wells; geometric potential; confinement; interference; diffraction.

---

<sup>a</sup>Castañeda, R. (2025). Sobre “El único misterio de la mecánica cuántica” señalado por Feynman. *Rev. Fac. Cienc.*, 14 (2), 81–107. DOI: <https://10.15446/rev.fac.cienc.v14n2.112177>

<sup>b</sup>Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín, Colombia.

Autor de correspondencia: [rcastane@unal.edu.co](mailto:rcastane@unal.edu.co)

## 1. INTRODUCCIÓN

El siglo 19 fue el siglo de oro de la concepción ondulatoria de la luz. Thomas Young lo inauguró en 1801 con su célebre experimento de la doble rendija, que le permitió establecer el principio de superposición de ondas como fundamento fenomenológico de la interferencia de la luz (Young, 1804). Hacia 1815, Augustin Fresnel dio a conocer su *Memoire sur la diffraction de la lumière* (Fresnel, 1818) aportando el modelo teórico para la difracción de la luz, fenómeno no solo observado y reportado por primera vez por Francesco Grimaldi, sino también bautizado por él con ese término hacia 1650 (Grimaldo, 1665). En 1865, James Clerk Maxwell alcanzó la cima de ese siglo de oro al proponer teóricamente que la luz era una onda electromagnética (Maxwell, 1865). Las evidencias experimentales fueron aportadas por Heinrich Hertz (Hertz, 1892) unos ocho años después de la muerte de Maxwell. De esta manera, se construyó la fenomenología completa del comportamiento ondulatorio de la luz, con excepción de un único aspecto que quedó pendiente para el siglo 20: ¿por qué la luz no siempre interfiere? Esta pregunta fundamental fue resuelta a mediados de los años 50 por la Teoría de Coherencia Óptica de Emil Wolf (Born & Wolf, 2003).

También en el siglo 20, la interferencia con partículas de materia (incluyendo electrones, átomos y moléculas) fue establecida como un hecho cuántico con evidencias experimentales. En De Martini *et al.* (1994) se hace un recuento pormenorizado de los avances experimentales de la interferencia cuántica hasta hace 30 años. Los avances posteriores no agregan nuevas situaciones experimentales a las requeridas para respaldar la interpretación fenomenológica que proponemos. No obstante, a mediados de los años 60, Richard Feynman describió un experimento de interferencia de doble rendija con electrones individuales, afirmando que se trataba de “A phenomenon which is impossible to explain in any classical way and which has in it the heart of Quantum Mechanics. In reality, it contains the only mystery of Quantum Mechanics” (Feynman *et al.*, 1965). El experimento consiste en un conjunto de eventos, llamados realizaciones individuales, en cada uno de los cuales un único electrón es emitido, cruza sólo una de las rendijas y es finalmente aniquilado por el detector en un punto del plano de salida. Además, cada realización individual está separada por lapsos en los que no hay electrones en el interferómetro, de suerte que no hay conexiones o interacciones entre los electrones de diferentes realizaciones experimentales.

Feynman encontró misterioso que, luego de un número significativo de realizaciones experimentales con ambas rendijas abiertas, el detector registre un patrón de interferencia, aunque cada electrón individual sólo cruce por una de ellas; mientras que no se registre ningún patrón de interferencia si una de las rendijas se cierra durante todo el experimento, y los electrones simplemente crucen por la que permanece abierta. Tampoco se registra patrón de interferencia si el experimento se efectúa en dos series consecutivas de realizaciones experimentales, en las que una rendija distinta está bloqueada. En todos los casos, cada electrón individual cruza una abertura, pero únicamente cuando ambas rendijas están abiertas en el momento de cruce de los electrones, el patrón de interferencia se forma. Se ha reportado evidencia experimental que confirma esta descripción de Feynman (Bach *et al.*, 2013; Tavabi *et al.*, 2019).

La sentencia de Feynman advierte que la fenomenología que explica la interferencia óptica no es válida para explicar la interferencia con partículas de materia, pues en interferencia óptica se superponen ondas emitidas desde ambas aberturas simultáneamente. También advierte que la mecánica cuántica no aporta una explicación fenomenológica para ese comportamiento de las partículas. La historia justifica la sentencia, porque la polémica entre Louis de Broglie primero y Erwin Schrödinger después con la llamada Escuela de Copenhague, liderada por Niels Bohr, condujo a la conclusión, aceptada hasta ahora, de que la superposición de funciones de onda cuánticas sólo puede considerarse como una estrategia matemática, en el espacio de Hilbert, para calcular densidades de probabilidad de resultados experimentales. Tal interpretación fue enunciada en postulados (no en una teoría formal) por Max Born hacia 1925 (Feynman *et al.*, 1965), e incluye a la interferencia con partículas de materia, no obstante que la densidad de probabilidad correspondiente al patrón de interferencia se calcula emulando a la interferencia óptica en el espacio de Hilbert, es decir, superponiendo de frentes de onda cuánticos de partículas libres, provenientes de ambas aberturas. Se ha apelado a hipótesis exóticas para justificar ese cálculo, como por ejemplo, la deslocalización de la partícula al momento de cruce por la pantalla de doble rendija y la consecuente auto-interferencia. Lo problemático de esas hipótesis es que atribuyen la responsabilidad de un fenómeno a una partícula inerte y no a la acción de agentes externos aplicados. Es un hecho comprobado, que Feynman tiene en cuenta, que la emisión de partículas materiales y su detección son eventos locales. Si esa naturaleza local de la partícula libre, restringida apenas por el principio de indeterminación, cambia al momento de cruce por la pantalla, ello sería consecuencia de una capacidad propia de la partícula y no de un agente externo que la obligue. Además, como su nombre lo indica, la auto-interferencia subraya esa capacidad de la partícula de incidir en su propio estado. La lógica de esas hipótesis parece aún a las concepciones físicas anteriores al principio de inercia.

Justos reclamos posteriores, como el enunciado por Asher Peres 30 años después del experimento pensado por Feynman: “quantum phenomena do not occur in a Hilbert space, they occur in a laboratory” (Peres, 1995) han mantenido vigente la polémica, aunque sin avanzar definitivamente en la propuesta de una fenomenología para dicha modalidad de interferencia.

Si atendemos a la regla de filosofía natural de Isaac Newton que afirma que efectos de igual género deben ser atribuidos, en la medida de lo posible, a las mismas causas (Newton, 1686), habría que aceptar que la formulación de una fenomenología que unifique a la interferencia óptica con la interferencia de partículas de materia continúa siendo un reto no resuelto, un siglo después del establecimiento de la Mecánica Cuántica. Además, la regla sugiere abordar dicho reto “en la medida de lo posible”, en lugar de formular fenomenologías separadas para esas modalidades de interferencia. El reto parece ser de principio puesto que ya se ha probado que las funciones de onda cuántica carecen de realidad física, y esta condición impide que la superposición de ondas pueda considerarse como el fundamento fenomenológico generalizado de la interferencia, a pesar de su amplia aceptación y eficacia como principio de la interferencia óptica.

En este artículo se discute una ruta alternativa que conduce al principio fundamental de una fenomenología generalizada de la interferencia en espacio ordinario, que es afín al reclamo de Peres y se apoya en múltiples resultados experimentales de interferencia con electrones e incluso moléculas reportados por otros autores (Nairz *et al.*, 2003; Juffmann *et al.*, 2012; Matteucci *et al.*, 2013), constituyéndose en una propuesta de solución definitiva para el único misterio de la Mecánica Cuántica señalado por Feynman. También se analiza el rol de los algoritmos de modelamiento numérico en la formulación de dicha fenomenología.

## 2. LA ESCRITURA DE LOS FUNDAMENTOS

Hace cuatro siglos, Galileo Galilei escribió una célebre sentencia: “La filosofía está escrita en ese grandísimo libro [de la naturaleza] que continuamente está abierto ante nuestros ojos (me refiero al universo), pero no se puede entender si antes no se aprende a entender la lengua, y conocer los caracteres en los que está escrito. Este libro está escrito en lengua matemática, y los caracteres son triángulos, círculos, y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender ni una palabra; sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto” (Galilei, 1623).

El “libro de la interferencia” fue abierto a inicios del siglo 19, con el experimento de doble rendija de Young, quien lo reportó en *The Bakerian Lecture*, ante la Royal Society (Young, 1804). Su comprensión se consolidó durante ese siglo, logrando el diseño y operación de los prototipos de los interferómetros ópticos actuales que aportaron, desde entonces, un número importante de interferogramas registrados en múltiples situaciones experimentales, tanto de ciencia básica como de aplicaciones tecnológicas (Born & Wolf, 2003; Malacara, 2007). La historia de los interferómetros para partículas de materia en el siglo 20 ha tenido logros y resultados reportados de similar importancia (De Martini *et al.*, 1994; Nairz *et al.*, 2003; Frabboni *et al.*, 2012; Juffmann *et al.*, 2012; Matteucci *et al.*, 2013; Bach *et al.*, 2013). En contraste, ese significativo volumen de resultados experimentales no condujo a la inducción de un principio fenomenológico general para la interferencia, lo que nos permite concluir que la regla de filosofía natural de Newton, ampliamente aceptada, que estipula que las leyes de la física deben establecerse por inducción de los experimentos (Newton, 1686), no parece haber sido atendida de manera idónea en este caso.

Tal problema, abierto desde hace alrededor de un siglo, precisa una relectura de los fundamentos matemáticos del “libro de la interferencia”, buscando nuevos significados fenomenológicos conducentes a la síntesis de dicho principio general. Con tal fin, hemos enfocado el modelamiento de la interferencia en la medición de los patrones en interferómetros de laboratorio, cuyo diagrama conceptual se esquematiza en la Figura 1 (Castañeda *et al.*, 2016; Castañeda & Matteucci, 2017; Castañeda *et al.*, 2022; Castañeda *et al.*, 2023). La medición se realiza mediante un detector de módulo cuadrado, ubicado en el plano S. Estos detectores son dispositivos que elaboran un dato (un número real y positivo, usualmente en formato de señal eléctrica) correspondiente a la energía luminosa o de las partículas que inciden sobre el pixel ubicado en cada pun-

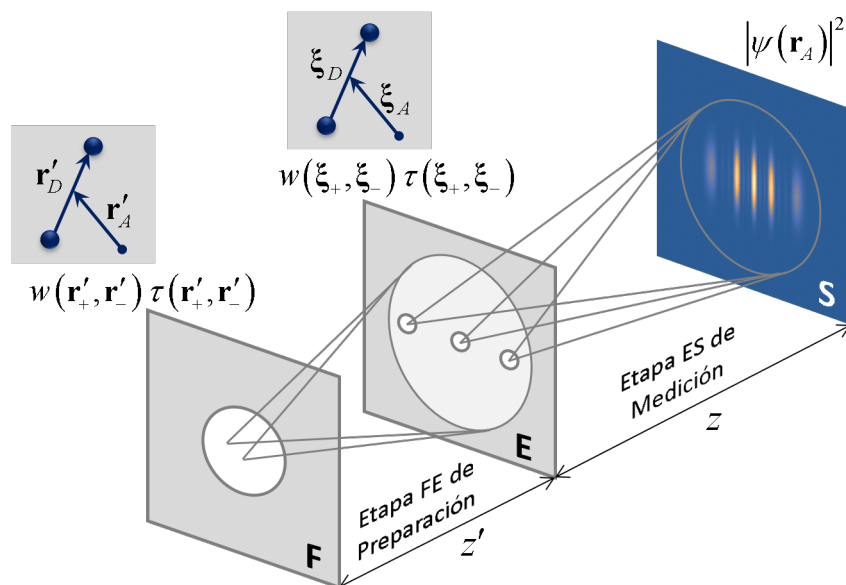


Figura 1: Diagrama conceptual de un interferómetro en la configuración P&M (Preparación y Medición). La fuente de ondas o de partículas se ubica en el plano F. La máscara o dispositivo para interferencia o difracción se ubica en el plano E y el detector se ubica en el plano S. Los recuadros cercanos a los planos F y E especifican las coordenadas reducidas para pares de puntos en dichos planos. Se indican las funciones de interés en cada plano, las cuales se explican en el texto. Fuente: Elaboración propia.

to específico del área de detección,  $\mathbf{r}_A$ . Dicha energía se describe de manera general mediante la función  $|\psi(\mathbf{r}_A)|^2$ , Figura 1, cuya forma matemática se presenta más adelante.

