Revista Facultad de Ciencias Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
V 4 N°1 enero-junio 2015 • ISSN 0121-747X / ISSN-e 2357-5749 • Artículo Investigación • Páginas 52 a 67
DOI: https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v4n1.49775

MÉTODOS ESTADÍSTICOS CLÁSICOS Y BAYESIANOS PARA EL PRONÓSTICO DE DEMANDA. UN ANÁLISIS COMPARATIVO [a]

CLASSICAL AND BAYESIAN STATISTICAL METHODS FOR DEMAND FORECASTING. A COMPARATIVE ANALYSIS.

MARISOL VALENCIA CÁRDENAS[b*], JUAN CARLOS CORREA MORALES[c], FRANCISCO DIAZ SERNA[d]

Recibido 24-03-2015, aceptado 25-06-2015, versión final 28-06-2015.
Artículo Investigación

RESUMEN: La industria usualmente requiere mejores técnicas que permitan elaborar buenos planes de producción. En presencia de pocos datos históricos, pueden presentarse dificultades en el cumplimiento de premisas teóricas. En este artículo se presenta una comparación a partir de un estudio de simulación, diseñado en el programa R con el propósito de realizar la elección del mejor modelo: Regresión lineal bayesiana con distribución a priori normal, modelo lineal dinámico bayesiano, modelo ARIMA y modelo de suavización exponencial, con base en el criterio *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) de pronóstico y para ello se simulan diferentes esquemas de datos que reflejan comportamientos de demandas con y sin distribución normal. De las simulaciones se encuentran casos en que se prefiere la estimación bayesiana, en lugar de la clásica. Se encuentra que los modelos bayesianos estudiados tienen un alto potencial para realizar predicciones, sobre todo para los datos que no se comportan con una distribución normal, siendo más precisos que los otros modelos clásicos comparados, además son más robustos a premisas teóricas y se pueden utilizar con pocos datos históricos.

PALABRAS CLAVE: Pronósticos, métodos bayesianos, distribución predictiva.

ABSTRACT: Comparisons between forecast models are necessary for decision making in industry, especially for demand prediction. In the presence of few historical data, there could be difficulties in the compliance of theoretical premises. In this paper, a comparison is presented designed in R program, using

[a]Valencia, M. & Correo, J. & Díaz, F. (2015). Métodos estadísticps clásicos y bayesianos para el pronóstico de demanda. Un análisis comparativo. *Revista de la Facultad de Ciencias*, 4(**1**), 52–67. DOI: https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v4n1.49775

[b]Ingeniera Industrial, Magister en Estadística. Ph. D. (c) en Ingeniería, Industria y organizaciones, Universidad Nacional.
[*]mvalencia@unal.edu.co
[c] Ph. D. en Estadística, University of Kentucky, Profesor Asociado.Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
[d]Ph. D. en Sistemas, Profesor Asociado. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

four types of models: Bayesian linear regression with normal prior distribution, bayesian dynamic linear model, ARIMA and exponential smoothing, based on criteria: Mean Absolute Percentage Error (MAPE) of forecasts, and therefore different data scenarios are simulated, reflecting demand behavior with and without Normal Distribution and with or without dynamic variance. Bayesian models under study were found to have a high potential in predictions, especially for data that does not behave with a normal distribution, being more precise than the other classical models compared, besides, they are more robust to theoretical premises, and they can be used with few historical data.

KEYWORDS: Forecast, Bayesian Methods, Predictive Distribution.

1. INTRODUCCIÓN

En la industria es frecuente encontrar dificultades en los procesos de pronósticos de demandas por aspectos como las variaciones drásticas de los mercados, la introducción de más competidores, más productos importados, y por cambios en las tasas de moneda, entre otros aspectos que algunas veces se hacen impredecibles (Makridakis et al., 2011; Nenes et al., 2010; Samaratunga et al., 1997; Watson, 1987). Dichos cambios no son siempre predecibles con los modelos estadísticos conocidos, como: ARIMA, suavización exponencial, regresión en series temporales, ya que requieren estructuras teóricas que exigen muchos datos para ser precisos, o que se basan en ciertos supuestos que no siempre se alcanzan, como la distribución normal en los errores. La estimación de los modelos estadísticos clásicos, como el de regresión basada en la distribución normal, o incluso los modelos ARIMA, tienen estructuras que deben cumplir ciertos supuestos, para garantizar que sus inferencias sean adecuadas, como: distribución normal para los errores; varianza constante cuando los datos son cronológicos.