Si el tiempo de integración del detector es largo en comparación con la duración de las fluctuaciones de la energía incidente sobre cada pixel, el dato elaborado corresponderá al promedio de ensamble de dichas fluctuaciones (Mandel & Wolf, 1995). No obstante, desde finales del siglo 20 se cuenta con combinaciones interesantes de detectores rápidos y fuentes, tanto de fotones como de partículas de materia individuales, que permiten poner en operación interferómetros en los que el patrón de interferencia se forma a partir de la acumulación de eventos individuales de detección, causados por el arribo de fotones o partículas de materia individuales con espaciamiento temporal mayor al tiempo de integración del detector. Tales experimentos de interferencia se caracterizan por secuencias binarias de eventos de valor 1 separados por eventos de valor 0. En los primeros, un corpúsculo único (fotón o partícula de materia) es emitido localmente en un punto de la fuente, se propaga en el interferómetro y es aniquilado localmente por absorción en un pixel del detector. El término local está limitado sólo por el principio de indeterminación. En los eventos de valor cero, ningún corpúsculo se encuentra en el interferómetro, de manera que los corpúsculos de diferentes eventos de valor 1 no interactúan entre sí ni están conectados en forma alguna. Esta metodología permitió reportar evidencia experimental que confirma el análisis fenomenológico de la interferencia de Young con electrones individuales hecho por Feynman, dos décadas después de su muerte (Frabboni *et al.*, 2012; Bach *et al.*, 2013; Matteucci *et al.*, 2013; Tavabi *et al.*, 2019).

La formalización teórica de la interferencia de Young con electrones individuales parte de la ecuación de Schrödinger para partículas libres de masa  $m$ ,  $\nabla^2 \Psi(\mathbf{r}, t) = -i \frac{2m}{\hbar} \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$ , con  $\hbar = h/2\pi$  y  $h$  la constante de Planck, cuya solución, ampliamente conocida (Feynman *et al.*, 1965), toma la forma armónica:

$$\Psi_-(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) a \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right) \quad (1)$$

de frecuencia  $\omega = \frac{E}{\hbar}$ , con  $E$  la energía de la partícula y  $a$  un escalar determinado por condiciones iniciales. Además,  $\psi(\mathbf{r})$  son las funciones propias del operador Laplaciano en la ecuación de Helmholtz  $\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + k^2 \psi(\mathbf{r}) = 0$ . Es importante anotar que nos apoyaremos en las características matemáticas de  $\Psi_-(\mathbf{r}, t)$  y  $\psi(\mathbf{r})$  sin recurrir a sus interpretaciones físicas acostumbradas de función de onda y de frente de onda, respectivamente. Así mismo, consideraremos que  $\Psi_-(\mathbf{r}, t)$  y  $\psi(\mathbf{r})$  son las representaciones de coordenadas en el espacio ordinario de los *kets*  $|\Psi_- \rangle$  y  $|\psi \rangle$  en la notación de Dirac.

En un arreglo experimental en espacio ordinario, el eje  $z$  (Figura 1) tiene dos grados de libertad en orientación, de modo que la propagación de las partículas en esos dos grados de libertad se representa por las componentes armónicas  $\exp(\pm i \frac{E}{\hbar} t)$ . Se concluye entonces que la Ecuación (1) sólo atiende a uno de los grados de libertad posibles en el experimento. La expresión independiente de la orientación del arreglo deberá contener ambos grados de libertad. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que la ecuación de Schrödinger tiene simetría temporal impar, esto es:  $\nabla^2 \Psi_+(\mathbf{r}, t) = \exp(i \frac{E}{\hbar} t) \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) = -k^2 \Psi_+(\mathbf{r}, t)$  mientras que  $-i \frac{2m}{\hbar} \frac{\partial \Psi_+(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{2mE}{\hbar^2} \Psi_+(\mathbf{r}, t)$ .

Por lo tanto, debe cambiarse  $t$  por  $-t$  en la derivada temporal de  $\Psi_+(\mathbf{r}, t)$  para satisfacer la ecuación de Schrödinger. Ese requerimiento de inversión temporal implica que la función propia que representa la propagación de partículas individuales, con independencia de la orientación del eje del interferómetro, toma la forma:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi_-(\mathbf{r}, t) + \Psi_+(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) \left( a \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right) - a^* \exp\left(i \frac{E}{\hbar} t\right) \right). \quad (2)$$

Consideremos ahora las coordenadas reducidas esquematizadas en la Figura 1 para parejas específicas de puntos en los planos  $F$  y  $E$ , así como puntos individuales en el plano  $S$ . Así, la energía registrada cuando una partícula individual llega al píxel del detector ubicado en  $\mathbf{r}_A$  está determinada por  $\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$ , con  $\hat{H}$  el operador Hamiltoniano que, en espacio-tiempo ordinario se escribe  $\hat{H} \equiv i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ .

Por lo tanto,  $\hat{H} | \Psi \rangle \equiv E \psi(\mathbf{r}_A) (a \exp(-i \frac{E}{\hbar} t) + a^* \exp(i \frac{E}{\hbar} t))$  puesto que el efecto de la simetría temporal impar de la ecuación de Schrödinger fue incorporado en la Ecuación (2) y no se repite ahora con el Hamiltoniano. Entonces,

$$\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle \equiv \hbar \omega |\psi(\mathbf{r}_A)|^2 (a^* a + a a^*), \quad (3)$$

donde  $E = \hbar\omega$  y se ha tenido en cuenta que los dos grados de libertad en orientación del eje del interferómetro son mutuamente independientes, puesto que en el plano del detector las partículas son aniquiladas y no se reflejan. Sabemos que  $|\psi(\mathbf{r}_A)|^2 = \langle \mathbf{r}_A | \psi \rangle \langle \psi | \mathbf{r}_A \rangle$  y que los escalares  $a^*, a$  corresponden a los valores propios de los operadores escalera o de creación y aniquilación  $\hat{a}^\dagger, \hat{a}$  respectivamente, de manera que la Ecuación (3) toma la forma  $\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle \equiv \hbar\omega \langle \mathbf{r}_A | \psi \rangle \langle \psi | \mathbf{r}_A \rangle (\hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{a} \hat{a}^\dagger)$ .

En general, las partículas con masa son fermiones y, por lo tanto, sus conjuntos están sujetos al principio de exclusión, caracterizado por el anti-conmutador  $\{\hat{a}^\dagger, \hat{a}\} = \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{a} \hat{a}^\dagger = 1$  (Zeidler, 2011). Sin embargo, las realizaciones experimentales individuales son sistemas de partícula única, en los que el principio de exclusión es irrelevante. Entonces, para caracterizar los operadores escalera se introducen las variables canónicas de posición  $q(t) = a^* \exp(i\omega t) + a \exp(-i\omega t)$  y de momentum  $p(t) = \frac{\partial q(t)}{\partial t}$ , esto es  $p(t) = -i\omega(-a^* \exp(i\omega t) + a \exp(-i\omega t))$ , de la partícula (Zeidler, 2011), de suerte que  $-\omega^2 q(t) = \frac{\partial p(t)}{\partial t}$ . Siguiendo el procedimiento cuántico estándar, las variables canónicas se reemplazan por los operadores  $\hat{q}$  y  $\hat{p}$  respectivamente, cuyas reglas de conmutación son  $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar$  y  $[\hat{q}, \hat{q}] = [\hat{p}, \hat{p}] = 0$ . Estos operadores conducen a las definiciones  $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}}(\omega\hat{q} + i\hat{p})$  y  $\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}}(\omega\hat{q} - i\hat{p})$  para los operadores de aniquilación y creación respectivamente, cuyas reglas de conmutación son  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$  y  $[\hat{a}, \hat{a}] = [\hat{a}^\dagger, \hat{a}^\dagger] = 0$ . En consecuencia,  $\hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{a} \hat{a}^\dagger = 2\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1$  en la Ecuación (3), con  $\hat{a}^\dagger \hat{a} = \hat{n}$  el operador número, es decir  $\langle n | \hat{n} | n \rangle = n$  es el número de partículas.

Finalmente, como la energía entregada en cada punto del detector por la llegada de  $n$  partículas es una cantidad real y positiva, puede escribirse como  $\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle = \langle \mathbf{r}_A, n | \Upsilon \rangle \langle \Upsilon | \mathbf{r}_A, n \rangle \equiv |\Upsilon_n(\mathbf{r}_A)|^2$ , de manera que la Ecuación (3) puede expresarse como  $\langle \mathbf{r}_A, n | \Upsilon \rangle \langle \Upsilon | \mathbf{r}_A, n \rangle \equiv 2\hbar\omega \langle \mathbf{r}_A | \psi \rangle \langle \psi | \mathbf{r}_A \rangle (\langle n | \hat{n} | n \rangle + \frac{1}{2})$ . Esta expresión involucra los dos grados de libertad en orientación del eje del interferómetro, así que el experimento realizado con cualquiera de esas orientaciones se describe así:

$$\langle \mathbf{r}_A, n | \Upsilon \rangle \langle \Upsilon | \mathbf{r}_A, n \rangle = \hbar\omega \left( n + \frac{1}{2} \right) \langle \mathbf{r}_A | \psi \rangle \langle \psi | \mathbf{r}_A \rangle. \quad (4)$$

La Ecuación (4) es de naturaleza corpuscular y describe tanto los eventos de orden 1 como los de orden 0 en un experimento de interferencia con partículas de materia individuales. Por ese motivo, la hemos denominado *Ecuación Canónica de la Interferencia*. El factor  $\langle \mathbf{r}_A | \psi \rangle \langle \psi | \mathbf{r}_A \rangle = |\psi(\mathbf{r}_A)|^2$  determina la probabilidad cuántica de llegada de una partícula a cada pixel del detector, donde  $\psi(\mathbf{r}_A)$  es la función propia del operador Laplaciano en la ecuación de Helmholtz  $\nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + k^2 \psi(\mathbf{r}) = 0$ , evaluada en el plano del detector, la cual se determina de manera exacta (no-paraxial) mediante la expansión: (Castañeda *et al.*, 2022)

$$|\psi(\mathbf{r}_A)|^2 = \int_E \int_E d^2 \xi_A d^2 \xi_D w(\xi_+, \xi_-) \tau(\xi_+, \xi_-) \Phi(\xi_+, \xi_-, \mathbf{r}_A, \mathbf{z}, k) \quad (5)$$

donde  $w(\xi_+, \xi_-) = \psi(\xi_+) \psi^*(\xi_-)$  y  $\tau(\xi_+, \xi_-) = t(\xi_+) t^*(\xi_-)$  denotan la *función de no-localidad preparada* y la *función de transmisión no-local* (Castañeda *et al.*, 2022) definidas en el plano E del interferómetro, Figura 1.  $\psi(\xi_\pm)$  es la función propia del operador Laplaciano evaluada en la pareja de puntos

$\xi_{\pm} = \xi_A \pm \xi_D/2$  de dicho plano, mientras que  $t(\xi_{\pm}) = |t(\xi_{\pm})| \exp(\phi(\xi_{\pm}))$  es la función de transmisión del dispositivo interferométrico ubicado en el plano E (usualmente una máscara de amplitud y/o fase), en dicha pareja de puntos, con  $0 \leq |t(\xi_{\pm})|^2 \leq 1$  su transmitancia (Born & Wolf, 2003). Debe notarse que las coordenadas reducidas  $\xi_{\pm}$  identifican unívocamente parejas de puntos en el plano E, separadas por el vector  $\xi_D$  y cuyo punto medio está ubicado en la posición  $\xi_A$ , Figura 1. Además,  $w(\xi_+, \xi_-) = w^*(\xi_-, \xi_+)$  y  $\tau(\xi_+, \xi_-) = \tau^*(\xi_-, \xi_+)$ .

Por otra parte, se ha establecido que el *kernel* exacto (no-paraxial) en la integral de la Ecuación (5) es una función puramente geométrica, tridimensional, determinística e independiente del tiempo (estática), definida en el volumen de la etapa de medición, Figura 1, cuya forma matemática es: (Castañeda *et al.*, 2020):

$$\Phi(\xi_+, \xi_-, \mathbf{r}_A, \mathbf{z}, k) = \left(\frac{k}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+|^2}\right) \left(\frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-|^2}\right) \exp(ik|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+| - ik|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-|), \quad (6)$$

de modo que  $\Phi(\xi_+, \xi_-, \mathbf{r}_A, \mathbf{z}, k) = \Phi^*(\xi_-, \xi_+, \mathbf{r}_A, \mathbf{z}, k)$ . Una característica del *kernel* de importancia particular es su independencia de los atributos físicos y estadísticos de las partículas de materia en el interferómetro. En otras palabras, la materia no lo origina. En notación de Dirac, los modos del *kernel* constituyen la representación de coordenadas de la matriz de densidad  $|\Theta(\xi_+)\rangle\langle\Theta(\xi_-)|$ , es decir  $\langle\mathbf{r}_A|\Theta(\xi_+)\rangle\langle\Theta(\xi_-)|\mathbf{r}_A\rangle = \Phi(\xi_+, \xi_-, \mathbf{r}_A, \mathbf{z}, k)$ . Por lo tanto, de las expresiones anteriores se deduce directamente el operador de densidad, cuya representación de coordenadas es la Ecuación Canónica de la Interferencia:

$$|\Upsilon_0\rangle\langle\Upsilon_0| = \hbar\omega \left(\hat{n} + \frac{1}{2}\right) \int_E \int_E d^2\xi_A d^2\xi_D w(\xi_+, \xi_-) \tau(\xi_+, \xi_-) |\Theta(\xi_+)\rangle\langle\Theta(\xi_-)|. \quad (7)$$

Lo denominamos *Operador Cuántico no-paraxial de Interferencia*, y es la expresión generalizada, exacta y exhaustiva para describir la interferencia con fotones y partículas de materia singulares, así como con luz clásica. Debe notarse que la configuración del interferómetro determina esencialmente la función de no-localidad en el plano E (Castañeda *et al.*, 2022; Castañeda *et al.*, 2023)  $\kappa(+, \xi_-) = w(\xi_+, \xi_-) \tau(\xi_+, \xi_-)$ , la cual opera como un filtro modal, seleccionando y sopesando los modos no-locales de la matriz de densidad  $|\Theta(\xi_+)\rangle\langle\Theta(\xi_-)|$ . Más aún, esta función es una condición necesaria y suficiente para la interferencia pues sus valores no-nulos activan los modos no-locales de la matriz de densidad establecidos en el volumen de la etapa de medición del interferómetro en la Figura 1. La presencia de  $n$  partículas es más bien de carácter pasivo, pues, está representada por el escalar  $n\hbar\omega$ . Este importante rol del interferómetro es consistente con los fundamentos de la mecánica cuántica establecidos en profundas discusiones tempranas, como las adelantadas por Einstein y Bohr (Einstein *et al.*, 1935; Bohr, 1935).

De especial interés es el operador cuántico de interferencia para los eventos de valor 0, para los cuales se cumple  $\langle 0|\hat{n}|0\rangle = 0$ , es decir, los lapsos en los que no hay partículas en el interferómetro. Es sorprendente



que la ecuación canónica no se cancela en estos eventos, sino que toma la forma

$$\langle \mathbf{r}_A, 0 | \Upsilon_0 \rangle \langle \Upsilon_0 | \mathbf{r}_A, 0 \rangle = \langle \mathbf{r}_A, 0 | \Upsilon_0 \rangle \langle \Upsilon_0 | \mathbf{r}_A, 0 \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} \int_E d^2 \xi_A d^2 \xi_D w(\xi_+, \xi_-) \tau(\xi_+, \xi_-) \langle \mathbf{r}_A | \Theta(\xi_+) \rangle \langle \Theta(\xi_-) | \mathbf{r}_A \rangle, \quad (8)$$

indicando que los modos geométricos que determinan la morfología de la interferencia realmente viven en el vacío, con la energía del vacío  $\hbar\omega/2$ . Este aspecto nos permite inferir que el *kernel*  $\langle \mathbf{r}_A | \Theta(\xi_+) \rangle \langle \Theta(\xi_-) | \mathbf{r}_A \rangle = \Phi(\xi_+, \xi_-, \mathbf{r}_A, \mathbf{z}, k)$  representa una propiedad geométrica del espacio ordinario, que distribuye espacialmente la probabilidad cuántica de las partículas individuales. Tal distribución termina manifestándose como un “confinamiento” de las partículas en su propagación a través del interferómetro. A causa de ese confinamiento, las partículas terminan mapeando la estructura geométrica del espacio ordinario, dando lugar al *interferograma* descrito por la ecuación canónica de la interferencia.

Es importante anotar que el acople de una partícula de materia de energía  $E = \hbar\omega$  a modos particulares del espacio ordinario, se realiza en virtud de los significados geométrico y físico del parámetro  $k$ . El primero, conferido por la ecuación de Helmholtz, es  $k = 2\pi/\lambda$  con  $\lambda$  la longitud en la que el argumento de la función propia en la Ecuación (6) evoluciona en  $2\pi$ , (Born & Wolf, 2003; Castañeda *et al.*, 2020). Así,  $\lambda$  establece un cierto tipo de métrica espacial para cada forma específica de la función propia. El segundo significado, conferido por la ecuación de Schrödinger, es  $k = p/\hbar$ , con  $p$  el *momentum* de las partículas de materia. Estos dos aspectos del parámetro conducen directamente a la relación de *De Broglie* (Feynman *et al.*, 1965)  $\lambda = h/p$ , que debe entenderse como la condición de acople de una partícula de materia de *momentum*  $p$  a un modo no-local cuyas modulaciones espaciales tienen métrica  $\lambda$ .

Para una comprensión más detallada de la fenomenología generalizada que proponemos, es útil separar las contribuciones de las componentes local y no-local del integrando de la Ecuación (5). Esto se logra insertando la función adimensional  $1 \equiv \delta(\xi_D) + (1 - \delta(\xi_D))$ , con  $\delta(\xi_D)$  la función delta de Dirac, en la integral de esa expresión, de manera que pueda escribirse como:

$$|\psi(\mathbf{r}_A)|^2 = |\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2 + \Lambda(\mathbf{r}_A), \quad (9)$$

con

$$|\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2 = \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 \int_E d^2 \xi_A |\psi(\xi_A)|^2 |t(\xi_A)|^2 \left( \frac{\mathbf{z} + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_A|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_A|^2} \right)^2, \quad (10)$$

la contribución de la componente local, y

$$\Lambda(\mathbf{r}_A) = 2 \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 \int_E \int_{\substack{E \\ \xi_D \neq 0}} d^2 \xi_A d^2 \xi_D |w(\xi_+, \xi_-)| |\tau(\xi_+, \xi_-)| \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+|^2} \right) \\ \times \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-|^2} \right) \cos(k|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+| - k|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-| + \alpha(\xi_+, \xi_-) + \beta(\xi_+, \xi_-)), \quad (11)$$

la contribución de la componente no-local, donde se han tenido en cuenta las simetrías hermíticas  $w(\xi_+, \xi_-) = w^*(\xi_-, \xi_+)$ ,  $\tau(\xi_+, \xi_-) = \tau^*(\xi_-, \xi_+)$  y  $\Phi(\xi_+, \xi_-, \mathbf{r}_A, \mathbf{z}, k) = \Phi^*(\xi_-, \xi_+, \mathbf{r}_A, \mathbf{z}, k)$ , con  $w(\xi_+, \xi_-) = |w(\xi_+, \xi_-)| \exp(i\alpha(\xi_+, \xi_-))$  y  $\tau(\xi_+, \xi_-) = |\tau(\xi_+, \xi_-)| \exp(i\beta(\xi_+, \xi_-))$ .

De la Ecuación (10) se obtiene la contribución de un punto aislado en cualquier posición  $\xi_A = \xi_0$  de E considerando  $|t(\xi_0)|^2 = 1$  y  $|t(\xi_A \neq \xi_0)|^2 = 0$ , la cual está dada por

$$|\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2 = \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 |\psi(\xi_0)|^2 |t(\xi_0)|^2 \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_0|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_0|^2} \right)^2. \quad (12)$$

Este resultado indica que:

- (i) Las contribuciones locales individuales solo toman valores reales y positivos, los cuales son directamente medibles por detección de módulo cuadrado a cualquier distancia  $z \geq 0$ .
- (ii) Las contribuciones locales son independientes de la no-localidad preparada en el plano E.  
De hecho,  $|\psi(\mathbf{r}_A)|^2 = |\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2$  para  $w(\xi_+, \xi_-) = 0$  con  $\xi_D \neq 0$ , ya que en este caso  $\Lambda(\mathbf{r}_A) = 0$ .
- (iii) Todas las contribuciones locales individuales tienen exactamente la misma geometría asociada, determinada por el *kernel* de la Ecuación (12), el cual no presenta los factores armónicos o factores de fase que caracterizan a las funciones de onda, es decir, no representa comportamientos ondulatorios. Tampoco presenta las modulaciones espaciales cosenoidales que caracterizan a la interferencia.

En contraste, la componente no-local resulta de contribuciones de cada pareja de puntos. Aislado la pareja en las posiciones  $\xi_{\pm} = \xi_0 \pm \mathbf{a}/2$  de E mediante la función de transmisión no-local  $\tau(\xi_+, \xi_-) = t(\xi_0 + \mathbf{a}/2)t^*(\xi_0 - \mathbf{a}/2) = 1$  y  $\tau(\xi_+, \xi_-) = 0$  para  $\xi_{\pm} \neq \xi_0 \pm \mathbf{a}/2$ , de la Ecuación (11) se obtiene

$$\Lambda(\mathbf{r}_A) = 2 \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 |w(\xi_0 \pm \mathbf{a}/2)| |\tau(\xi_0 \pm \mathbf{a}/2)| \left( \frac{z + |\mathbf{r}_A - \xi_0 - \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_0 - \mathbf{a}/2|} \right) \cdot \left( \frac{z + |\mathbf{r}_A - \xi_0 + \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_0 + \mathbf{a}/2|} \right) \\ \times \cos(k|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_0 - \mathbf{a}/2| - k|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_0 + \mathbf{a}/2| + \alpha(\xi_0 + \mathbf{a}/2) + \beta(\xi_0 + \mathbf{a}/2)). \quad (13)$$

Las Ecuaciones (11) y (13) indican que:

- (i) Cada modo no-local de  $\Lambda(\mathbf{r}_A)$  está asociado a una pareja específica de puntos en E,  $\xi_{\pm}$ , por lo que su activación en la etapa de medición del interferómetro depende íntimamente de la filtración modal realizada por la no-localidad preparada en el plano E. En efecto, las contribuciones no-locales para las cuales  $|w(\xi_0 \pm \mathbf{a}/2)| = 0$  son eliminadas y aquellas para las cuales  $|w(\xi_0 \pm \mathbf{a}/2)| \neq 0$  son sopesadas. Así, aunque la no-localidad preparada no es directamente medible por detectores de módulo cuadrado en el plano E, es la condición necesaria y suficiente, es decir, la causa fenomenológica de la interferencia (Born & Wolf, 2003; Castañeda *et al.*, 2022).
- (ii) Los modos no-locales toman valores reales, positivos y negativos, por lo que no son directamente medibles por detección de módulo cuadrado en el plano S, a cualquier distancia  $z \geq 0$ . El término "medición directa" se realizaría eliminando previamente  $|\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2$  en la Ecuación (9).
- (iii) Todos los modos no-locales tienen geometría cosenoidal, determinada por el *kernel* de la Ecuación (13), que corresponde a las modulaciones espaciales características de la interferencia. Pero la morfología específica cambia, tanto en orientación espacial como en frecuencia espacial dependiendo de la ubicación del punto medio  $\xi_0$  entre la pareja de puntos considerada, y de la longitud y orientación del vector de separación  $\mathbf{a}$ . En consecuencia, la Ecuación (11) tiene una morfología específica que depende de la distribución de las parejas de puntos en el plano E. Esta morfología determina el patrón de interferencia que debe ser registrado por el detector de módulo cuadrado en el plano S.