Los modelos ARIMA, desarrollados en los años 70 por George Box y Gwilym Jenkins incorporan características del pasado de la misma serie acorde con su autocorrelación. Se incluyen en dicho modelo p variables autorregresivas, componente del modelo denominado autorregresivo (AR); también se incluyen q términos del pasado de los errores, en el componente determinado de media móvil (MA). Así un modelo ARMA se escribe abreviadamente: ARMA(p,q) (Caridad y Ocerin, 1998; Valencia et al., 2014; Wilson et al., 2007). Estos modelos se han utilizado ampliamente (Makridakis et al., 2011; Qun & Wei, 2010; Sarimveis et al., 2008).

Otra de las técnicas de pronósticos más comunes es la suavización exponencial (SE) (Bermúdez et al., 2009; Wang, 2006; Yelland & Lee, 2003); la cual tiene como característica la predicción de los valores futuros en función de la ponderación exponencial de los periodos anteriores, teniendo mayor peso los periodos recientes que los antiguos; además, es un modelo donde se incorpora fácilmente el nivel, la tendencia y la estacionalidad que presentan los históricos de la serie temporal. Esta técnica es más eficaz cuando la tendencia y la variación estacional de las series pueden manifestar cambios en el tiempo. Un modelo general de suavización exponencial es: $\hat{Y}_t = \alpha \mathrm{Y}_t + (1-\alpha)\hat{Y}_{(t-1)}$, donde: $\hat{Y}_t$ es el pronóstico para el siguiente período; α es la constante de suavización; Y_t es el valor real de la serie en el periodo t; y $\hat{Y}_{(t-1)}$ es el pronóstico para el periodo t-1. Usando dicha expresión se ajustan valores de la variable Y_t en un horizonte temporal y se hace una búsqueda de un valor de α que minimice la suma de cuadrados de los errores (SSE).

Otros métodos con los que se puede predecir la demanda, son los bayesianos, encontrados en numerosas aplicaciones de pronósticos (Bermúdez et al., 2009; Bijak, 2005; Carriero et al., 2009; Cogley et al., 2003; Duncan et al., 1993; Flora Lu, 2005; Lee et al., 2003; Mol et al., 2008; Neelamegham & Chintagunta, 1999; Sloughter et al., 2006; Valencia & Correa, 2013; Weinberg et al., 2007; West & Harrison, 1997; Yelland, 2010), y para algunos casos relacionados con modelos de inventarios (Choi et al., 2003; Wang et al., 2005).

La estadística bayesiana parte de supuestos que difieren un poco con respecto a los modelos clásicos, por ejemplo, consideran parámetros de distribuciones de probabilidad o coeficientes específicos de modelos como variables aleatorias $\underset{\sim}{\theta}$, sobre la que se dispone de una información a priori cuantificada en una distribución de probabilidad (Gelman et al., 2004; Gill, 2007), cuya función de densidad, $\xi(\underset{\sim}{\theta})$, se supone conocida, y, además se dispone de información muestral, y_1, y_2,..., y_n, tomada en la población y objeto de estudio, información que se resume en su función de verosimilitud $\mathrm{L}(y_1, y_2, ..., y_n|\underset{\sim}{\theta})$. Con el producto de la distribución de probabilidad a priori $\xi(\theta)$ y la función de verosimilitud y utilizando el teorema de Bayes, es posible la estimación de la función a posteriori $\xi(\theta|\text{datos})$. Dicha función de densidad a posteriori del parámetro $\theta : \xi(\theta|\text{datos})$ es proporcional al producto entre la distribución a priori $\xi(\theta)$ y la verosimilitud $f(\text{datos}|\theta)$. Algunas veces esta distribución tiene formas que son complejas. Analíticamente no es posible encontrar una forma distribucional conocida de una distribución a posteriori o predictiva bayesiana, por ello se recurre a procesos de muestreo para encontrar valores de la variable aleatoria θ, como Monte Carlo por Cadenas de Markov (Barrera & Correa, 2008; Congdon, 2002; Tabares et al., 2014). La necesidad de modelos apropiados para representar cambios drásticos en la demanda, como tendencias inesperadas, o la inexistencia de datos históricos, ha hecho que se propongan métodos como los que se presentan en este trabajo: modelo lineal dinámico bayesiano (MLDB), y el modelo de regresión lineal bayesiana (RLB), usando cambios de la distribución a priori normal, para cada período de pronóstico t; comparando estos a su vez, con el desempeño de modelos clásicos como el ARIMA y el de suavización exponencial (SE).

En este artículo se presentan, en primer lugar, los conceptos de los modelos bayesianos propuestos para ser comparados con los modelos clásicos; posteriormente, la descripción del proceso de simulación, con los escenarios de las series de tiempo propuestas; finalmente, los resultados de las comparaciones y su análisis.