Del análisis anterior se concluye que la mensurabilidad bajo el esquema de detección de módulo cuadrado, del patrón de interferencia descrito por la ecuación canónica de la interferencia requiere ambos términos de la Ecuación (9) y el cumplimiento de la condición  $|\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2 \geq |\Lambda(\mathbf{r}_A)|$  para  $\Lambda(\mathbf{r}_A) < 0$ . La Ecuación (9) indica además que, aunque la contribución de la componente no-local  $\Lambda(\mathbf{r}_A)$  no es directamente medible, es posible inferir su existencia a posteriori, a través del procesamiento apropiado de los datos medidos de  $|\psi(\mathbf{r}_A)|^2$ .

Por otra parte, el montaje experimental de la Figura (1) es conservativo, esto es, la energía total medida en el área completa del detector en S debe igualar a la energía total que emerge del área completa del plano E (Born & Wolf, 2003). Esta ley de conservación de la energía se expresa como  $\int_S d^2\mathbf{r}_A |\psi(\mathbf{r}_A)|^2 = \int_E d^2\xi_A |\psi(\xi_A)|^2 |t(\xi_A)|^2$ , con  $\int_S d^2\mathbf{r}_A |\psi(\mathbf{r}_A)|^2 = \int_S d^2\mathbf{r}_A |\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2 + \int_S d^2\mathbf{r}_A \Lambda(\mathbf{r}_A)$ , donde

$$\int_S d^2\mathbf{r}_A |\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2 = \left(\frac{k}{4\pi}\right)^2 \int_E d^2\xi_A |\psi(\xi_A)|^2 |t(\xi_A)|^2 \int_S d^2\mathbf{r}_A \left(\frac{z + |z + \mathbf{r}_A - \xi_A|}{|z + \mathbf{r}_A - \xi_A|^2}\right)^2,$$

lo que conduce a  $\int_S d^2\mathbf{r}_A \left(\frac{z + |z + \mathbf{r}_A - \xi_A|}{|z + \mathbf{r}_A - \xi_A|^2}\right)^2 = 1$  y  $\int_S d^2\mathbf{r}_A \Lambda(\mathbf{r}_A) = 0$  a cualquier distancia  $z \geq 0$  entre los planos E y S. Es decir, la energía en cada pixel del detector en el plano S es una fracción de la energía total que emerge del plano E, determinado por el coeficiente  $|\psi(\xi_A)|^2 |t(\xi_A)|^2$  de la parte local en S. Esto significa que el coeficiente estrictamente no-local  $|w(\xi_+, \xi_-)| |\tau(\xi_+, \xi_-)|$  en el integrando de la Ecuación (11) no es directamente medible en este esquema, lo que indica que la componente no-medible  $\Lambda(\mathbf{r}_A)$  no

afecta el valor de la energía total registrada por el detector de módulo cuadrado en el plano S.

El rol de  $\Lambda(\mathbf{r}_A)$  es el de distribuir espacialmente las partículas de materia individuales, cuya energía está determinada por  $|\psi(\mathbf{r}_A)|_R^2$ . El significado de este rol se ha explicitado introduciendo el potencial geométrico (Castañeda *et al.*, 2022)

$$G(\xi_A, \mathbf{r}_A) = 2 \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 \int_{\xi_D=0} d^2 \xi_D w(\xi_+, \xi_-) \tau(\xi_+, \xi_-) \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+|^2} \right) \times \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-|^2} \right) \cos(k|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_+| - k|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \xi_-|), \quad (14)$$

en la Ecuación (11), lo que permite escribirla como  $\Lambda(\mathbf{r}_A) = \int_E d^2 \xi_A G(\xi_A, \mathbf{r}_A)$ .

Por lo tanto, de acuerdo con el lineamiento de Galileo citado al inicio de esta sección, la ecuación canónica de la interferencia constituye la escritura matemática general del fenómeno de interferencia en espacio ordinario, con partículas de materia individuales. Esa expresión indica que, si bien la interferencia es un fenómeno observable a través de la medición de  $|\psi(\mathbf{r}_A)|^2$  en el plano S, las modulaciones espaciales que caracterizan a cada patrón son únicamente aportadas por la componente no-medible  $\Lambda(\mathbf{r}_A)$ .

Debe subrayarse que el significado de la ecuación canónica de la interferencia no emplea ni remite a la noción de superposición de ondas, indicando la factibilidad de comprender la interferencia sin apelar a esta noción. En consecuencia, a pesar de que la interferencia se ha atribuido a propiedades ondulatorias de la materia (Feynman *et al.*, 1965), ese fenómeno podría obedecer a una razón diferente, cifrada en la no-localidad preparada en el plano E, causa última de la interferencia.

Retomemos ahora la función de no-localidad preparada en E. Se ha mostrado que su preparación requiere de una etapa en el interferómetro dispuesta antes de la etapa de medición, Figura 1 (Castañeda *et al.*, 2022). Esta etapa se establece ubicando el plano F para la fuente efectiva de luz, fotones o partículas de materia individuales, a una distancia  $z'$  del plano E. Entonces, podemos formalizar la no-localidad preparada en E como la representación de coordenadas del operador cuántico de interferencia para el vacío en parejas de puntos de ese plano. Adecuando las coordenadas de la Ecuación (8) para la etapa de preparación del interferómetro en la Figura 1, se obtiene dicho operador como

$$|\Upsilon_0\rangle \langle \Upsilon_0| = \frac{\hbar\omega}{2} \int_F \int_F d^2 r'_A d^2 r'_D \kappa(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-) |\Theta(\mathbf{r}'_+)\rangle \langle \Theta(\mathbf{r}'_-)|, \quad (15)$$

de manera que la no-localidad preparada en E está dada por

$$\langle \xi_+, |\Upsilon_0\rangle \langle \Upsilon_0| \xi_- \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} w(\xi_+, \xi_-) = \frac{\hbar\omega}{2} \int_F \int_F d^2 r'_A d^2 r'_D \kappa(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-) \langle \xi_+, |\Theta(\mathbf{r}'_+)\rangle \langle \Theta(\mathbf{r}'_-)| \xi_- \rangle, \quad (16)$$

con  $\kappa(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-) = w(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-) \tau(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-)$ ,  $w(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-) = \psi(\mathbf{r}'_+) \psi^*(\mathbf{r}'_-)$  la no-localidad en el plano F, que se relaciona con las propiedades de coherencia espacial de la fuente,  $\tau(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-) = t(\mathbf{r}'_+) t^*(\mathbf{r}'_-)$  la función de transmisión no-local en dicho plano,  $t(\mathbf{r}'_x) = |t(\mathbf{r}'_x)| \exp(\phi(\mathbf{r}'_x))$  la función de transmisión en cada punto de la pareja  $\mathbf{r}'_{\pm} = \mathbf{r}'_A \pm \mathbf{r}'_D/2$ , y

$$\begin{aligned} \langle \xi_x | \Theta(\mathbf{r}'_x) \rangle \langle \Theta(\mathbf{r}'_z) | \xi_z \rangle &= \Phi(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-, \xi_+, \xi_-, \mathbf{z}, k) \\ &= \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 \left( \frac{z' + |\mathbf{z}' + \mathbf{r}_+ - \xi_+|}{|\mathbf{z}' + \mathbf{r}_+ - \xi_+|^2} \right) \left( \frac{z' + |\mathbf{z}' + \mathbf{r}_- - \xi_-|}{|\mathbf{z}' + \mathbf{r}_- - \xi_-|^2} \right) \\ &\quad \times \exp(ik|\mathbf{z}' + \mathbf{r}_+ - \xi_+| - ik|\mathbf{z}' + \mathbf{r}_- - \xi_-|) \end{aligned} \quad (17)$$

el kernel no-paraxial, geométrico, determinístico, independiente del tiempo y tridimensional, definido en el volumen de la etapa de preparación con independencia de las propiedades físicas y estadísticas de la fuente. La Ecuación (16) es más general que la ecuación canónica para la interferencia en la etapa de preparación. De hecho, la contiene como caso local para  $\xi_D = 0$ . Debido a esta generalidad, denominamos a la Ecuación (16) Ecuación Maestra de la Interferencia no-paraxial, referida en este caso a la etapa de preparación del interferómetro.

Es importante notar que, a pesar del coeficiente  $\kappa(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-)$  en el integrando de la Ecuación (16), la no-localidad en el plano F no es una condición requerida para preparar no-localidad en el plano E. Esto es definitivo en experimentos de interferencia con partículas individuales. En cada evento de valor 1, un único punto  $\mathbf{r}'_A$  de la fuente emite una partícula, de suerte que  $\kappa(\mathbf{r}'_+, \mathbf{r}'_-) = 0$  para  $\mathbf{r}'_D \neq 0$  y  $\kappa(\mathbf{r}'_A, \mathbf{r}'_A) = |\psi(\mathbf{r}'_A)|^2 |t(\mathbf{r}'_A)|^2$  para  $\mathbf{r}'_D = 0$ , que especifica la probabilidad cuántica de emisión en  $\mathbf{r}'_A$ . Entonces, la ecuación maestra en el vacío para la preparación de la no-localidad toma la forma

$$\langle \xi_+ | \Upsilon_0 \rangle \langle \Upsilon_0 | \xi_- \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} w(\xi_+, \xi_-) = \frac{\hbar\omega}{2} \int_F d^2r'_A |\psi(r'_A)|^2 |t(r'_A)|^2 \langle \xi_+ | \Theta(r'_A) \rangle \langle \Theta(r'_A) | \xi_- \rangle, \quad (18)$$

para fuentes extendidas, pues la Ecuación (17) indica que los modos  $\langle \xi_+ | \Theta(r'_A) \rangle \langle \Theta(r'_A) | \xi_- \rangle$  conforman un conjunto no-separable pues viven en el vacío, con la energía del vacío y se modulan espacialmente unos a otros cuando se solapan en la ecuación maestra, a pesar de que la partícula sea creada en un único punto emisor en cada evento de valor 1. Solamente si la fuente es estrictamente puntual, con el punto emisor en  $\mathbf{r}'_A = \mathbf{r}'_0$ , de manera que  $|t(r'_0)|^2 = 1$  e igual a cero para  $\mathbf{r}'_A \neq \mathbf{r}'_0$ , la ecuación maestra se reduce a  $\langle \xi_+ | \Upsilon_0 \rangle \langle \Upsilon_0 | \xi_- \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} |\psi(r'_0)|^2 \langle \xi_+ | \Theta(r'_0) \rangle \langle \Theta(r'_0) | \xi_- \rangle$ . Esto significa que la morfología de la no-localidad preparada en el plano E es determinada en el vacío por la geometría del *kernel* de la ecuación maestra, cuyos modos son seleccionados y sopesados por la probabilidad cuántica de emisión determinada por  $\kappa(\mathbf{r}'_A, \mathbf{r}'_A) = |\psi(\mathbf{r}'_A)|^2 |t(\mathbf{r}'_A)|^2$ . Debe reiterarse que, aunque  $\kappa(\mathbf{r}'_A, \mathbf{r}'_A)$  puede medirse registrando las emisiones de partículas mediante un detector de módulo cuadrado ubicado en F, la no-localidad preparada en E,

determinada por  $\langle \xi_+, |Y_0\rangle \langle Y_0| \xi_- \rangle$  a una distancia arbitraria de F, no es medible por detectores de módulo cuadrado.

Ahora bien, la ecuación canónica para el confinamiento de partículas durante su propagación en la etapa de preparación del interferómetro, Figura 1, es la componente local de la ecuación maestra, teniendo en cuenta que la emisión en  $r'_A = r'_0$  se caracteriza por  $|t(r'_0)|^2 \neq 0$  e igual a cero para  $r'_A \neq r'_0$ , es decir:

$$\begin{aligned} \langle \xi_A | Y_0 \rangle \langle Y_0 | \xi_A \rangle &= \frac{\hbar\omega}{2} |\psi(\xi_A)|^2 = \frac{\hbar\omega}{2} |\psi(r'_0)|^2 |t(r'_0)|^2 \langle \xi_A | \Theta(r'_0) \rangle \langle \Theta(r'_0) | \xi_A \rangle \\ &= \frac{\hbar\omega}{2} \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 |\psi(r'_0)|^2 |t(r'_0)|^2 \left( \frac{z' + |\mathbf{z}' + \mathbf{r}'_0 - \xi_A|}{|\mathbf{z}' + \mathbf{r}'_0 - \xi_A|^2} \right)^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Esta ecuación canónica se obtiene igualmente si la fuente es puntual, y determina la probabilidad cuántica de llegada de la partícula emitida en el punto  $r'_A = r'_0$  a un punto específico  $\xi_A$  de E. Además, es notorio que no representa un comportamiento ondulatorio, ya que no oscila armónicamente sino que toma valores reales positivos, medibles por detectores de módulo cuadrado en toda la etapa de preparación.

Retomando el lineamiento de Galileo, el operador cuántico no-paraxial de interferencia en el vacío y su representación de coordenadas en la ecuación maestra de la interferencia en el vacío completan la escritura matemática general, exhaustiva y exacta del fenómeno de interferencia en espacio ordinario. Estos objetos matemáticos establecen tanto el mecanismo de preparación de la no-localidad en el plano E, que es la causa de la interferencia en la etapa de medición del interferómetro, como el patrón medido por el detector de módulo cuadrado ubicado en el plano S. Tal escritura matemática del fenómeno de interferencia revela peculiaridades sorprendentes, como su independencia de las propiedades físicas y estadísticas de las partículas, pues los modos no-paraxiales de la matriz de densidad  $|\Theta\rangle\langle\Theta|$  viven en el vacío, con la energía del vacío, indicando que dichos modos parecen corresponder a estados geométricos del espacio ordinario. Es decir, que la interferencia revela la naturaleza no-Newtoniana del espacio ordinario. Igualmente sorprendente es que la causa última de la interferencia, esto es, la no-localidad del espacio ordinario, no es directamente medible mediante detectores de módulo cuadrado, aunque su presencia en el fenómeno puede establecerse indirectamente a partir de los patrones registrados. Un tercer aspecto sorprendente es que el confinamiento de partículas en estados geométricos del espacio no involucra comportamientos ondulatorios, es decir, la teoría es corpuscular indicando que la interferencia no parece probar la naturaleza ondulatoria de fenómenos físicos. Esta ruptura profunda de la concepción convencional de la interferencia está respaldada por un aparato matemático riguroso, apoyado en la ecuación básica de la mecánica cuántica, la ecuación de Schrödinger.

### 3. LA IMAGEN DE LA REALIDAD

En 1935 Albert Einstein y colaboradores publicaron un célebre artículo (Einstein *et al.*, 1935), cuyo primer párrafo declara: “Any serious consideration of a physical theory must take into account the distinction bet-

ween the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the objective reality, and by means of these concepts we picture this reality to ourselves.” La última frase indica que, para estos autores, la comprensión de la realidad se logra cuando construimos una imagen visual de los fenómenos a partir de los conceptos teóricos.

Siguiendo la tradición galileana antes citada, en física dichos conceptos teóricos se formalizan en modelos matemáticos. Actualmente, la construcción de esas imágenes visuales involucra tecnología experimental y herramientas de modelamiento numérico, simulaciones y despliegue gráfico, de las que no se disponía en 1935. Esto, por supuesto, limitó comparativamente el alcance de su afirmación en el artículo: “The elements of the physical reality cannot be determined by a priori philosophical considerations, but must be found by appeal to results of experiments and measurements”. No obstante, el respaldo de la validez de esa cita con los recursos actuales les confiere a esas herramientas un rol definitivo en la construcción de las imágenes visuales, tanto de los aspectos experimentalmente medibles de los fenómenos físicos (incluyendo situaciones que la tecnología disponible no puede atender) como de los no-medibles. Esta capacidad contemporánea, asociada a los modelos lógico-matemáticos de las teorías y a la operación de los montajes experimentales, ha potenciado no solo la comprensión sino también la aproximación intuitiva a los fenómenos físicos, propiciando concepciones integrales y exhaustivas de la realidad en física.

En ese contexto, es actual y pertinente la pregunta ¿hasta qué punto los algoritmos que estructuran el modelamiento numérico, las simulaciones y el despliegue gráfico dan cuenta de la realidad de los fenómenos físicos? Y en esa medida ¿cuál es su rol en la fenomenología?

La Figura 2 ilustra imágenes desplegadas por el algoritmo de modelamiento numérico, implementado para calcular los aspectos no-medibles por detectores de módulo cuadrado en un interferómetro con máscara de aberturas en el plano E, Figura 1, pero que son condiciones necesarias y suficientes para la interferencia. Estos son: la no-localidad en la etapa de preparación, en los grafos (a)-(f), y los potenciales geométricos en la etapa de medición, en los grafos (g)-(p). Los grafos en (a), (b) indican que, cuando en el plano F sólo hay un único punto emisor, los vínculos no-locales entre parejas de puntos en la etapa de preparación configuran un cono con simetría de rotación y perfil transversal Lorentziano. Este cono tiene un único máximo centrado sobre su eje y un decaimiento radial monótono y asintótico a cero, como se ilustra en (a). El área transversal en el plano E, subtendida por la abertura angular efectiva del cono (alrededor de  $80^\circ$  con respecto al eje, para un decaimiento del 95 %) se denomina *soporte estructurado de no-localidad* (Castañeda *et al.*, 2016) y se ilustra en (b). Así, parejas de puntos de este plano, cuyo punto medio se ubica sobre el eje del cono de no-localidad y sus separaciones son menores que el diámetro del soporte estructurado, tendrán vínculos no-locales fuertes que activarán los modos correspondientes del potencial geométrico en la etapa de medición del interferómetro. Pero si las separaciones de las parejas son mayores que el diámetro del soporte estructurado, sus vínculos no-locales son despreciables y la modulación que aportan los correspondientes modos

del potencial geométrico en la etapa de medición no es apreciable. Por esta razón, tales vínculos no-locales y los modos correspondientes pueden considerarse nulos.

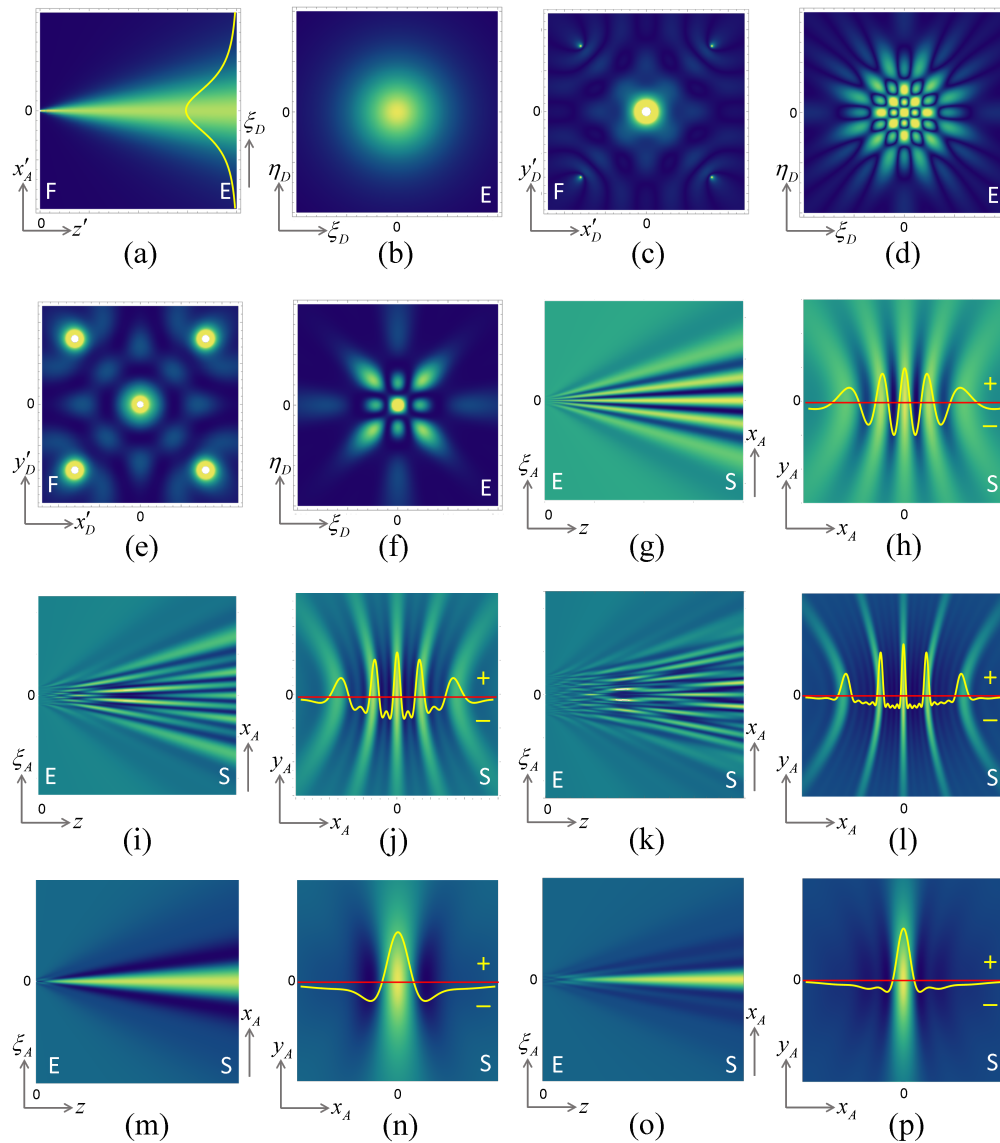


Figura 2: Secciones axial en la etapa de preparación (a) y transversal en el plano E (b) de la preparación de la no-localidad para un único punto emisor en el plano F. Secciones transversales en los planos F (c), (e) y E (d), (f) de la no-localidad preparada en la etapa de preparación para cinco puntos emisores en el plano F dispuestos en las posiciones de los puntos brillantes en (c), (e). Secciones axiales cerca al plano E (g), (i), (k) y transversales en campo lejano (h), (j), (l) del potencial geométrico para (g), (h) dos puntos, (i), (j) tres puntos y (k), (l) cinco puntos colineales y regularmente espaciados en el plano E, con espaciamento mayor que  $\lambda$ , bajo valores significativos de no-localidad preparada en ese plano y fases nulas. Secciones axiales cerca al plano E (m), (o) y transversales en campo lejano (n), (p) del potencial geométrico para arreglos de (m), (n) tres puntos y (o), (p) cinco puntos colineales y regularmente espaciados en el plano E, con espaciamento menor que  $\lambda$  y longitud del arreglo mayor que  $\lambda$ , bajo valores significativos de no-localidad preparada en ese plano y fases nulas. Fuente: Elaboración propia.



Debe subrayarse que este cono de no-localidad tiene el máximo ancho angular posible, de manera que los soportes estructurados que aporta son los de mayor área. Además, confirma que la no-localidad en S no es una condición necesaria para preparar no-localidad en E y, por tanto, que la preparación de no-localidad es esencialmente geométrica, siendo su morfología determinada por el *kernel* de la ecuación maestra (18).