2. MODELO DE REGRESIÓN LINEAL BAYESIANO (RLB)

La ecuación general de un modelo de regresión lineal múltiple es también la ecuación de regresión bayesiana, sólo que el proceso para encontrar los valores predichos es diferente. Para una ecuación dada por:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k + \epsilon. \tag{1}$$

Donde y_t es el vector de la demanda que se busca pronosticar y $x_1, ...x_k$ son variables exploratorias; aquí los parámetros β y la varianza del error son variables aleatorias. Las premisas del modelo se explican a continuación.
La precisión se define por: $\tau = \frac{1}{\sigma^2}$ que reemplaza el término de la varianza del error σ^2. El proceso bayesiano propuesto, considera una distribución a priori normal (ver ecuación 2) multiplicada para los parámetros β, con una media β_{0i} y una precisión τ_0; una distribución a priori no informativa $1/\sigma$ para la varianza del error del modelo: σ^2. Al multiplicar las distribuciones a priori, por la verosimilitud de los datos (dada en la expresión 3), basada en la normal, se obtiene la distribución a posteriori dada en la ecuación 4.

Sea Y, el vector de la serie de datos con los cuales se ajusta el modelo, se realiza una partición de los N datos simulados: N, es el número total de datos para el ajuste; N-K, es el número de datos para ajustar el modelo (serie Y); K, es el número de datos para validar los pronósticos.

Distribución a priori

$$\xi(\beta, \tau) \quad \alpha \quad (\tau\tau_0)^{1/2} exp\left[-\frac{\tau\tau_0}{2}(\beta - \beta_{0i})'(\beta - \beta_{0i})\right] \tag{2}$$

Función de verosimilitud de los datos:

$$L(y_t|y_0, \beta) \quad \alpha \quad \tau^{\frac{T}{2}} exp\left[-\frac{\tau}{2}(Y - X\beta)'(Y - X\beta)\right] \tag{3}$$

Distribución a posteriori, luego del proceso algebraico:

$$\xi(\beta, \tau|\beta_0, \tau_0, y_0, y_t) \quad \alpha \quad \tau^{\frac{T+1}{2}} exp\left[-\frac{\tau}{2}[A(\beta - \tilde{\beta})' A^{-1}(X'X - \tau_0)(\beta - \tilde{\beta}) + 1]\right] \tag{4}$$

Donde: $A = \beta_0' \tau_0 \beta_0 + Y'Y$ y $\tilde{\beta} = (X'X + \tau_0)^{-1}(X'X\tilde{\beta} + \beta_0\tau_0)$ y donde: $\tilde{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$.

Además, Y_0 es el valor de la serie inicial o en el primer período. El parámetro β_{0i} como valor inicial de la distribución de los parámetros, para este modelo tiene la ventaja de que podría ser diferente en cada uno de los periodos que se desee pronosticar. Aquí se optimiza para los datos usados en el ajuste y con base en el último vector, se pronostica, usando la distribución predictiva explicada en la siguiente sección.

Distribución predictiva

Sea Y_+ el vector de datos a pronosticar desde el periodo *T+1*, de la serie temporal, en este trabajo, de la demanda simulada. Aquí, de los N datos simulados, *T+1* equivale a *(N-K)+1*, y K es la cantidad de datos usados para validar el pronóstico $\hat{Y}_+$.

La distribución predictiva se obtiene al calcular la integral del producto entre la distribución normal de los datos, y la distribución a posteriori. Este proceso requiere unificar muchos términos, para al final obtener una forma que puede ser conocida, como en este caso, cuyo resultado está dado por (5):

$$f(Y_+|y_0, Y) = [((Y_+ - Y_n)' A^{-1}(Y_+ - Y_n) + 1)A]^{-\frac{T+4}{2}} \tag{5}$$

La cual corresponde a una distribución t-student, con media Y_n dada por: $Y_n{=}X_+\tilde{\beta}$, con v grados de libertad, y varianza:

$$V = \frac{v}{v-2}A = \frac{v}{v-2}(Y_+ - Y_n)'(Y_+ - Y_n) \tag{6}$$

Donde T en la ecuación (5) es el total de datos usados para el ajuste *((N-K)+1)*.

La integral de la distribución de los datos, que aquí es la normal, multiplicada por la a posteriori, permite encontrar la distribución predictiva, con base en la cual se pronostica para el modelo de regresión bayesiano propuesto en éste artículo.