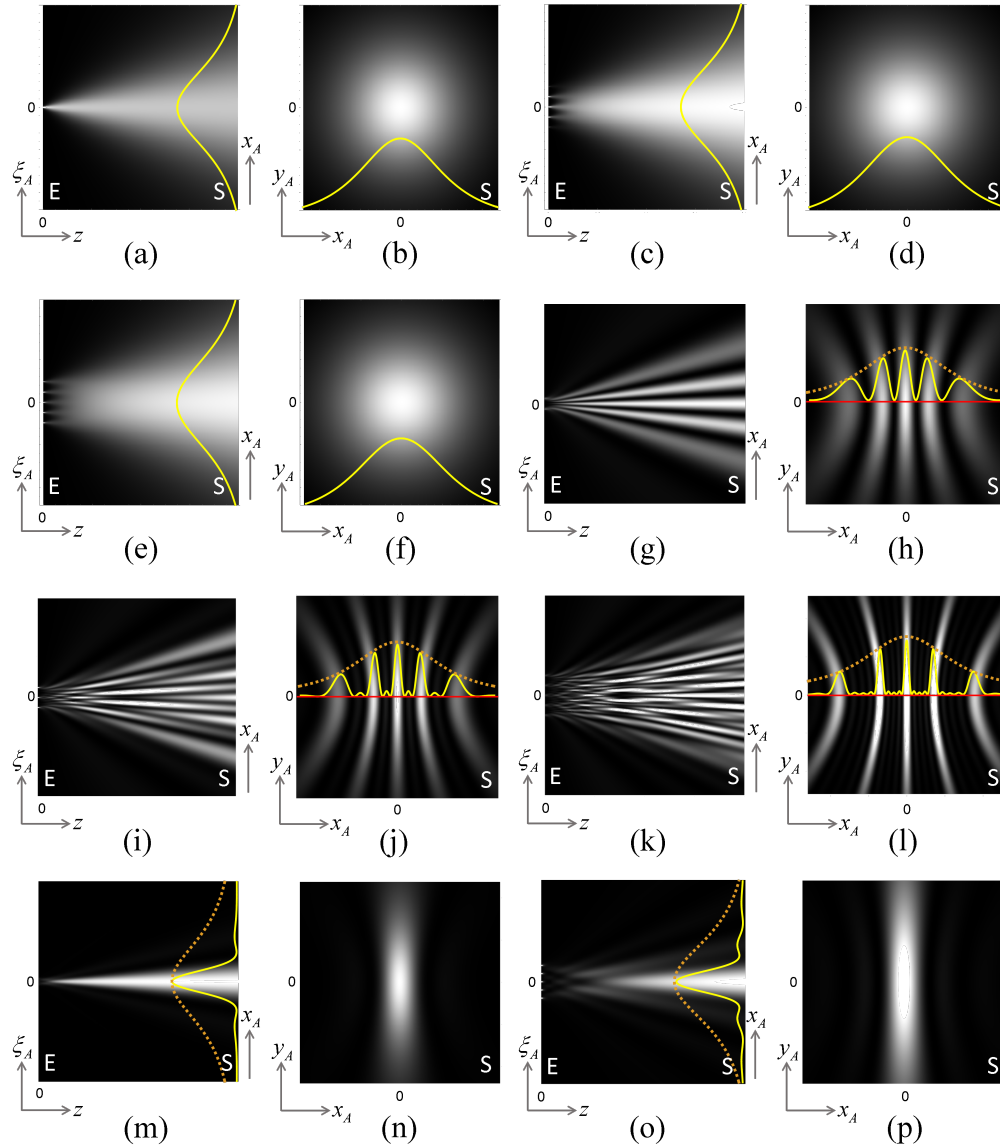
Si consideramos una distribución de puntos emisores en el plano F con espaciamiento mayor que  $\lambda$ , el cono Lorentziano en la etapa de preparación del interferómetro se vuelve espacialmente estructurado (Korotkova & Gori, 2021) a partir de una cierta distancia  $z'$  entre los planos F y E. En consecuencia, la no-localidad preparada se distribuirá en zonas regularmente dispuestas dentro del cono, delimitadas por valores nulos, como se ilustra en la Figura 2 (c), (d). Los grafos corresponden a las secciones transversales del cono asociado a un conjunto de cinco puntos emisores espacialmente incoherentes, dispuestos en el centro y los vértices de un cuadrado de lado mayor que  $\lambda$ . Los valores de no-localidad son más altos en las zonas más brillantes.

Si la distribución de puntos emisores tiene espaciamiento menor que  $\lambda$  y diámetro máximo mayor que  $\lambda$ , la estructura espacial del cono se reduce a una zona central, cuya sección transversal, que es menor que la del cono Lorentziano en (a), (b), contiene los valores significativos de no-localidad. El área transversal de este máximo central se toma entonces como el soporte estructurado de no-localidad. Si los puntos son espacialmente coherentes, este soporte estructurado estará rodeado de zonas con bajos valores de no-localidad, como se ilustra en las secciones transversales (e), (f) del cono asociado al mismo conjunto de cinco puntos emisores, pero ahora espacialmente coherentes, dispuestos en un cuadrado de lado menor que  $\lambda$  y diagonal mayor que  $\lambda$ .

Consideremos ahora los potenciales geométricos en la etapa de medición del interferómetro esquematizado en la Figura 1. En la Figura 2 (g)-(p) se muestran los grafos de algunos potenciales geométricos de interés. Las secciones axial (cerca al plano E) y transversal en el plano S, situado en campo lejano, del potencial geométrico asociado a una máscara con 2, 3 y 5 puntos colineales, regularmente espaciados con espaciamiento mayor que  $\lambda$  y bajo alta no-localidad preparada en el plano E, corresponden a los grafos (g)-(l). La morfología de los potenciales geométricos varía significativamente con la distancia  $z$  en las cercanías del plano E (imágenes (g), (i), (k)), pero se estabiliza, de modo que su sección transversal en el plano S se vuelve espacialmente estructurada (imágenes (h), (j), (l)) a partir de una cierta distancia  $z$ , correspondiente a la región de campo lejano (Born & Wolf, 2003). Los perfiles muestran además los valores positivos y negativos de las secciones transversales de los potenciales geométricos.

Cuando el espaciamiento de los puntos en E es menor que  $\lambda$  pero la longitud del arreglo se mantiene mayor que  $\lambda$ , el potencial geométrico tendrá una zona de confinamiento principal axial, descrita por su máximo principal, y zonas laterales mucho menores, descritas por máximos secundarios, como se ilustra en los grafos (m), (n) para el arreglo colineal de tres puntos y (o), (p) para el de cinco puntos. Se destaca que las imágenes de la Figura 2 son desplegadas por el algoritmo de modelamiento numérico y no hay acceso

directo a ellas mediante medición de módulo cuadrado. No obstante, describen aspectos fenomenológicos de la interferencia puesto que son condiciones necesarias y suficientes para que los patrones de interferencia sean registrados por los detectores de módulo cuadrado dispuestos en el plano S.



**Figura 3:** Imágenes de las secciones axiales (columnas 1 y 3 desde la izquierda) y transversales en el plano S (columnas 2 y 4 desde la izquierda) de los pozos de confinamiento de energía luminosa, fotones y partículas de materia individuales en la etapa de medición del interferómetro en la Figura 1. El pozo Lorentziano en (a), (b) corresponde a una máscara con un único punto emisor en el plano E. Los pozos en (c)-(f) corresponden a arreglos colineales de (c), (d) tres puntos y (e), (f) cinco puntos regularmente espaciados en el plano E en ausencia de no-localidad preparada. Los pozos espacialmente estructurados en (g)-(l) muestran la distribución de zonas de confinamiento para interferencia, correspondientes a arreglos de (g), (h) dos, (i), (j) tres y (k), (l) cinco puntos colineales, regularmente espaciados con espaciamiento mayor que  $\lambda$ , bajo alta no-localidad preparada. Los pozos espacialmente estructurados en (m)-(p) muestran la distribución de zonas de confinamiento para difracción, correspondientes a arreglos de (m), (n) tres y (o), (p) cinco puntos colineales, regularmente espaciados con espaciamiento menor que  $\lambda$  y longitud del arreglo mayor que  $\lambda$ , bajo alta no-localidad preparada. Fuente: Elaboración propia.

Discutamos ahora las imágenes desplegadas por el algoritmo de modelamiento numérico, de los aspectos fenomenológicos de la interferencia medibles por detectores de módulo cuadrado, Figura 3: la formación de patrones de interferencia y su caso particular de difracción (Castañeda & Matteucci, 2017) en la etapa de medición de un interferómetro con máscara de aberturas en el plano E.

Las imágenes en la Figura 3 (a), (b) indican que, cuando en el plano E se dispone una máscara con una única abertura puntual, la partícula individual de cada evento de valor 1 se propagará de E a S confinada en un pozo de geometría cónica y simetría de rotación, con perfil transversal Lorentziano y una abertura angular de alrededor de  $70^\circ$  para un decaimiento de 95 % en el perfil transversal del cono, como se ilustra en (a). El área transversal en el plano S subtendida por esa abertura angular como se ilustra en (b), corresponde a la máxima área de detección. No obstante, el perfil Lorentziano del pozo de confinamiento indica que las partículas individuales de todos los eventos de valor 1 se concentrarán preferencialmente alrededor del eje de pozo. Las imágenes (c)-(f) indican que, en ausencia de no-localidad preparada, los pozos de confinamiento con vértices en arreglos de puntos de la máscara son idénticos y se solapan sin que haya modulación espacial entre ellos, de manera que, a partir de cierta distancia de E, la sección transversal total será geoméricamente idéntica a la del pozo Lorentziano para un único punto en E.

Este comportamiento, evidenciado por las simulaciones computacionales de experimentos de interferencia realizados, indica claramente que es factible y preciso comprender la fenomenología de la interferencia sin apelar a la noción de superposición de ondas, como se analizó en la sección anterior.

Las imágenes (g)-(l) son pozos Lorentzianos espacialmente estructurados para interferencia, correspondientes a arreglos de (g), (h) dos puntos (Young), (i), (j) tres puntos y (k), (l) cinco puntos colineales, regularmente espaciados con espaciamiento menor que  $\lambda$  (excepto la máscara de Young) y longitud del arreglo mayor que  $\lambda$  (incluyendo la máscara de Young), bajo alta no-localidad preparada. Estos pozos espacialmente estructurados son obtenidos por acción del potencial geométrico sobre los pozos Lorentzianos de cada arreglo. Debe aclararse que cada modo del potencial geométrico está asociado a una pareja específica de puntos de E y modula espacialmente al tiempo y de igual manera los dos pozos Lorentzianos con vértices en dichos puntos. Sin embargo, los pozos espacialmente estructurados resultantes tendrán simetría especular con respecto al eje z debido a la posición de sus vértices. Esta acción volumétrica y simultánea de cada modo del potencial geométrico sobre dos pozos Lorentzianos diferentes consolida la importancia de la no-localidad del espacio ordinario en interferencia.

Específicamente, el potencial geométrico en la Figura 2 (g), (h) da lugar al pozo espacialmente estructurado en las imágenes de la Figura 3 (g), (h), correspondiente a interferencia de Young. A su vez, los potenciales geométricos en la Figura 2 (i), (j) y (k), (l) actúan sobre los pozos Lorentzianos en la Figura 3 (c), (d) y (e), (f) respectivamente, dando lugar a los pozos espacialmente estructurados (i), (j) y (k), (l). Es evidente que la distribución de zonas de confinamiento varía significativamente a lo largo del eje del pozo, en las

cercanías del plano E, pero, a distancias dentro de la región de campo lejano, su morfología se estabiliza en un conjunto finito de zonas de confinamiento principales dentro del volumen Lorentziano, denotadas por los máximos de las imágenes. Tal morfología determina los patrones de interferencia registrados por detección de módulo cuadrado en el plano S.

De manera similar, los pozos espacialmente estructurados para difracción, en las imágenes de la Figura 3 (m), (n) y (o), (p) son obtenidos por acción de los potenciales geométricos en la Figura 2 (m), (n) y (o), (p) respectivamente, sobre los pozos Lorentzianos correspondientes a un arreglo de (m), (n) tres puntos y (o), (p) cinco puntos en el plano E, equidistantes con espaciamiento menor que  $\lambda$  y longitud del arreglo mayor que  $\lambda$ , bajo alta no-localidad preparada.

A diferencia de las imágenes de la Figura 2, las imágenes en la Figura 3 son directamente medibles por detectores de módulo cuadrado ubicados en el plano S a distancias  $z \geq 0$  del plano E. Es claro que la medición revela la morfología de los potenciales geométricos correspondientes, cuyos valores específicos no pueden obtenerse por medición directa, sino que se infieren luego del procesamiento de datos que remueve los valores de los pozos Lorentzianos.

A continuación, se ilustra la eficacia de la fenomenología propuesta en la predicción de los patrones de interferencia por acumulación de un número significativo de partículas de materia individuales (electrones y moléculas) en espacio ordinario. La Figura 4 muestra el estrecho acuerdo entre los patrones de interferencia experimentales con (a) electrones, (b), (c) moléculas de fullereno  $C_{60}$  y (d), (e) moléculas de  $PcH_2$  y  $F_{24}PcH_2$  y los perfiles transversales de los pozos espacialmente estructurados, determinados a partir de los datos experimentales suministrados por los realizadores de los experimentos. El patrón en (a) fue registrado fotográficamente y suministrado con sus parámetros experimentales en comunicación interna por el profesor Giorgio Matteucci de la Universidad de Bologna; los patrones en (b), (c) fueron publicados con sus respectivos parámetros experimentales en (Nairz *et al.*, 2003), mientras que los patrones en (d), (e) y sus parámetros experimentales fueron publicados en (Juffmann *et al.*, 2012). Los perfiles en línea continua fueron calculados directamente, sin ajustes particulares de los perfiles a los datos experimentales ni procesamiento de los datos en los registros experimentales, por nuestro algoritmo de modelamiento numérico basado en la ecuación maestra de la interferencia. Las envolventes Lorentzianas, determinadas por el pozo de confinamiento Lorentziano se evidencian en todos los patrones y se calcularon explícitamente para los patrones de interferencia con moléculas de fullereno. La asimetría del patrón en (a) es aparente y se debe al truncamiento de la detección fotográfica de los electrones confinados en las zonas correspondientes a  $r_A > 6 \times 10^3 \mu m$ , simétricas con los registros realizados en  $r_A < -6 \times 10^3 \mu m$ .

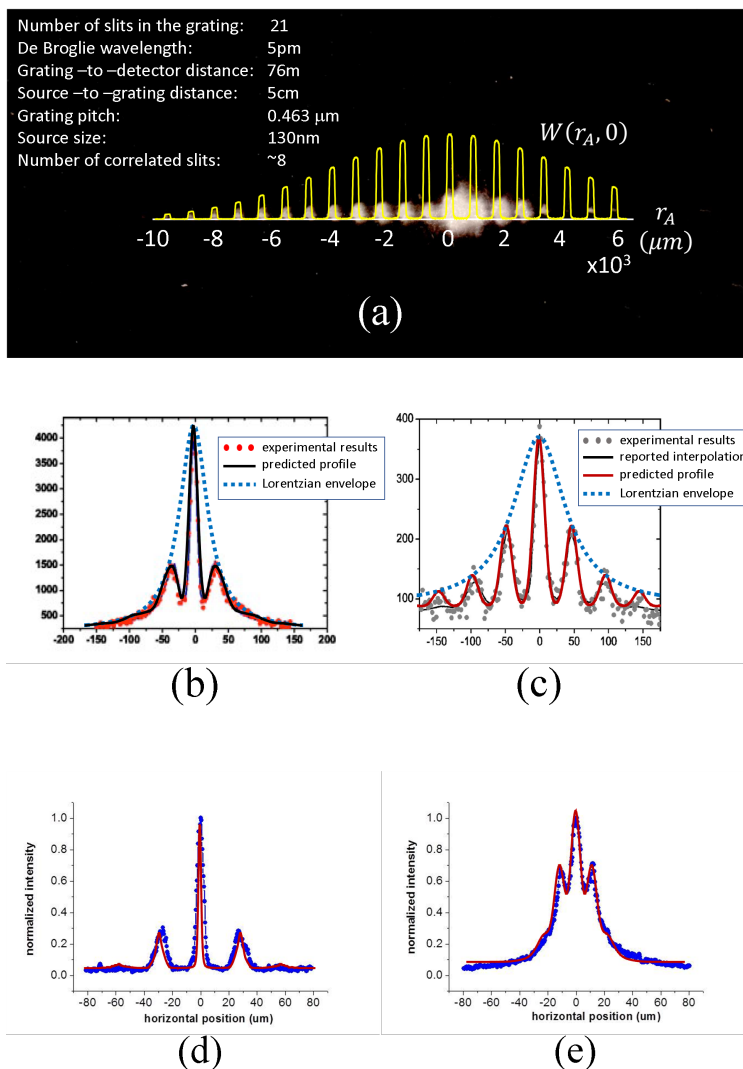


Figura 4: (a) Patrón de interferencia con electrones individuales, registrado fotográficamente. Se advierten algunos defectos del registro en la saturación de los máximos centrales que no permiten distinguirlos y en la ausencia del registro del máximo de interferencia en la posición 4. El perfil en línea continua fue calculado con el algoritmo de confinamiento en pozos espacialmente estructurados. La fotografía fue realizada y suministrada por el Prof. Giorgio Matteucci de la Universidad de Bologna (Italia). Patrones de interferencia con moléculas de (b), (c) fullereno  $\text{C}_{60}$  reportados en (Nairz *et al.*, 2003) y (d), (e)  $\text{PcH}_2$  y  $\text{F}_{24}\text{PcH}_2$  respectivamente, reportados en (Juffmann *et al.*, 2012). Los perfiles en línea continua fueron calculados por nuestro algoritmo, utilizando como entradas los datos experimentales en los artículos correspondientes y superpuestos sobre las figuras respectivas.

Fuente: Elaboración propia.

La diferente morfología de los patrones en (b) y (c) se debe al ancho en el espectro de momento del haz de moléculas de fullereno, que es “policromático” (muchas longitudes de onda de De Broglie) en (b) y “cuasi-monocromático” (muy estrecho alrededor de una longitud de onda de De Broglie particular) en (c) (Nairz *et al.*, 2003). Sin embargo, los autores del experimento no comentan la razón de porqué, a pesar de haber usado una rejilla de múltiples aberturas, el patrón de interferencia en (c) tiene una distribución cosenoidal de máxi-

mos. De acuerdo con la fenomenología del confinamiento, esto parece ser consecuencia de que los soportes estructurados de la no-localidad preparada en la rejilla solo cubren dos aberturas consecutivas (Castañeda *et al.*, 2016). Los autores tampoco comentaron la causa de la envolvente Lorentziana de los patrones, a pesar de que el ancho de las aberturas fuera significativamente mayor que el diámetro de las moléculas de fullereno, que tienen simetría esférica. En el análisis fenomenológico de este patrón, que reportamos en (Castañeda *et al.*, 2016), se propuso la indeterminación en posición de las moléculas de fullereno al cruzar la rejilla como la causa de este atributo del patrón, pues dicha indeterminación es del orden del tamaño de las aberturas de la rejilla para las moléculas preparadas, de suerte que cada abertura opera como un “emisor puntual” de moléculas. Por su parte, la diferente morfología de los patrones en (d) y (e) se debe a las moléculas empleadas en cada caso.

Aunque los ejemplos anteriores son casos particulares, los experimentos fueron realizados en contextos tecnológicos y temporales diferentes, con la partícula de menor masa (el electrón) así como con moléculas de masa significativa. En todos los casos, el algoritmo de modelamiento de la interferencia basado en la ecuación maestra de la interferencia determinó con exactitud y por cálculo directo, sin la aplicación de estrategias de ajuste de curvas, los perfiles de los patrones de interferencia respectivos. Dada esta prueba de validez de nuestro algoritmo de modelamiento, proponemos la fenomenología en la que se basa como explicación válida de la interferencia con partículas de materia individuales, lo cual resuelve el misterio enunciado por Feynman hace casi 60 años, sin que se hubiera dicho la última palabra.

## 4. RESOLVIENDO EL MISTERIO

La Figura 5 ilustra los tres momentos del experimento de interferencia de Young con electrones individuales, descritos por Feynman. La preparación del experimento es igual en los tres momentos: una fuente puntual en S emite electrones individuales que arriban a E con igual probabilidad cuántica sobre los dos agujeros puntuales de la máscara, situados en  $\xi_A = \pm a/2$ , con vector de separación  $\xi_D = \mathbf{a}$ . Además, supondremos una alta localidad preparada en E, de manera que ambos agujeros puntuales estén inscritos dentro del mismo soporte de no-localidad, con un alto valor.

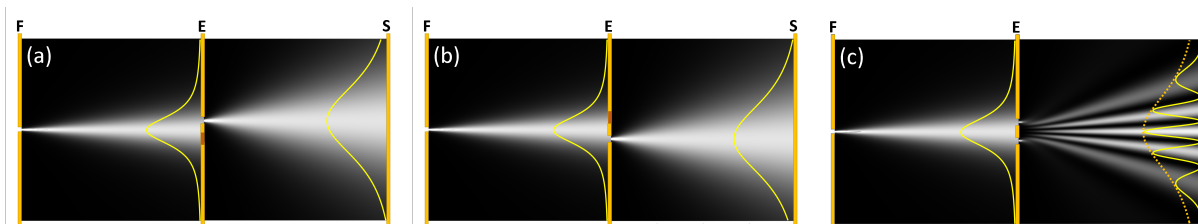


Figura 5: Ilustrando el misterio señalado por Feynman, que se manifiesta en interferencia de Young con electrones individuales, luego de un número significativo de eventos de valor 1. (a) y (b) no se forma patrón de interferencia debido al bloqueo de una de las rendijas de la pantalla en E durante todos los eventos de valor 1 del experimento. (c) Patrón de interferencia que se forma cuando ambas aberturas permanecen abiertas durante todos los eventos de valor 1. Fuente: Elaboración propia.

La transmisión no-local en E será  $\tau(\xi_+, \xi_-) = (\delta(\xi_A + \mathbf{a}/2) + \delta(\xi_A - \mathbf{a}/2)) \delta(\xi_D) + (\delta(\xi_D + \mathbf{a}) + \delta(\xi_A - \mathbf{a})) \delta(\xi_A)$ , con  $\delta(\bullet)$  la función delta de Dirac. Por lo tanto, el operador cuántico no-paraxial de interferencia en el vacío, Ecuación (7) toma la forma

$$\begin{aligned} |\Upsilon_0\rangle\langle\Upsilon_0| = \hbar\omega \left( \hat{n} + \frac{1}{2} \right) & \left( |\psi(\mathbf{a}/2)|^2 |t(\mathbf{a}/2)|^2 |\Theta(\mathbf{a}/2)\rangle\langle\Theta(\mathbf{a}/2)| + \frac{1}{2} w(\mathbf{a}) \tau(\mathbf{a}) |\Theta(\mathbf{a}/2)\rangle\langle\Theta(-\mathbf{a}/2)| \right. \\ & \left. + |\psi(-\mathbf{a}/2)|^2 |t(-\mathbf{a}/2)|^2 |\Theta(-\mathbf{a}/2)\rangle\langle\Theta(-\mathbf{a}/2)| + \frac{1}{2} w(\mathbf{a}) \tau(\mathbf{a}) |\Theta(\mathbf{a}/2)\rangle\langle\Theta(-\mathbf{a}/2)| \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Su representación de coordenadas en la ecuación canónica de la interferencia para  $n \gg \frac{1}{2}$  eventos de valor 1 describe el solapamiento de dos pozos Lorentzianos espacialmente estructurados, con vértices en los agujeros de la máscara, igualmente modulados por el potencial geométrico monomodal, esto es,

$$\langle r_A, n | \Upsilon_0 \rangle \langle \Upsilon_0 | r_A, n \rangle = |\Upsilon_0(r_A)|^2 = n\hbar\omega (W(\mathbf{a}/2, r_A) + W(-\mathbf{a}/2, r_A)), \quad (21)$$

con

$$\begin{aligned} W(\pm\mathbf{a}/2, r_A) = |\psi(\pm\mathbf{a}/2)|^2 |t(\pm\mathbf{a}/2)|^2 \langle r_A | \Theta(\pm\mathbf{a}/2) \rangle \langle \Theta(\pm\mathbf{a}/2) | r_A \rangle \\ + \frac{1}{2} w(\mathbf{a}) \tau(\mathbf{a}) \langle r_A | \Theta(\mathbf{a}/2) \rangle \langle \Theta(-\mathbf{a}/2) | r_A \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Es evidente, de manera inmediata que en las realizaciones experimentales individuales (eventos de valor 1, para los que  $n = 1$ ) la transmisión no-local se anula,  $\tau(\mathbf{a}) = 0$ , si uno de los agujeros puntuales se cierra, Figura 4 (a), (b). Por lo tanto, la Ecuación (22) se reduce a los pozos Lorentzianos

$$W(\pm\mathbf{a}/2, r_A) = \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 |\psi(\pm\mathbf{a}/2)|^2 |t(\pm\mathbf{a}/2)|^2 \left( \frac{z + |\mathbf{z} + r_A \mp \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + r_A \mp \mathbf{a}/2|} \right)^2, \quad (23)$$

sin modulación espacial de interferencia. Si todos los eventos de valor 1 se realizan con el mismo agujero bloqueado, entonces el detector en S registrará una distribución de energía de perfil Lorentziano, Figura 4 (a), (b), dada por

$$\begin{aligned} \langle r_A, n | \Upsilon_0 \rangle \langle \Upsilon_0 | r_A, n \rangle = |\Upsilon_0(r_A)|^2 = n\hbar\omega W(\pm\mathbf{a}/2, r_A) \\ = n\hbar\omega \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 |\psi(\pm\mathbf{a}/2)|^2 |t(\pm\mathbf{a}/2)|^2 \left( \frac{z + |\mathbf{z} + r_A \mp \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + r_A \mp \mathbf{a}/2|} \right)^2. \end{aligned} \quad (24)$$

Si hay alternancia en el bloqueo de los agujeros, pero en ninguno de los eventos de valor 1 los dos agujeros estuvieron abiertos, entonces los dos pozos Lorentzianos se solaparán sin modulación espacial de interferencia, como lo describe la Ecuación (25):

$$\begin{aligned} \langle r_A, n | \Upsilon_0 \rangle \langle \Upsilon_0 | r_A, n \rangle = |\Upsilon_0(\mathbf{r}_A)|^2 = n\hbar\omega (W(\mathbf{a}/2, \mathbf{r}_A) + W(-\mathbf{a}/2, \mathbf{r}_A)) \\ = n\hbar\omega \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 \left( |\psi(\mathbf{a}/2)|^2 |t(\mathbf{a}/2)|^2 \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \mathbf{a}/2|} \right)^2 + |\psi(-\mathbf{a}/2)|^2 |t(-\mathbf{a}/2)|^2 \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A + \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A + \mathbf{a}/2|} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Los resultados anteriores indican que este experimento sólo formará patrones de interferencia si la transmisión no-local es no-nula, es decir, si ambos agujeros puntuales están abiertos durante todos los eventos de valor 1, de suerte que, para  $n \gg 1/2$ , la ecuación canónica de la interferencia es

$$\begin{aligned} \langle r_A, n | Y_0 \rangle \langle Y_0 | r_A, n \rangle &= |Y_0(\mathbf{r}_A)|^2 = n\hbar\omega (W(\mathbf{a}/2, \mathbf{r}_A) + W(-\mathbf{a}/2, \mathbf{r}_A)) \\ &= n\hbar\omega \left( \frac{k}{4\pi} \right)^2 \left( |\psi(\mathbf{a}/2)|^2 |t(\mathbf{a}/2)|^2 \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \mathbf{a}/2|} \right)^2 + |\psi(-\mathbf{a}/2)|^2 |t(-\mathbf{a}/2)|^2 \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A + \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A + \mathbf{a}/2|} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2w(\mathbf{a}) \tau(\mathbf{a}) \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \mathbf{a}/2|} \right) \left( \frac{z + |\mathbf{z} + \mathbf{r}_A + \mathbf{a}/2|}{|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A + \mathbf{a}/2|} \right) \cos(k|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A - \mathbf{a}/2| - k|\mathbf{z} + \mathbf{r}_A + \mathbf{a}/2|) \right). \end{aligned} \quad (26)$$

El análisis anterior indica claramente que el principio alternativo y novedoso para la interferencia que hemos propuesto anteriormente (Castañeda & Matteucci, 2017; Castañeda *et al.*, 2022) explica de manera rigurosa y consistente el misterio señalado por Feynman como único de la Mecánica Cuántica de la interferencia de Young en espacio ordinario con electrones individuales. Ese principio fenomenológico propone entender la interferencia en el espacio ordinario como resultado del confinamiento de la energía de las ondas luminosas o de la densidad de las partículas individuales en pozos Lorentzianos, espacialmente estructurados por potenciales geométricos, que son activados por la no-localidad preparada en el plano de la máscara de interferencia.

La nueva fenomenología permite modelar de manera exacta situaciones experimentales sofisticadas, particularmente a escala de micro y nano-óptica, potencialmente útiles en fotónica integrada, como las ilustradas en la Figura 5.

## 5. CONCLUSIONES

Con base en una nueva fenomenología para la interferencia en espacio ordinario, de naturaleza corpuscular, basada en el principio de confinamiento de las partículas individuales en pozos espacialmente estructurados, se propone una solución rigurosa y consistente a lo que Feynman denominó “the only mystery of quantum mechanics”. Siguiendo los lineamientos de reflexión planteados por Galileo hace cuatro siglos, esta fenomenología se estableció a partir de una revisión del aparato matemático de la interferencia, buscando identificar y dotar de significado nuevos elementos fundamentales, y contrastarlos con resultados experimentales de interferencia, obtenidos a lo largo de los dos últimos siglos.

Tal mecanismo de búsqueda condujo a la asignación de un rol novedoso al modelamiento numérico, las simulaciones y el despliegue gráfico, en concordancia con los lineamientos expresados en el célebre artículo de EPR de 1935. Se mostró que en los experimentos de interferencia hay aspectos, particularmente vinculados con el requerimiento de no-localidad, que no son medibles con detectores de módulo cuadrado, pero que deben ser calculados y controlados a través de los algoritmos de modelamiento, simulación y despliegue de imágenes. La articulación de estos algoritmos como parte de la experimentación parece indispensable e



inevitable para cumplir la acertada sentencia de EPR “by means of the concepts we picture the reality to ourselves”. No obstante, esta estructura híbrida es compatible con la aseveración de Asher Peres sobre el entorno real de ocurrencia de los fenómenos cuánticos, porque lo que se subsana con la parte numérica es la imposibilidad de medir aspectos definitivos para la interferencia, pero no se cambia el entorno de su ocurrencia: los cálculos se aplican en el análisis y control de lo no-medible en el experimento. Esto, por supuesto, abre un escenario de discusión amplio sobre el rol actual del modelamiento numérico, las simulaciones y el despliegue gráfico en la investigación experimental.

Es destacable que la fenomenología propuesta no requiera hipótesis de naturaleza dualista, ni para la luz ni para las partículas, tales como la deslocalización de las partículas y la autointerferencia. Esto significa que las partículas recuperan su estatus de objetos localizados inertes, cuya localización sólo está limitada por el principio de indeterminación. De igual manera, tampoco requiere de la hipótesis del colapso de la función de onda para explicar el mecanismo de medición, pues parte del hecho experimental de mediciones locales de energía por detectores de módulo cuadrado para resignificar los conceptos matemáticos de la fenomenología de la interferencia.

Introduce, sin embargo, una novedad muy importante: la concepción no-Newtoniana del espacio ordinario, ya que demuestra que los pozos Lorentzianos espacialmente estructurados viven en el vacío con la energía del vacío y son independiente de las propiedades físicas y estadísticas de las partículas. Esto pone en cuestión que la interferencia desempeñe el rol de prueba de la naturaleza ondulatoria de un fenómeno físico. Aparte de resolver el “único misterio de la mecánica cuántica” esta fenomenología brinda un cuadro unificado para la interferencia con todo tipo de entidades físicas (ondas de luz, fotones y partículas de materia individuales).

## Agradecimientos

El autor está en deuda con el profesor Giorgio Matteucci (Univertistá degli Studi di Bologna, Italia) y con los estudiantes del semillero 2541 “Ciencia de la Luz”, en particular con Jaime Moreno, Julián Laverde, Pablo Bedoya y Camilo Hurtado por las inspiradoras discusiones sobre las ideas presentadas en este artículo.

## Referencias

- Bach, R., Pope, D., Liou S. H. & Batelaan, H. (2013). Controlled double-slit electron diffraction. *New J. Phys.*, 15, 033018.
- Bohr, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?. *Phys. Rev.* 48, 696-702.
- Born, M. & Wolf, E. (2003). *Principles of Optics*. 7th Ed. Cambridge: Cambridge University Press.

- Castañeda, R., Matteucci, G. & Capelli, R. (2016). Interference of Light and of Material Particles: A Departure from the Superposition Principle. Hawkes, P.H. editor, *Advances in Imaging and Electron Physics*, 197, Burlington: Academic Press, 1–43.
- Castañeda, R. & Matteucci, G. (2017). New physical principle for interference of light and material particles. Hawkes, P.H. editor, *Advances in Imaging and Electron Physics*, 204, London: Elsevier - Academic Press, Ch. 1.
- Castañeda, R. (2017). Discreteness of the real point emitters as a physical condition for diffraction. *J. Opt. Soc. Am. A* 34, 184 –192.
- Castañeda, R., Moreno, J., Colorado, D. & Laverde, J. (2020). 3D non-paraxial kernel for two-point correlation modelling in optical and quantum interference at the micro and nano-scales. *Phys. Scr.* 95, 065502 (15pp).
- Castañeda, R., Bedoya, P. & Matteucci, G. (2022). Non-locality and geometric potential provide the phenomenology of the double-hole single massive particle and light interference. *Phys. Scr.* 96, 125036 (20 pag).
- Castañeda, R., Bedoya, P. & Hurtado, C. (2023). Quantum formalism of interference as confinement in spatially structured Lorentzian wells. *J. Phys. A: Math. Theor.* 56, 045302.
- De Martini, F., Denardo, G. & Zeilinger, A. (1994). Quantum Interferometry. Singapore: World Scientific.
- Einstein, A., Podolski, B. & Rosen, N. (1935). Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.* 47, 777-780.
- Feynman, R., Leighton, R. & Sands, M. (1965). The Feynman Lectures on Physics, Volume 3. Menlo Park: Addison–Wesley.
- Frabboni, S., Gabrielli, A., Gazzadi, G. C., Giorgi, F., Matteucci, G., Pozzi, G., Cesari, N. S., Villa, M. & Zoccoli, A. (2012). The Young-Feynman two-slit experiment with single electrons: buildup of the interference pattern and arrival-time distribution using a fast-readout pixel detector. *Ultramicroscopy*, 116, 73 – 76.
- Fresnel, A. (1818). Mémoire sur la diffraction de la lumière. Mémoires de l'Académie des Sciences, vol. V, soumis le 29 juillet 1818, publié en 1826, 339-475.
- Galilei, G. (1623). Il Saggiatore (The Assayer, English trans. Stillman Drake and C. D. O-Malley, in The Controversy on the Comets of 1618, University of Pennsylvania Press, 1960).
- Grimaldo, F. M. (1665). Physico Mathesis de Lumine, Coloribus et Iride (Bologna, 1665).
- Hertz, H. (1962). Electric Waves [EW], New York, Dover Publications. Preface by Lord Kelvin. [first published in 1892.]

- Juffmann, T., Milic, A., Muellneritsch, M., Asenbaum, P., Tsukernik, A., Tuexen, J. & Arndt, M. (2012) Real-time single-molecule imaging of quantum interference. *Nature Nanotech.* 7, 297–300.
- Korotkova, O. & Gori, F. (2021) Introduction to the Special Issue on Structured Light Coherence. *Photonics*, 8, 457.
- Malacara, D. (2007). Optical shop testing. 3rd ed. New York: John Wiley and Sons.
- Mandel, L. & Wolf, E. (1995). Optical Coherence and Quantum Optics. Cambridge: Cambridge University Press.
- Matteucci, G., Pezzi, M., Pozzi, G., Alberghi, G., Giorgi, F., Gabrielli, A., Semprini, N., Villa, M., Zoccoli, A., Frabboni, S. & Gazzadi, G. (2013). Buildup of interference patterns with single electrons. *Eur. J. Phys.*, 34, 511 – 517.
- Maxwell, J. C. (1865). A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* 155, 459-512.
- Nairz, O., Arendt, M. & Zeilinger, A. (2003). Quantum interference experiments with large molecules. *Am. J. Phys.* 71, 319-325.
- Newton, I. (1686). *Philosophiae naturalis principia mathematica* (London: S. Pepys Imprimatur).
- Peres, A. (1995). Quantum Theory: Concepts and Methods. Kluwer.
- Tavabi, A.H., Boothroyd, C.B., Yücelen, E., Frabboni, S., Gazzadi, G.C., Dunin-Borkowski, R.E. & Pozzi, G. (2019). The Young-Feynman controlled double-slit electron interference experiment. *Sci. Rep.* 9, 10458.
- Young, T. (1804). The Bakerian Lecture: Experiments and Calculations Relative to Physical Optics. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lon.* 94, 1-16.
- Zeidler, E. (2011). Quantum Field Theory III: Gauge Theory, a bridge between mathematicians and physicists. Springer Science and Business Media.