3. MODELO LINEAL DINÁMICO BAYESIANO (MLDB)

Meinhold & Singpurwalla (1983) explican la forma de actualizar el parámetro θ_t de forma recursiva usando la función a posteriori normal, que a su vez, actualiza la ecuación de observación, generando un nuevo error y convirtiendo el proceso en un ciclo que se renueva continuamente. Valencia & Correa (2013) proponen la estimación de este modelo, con una variación de la elección del modelo a priori, donde se utiliza el procedimiento descrito en dicho artículo, pero modificando la ecuación de observación.

Suponga que se modela en el tiempo t, un vector de respuestas y_t:

$$y_t = G_t\theta_{t-1} + 0{,}9 * \mu_m + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, V_t)$$

donde G_t es una matriz de información del sistema que se asume variante en el tiempo según cambios porcentuales de la respuesta y_t y acorde con los valores predichos del tiempo t con relación al tiempo t-1. Además, ϵ_t es un error aleatorio con distribución normal cuya varianza V_t cambia con el tiempo. V_t describe la variación del error de predicción e_t, estimada como parte del proceso recursivo descrito en esta sección.
El vector de estados del parámetro θ_t evoluciona en el tiempo con la siguiente estructura del sistema:

$$\theta_t = G_t\theta_{t-1} + w_t, \quad w_t \sim N(0, W)$$

con w_t un vector de perturbación aleatoria, con media cero (Bolstad, 1986), y distribución normal con varianza W constante. Los pasos del proceso de aplicación y actualización recursiva del filtro de Kalman se incorporaron en un algoritmo diseñado en el programa R (R Core Team, 2014). A continuación se describen los pasos:

1. Iniciar con un valor de θ_0.

2. Generar: θ_t, con distribución a priori normal con media $\mu = G_t\hat{\theta}_{t-1}$.

3. Estimar la media y varianza con las ecuaciones (7) y (8) respectivamente:

$$\text{Media:} \quad \hat{\theta}_t = G_t\hat{\theta}_{t-1} + R_tF_t'(V_t + F_tR_tF_t')^{-1}e_t. \tag{7}$$

$$\text{Varianza:} \quad \Sigma_t = R_t - R_tF_t'(V_t + F_tR_tF_t')^{-1}F_tR_t. \tag{8}$$

   F_t representa cambios asociados al sistema, pero en una escala inferior a G_t. Además, R_t es la varianza de la predicción de la serie de tiempo, cambiando para cada tiempo t.

4. Actualizar la función a posteriori de $(\theta_t|Y_{t-1}) \sim N(\hat{\theta}_{t-1}, \Sigma_{t-1})$, donde los valores de las ecuaciones (7) y (8) preceden la actualización de la distribución a posteriori normal de θ_{t-1}.

5. Estimar la ecuación del sistema:

$$\theta_t = G_t\theta_{t-1} + w_t. \tag{9}$$

   Se usa el valor θ_{t-1} obtenido a partir de la simulación basada en la distribución a posteriori anterior. w_t es un vector de perturbación con media cero (Bolstad, 1986), y distribución normal, con varianza constante.

6. Estimar la ecuación de observación:

$$\hat{Y}_t = G_t\theta_{t-1} + 0{,}9\mu_m. \tag{10}$$

   Donde μ_m es una media móvil de los periodos previos al pronóstico.

7. Predecir $\hat{Y}_p$ usando la distribución predictiva bayesiana normal para pronosticar usando $\hat{Y}_t$ y la varianza R_t.

8. Hallar e_t, el error en la predicción de y_t: $e_t = Y_0 - \hat{Y}_p$ y reiniciar el ciclo.

4. SIMULACIÓN

El proceso de simulación se realiza con el fin de encontrar respuesta a cuáles son los mejores modelos que permiten suplir la necesidad de una buena representación de los cambios drásticos en la demanda, como tendencias inesperadas, cambios estructurales que muchos modelos clásicos no tienen la fortaleza para su detección, como se planteó en la introducción. Al respecto, algunos autores mencionan cómo los problemas de la no estacionariedad de las series, las fluctuaciones inesperadas, la estacionalidad mal prevista, la falta de estabilidad en las series de tiempo, pueden afectar las decisiones sobre producción y almacenamiento en los negocios, sea de tipo manufacturero, o abastecimiento (Correa & Gómez, 2009; Diebold, 1999; Ventura et al., 2013). Además, en Valencia et al., (2015), se muestra que aunque las técnicas bayesianas tienen alto potencial, no han sido muy usadas en la industria, quizás por su desconocimiento y son una actual alternativa útil para los investigadores que requieran estimar modelos adecuados frente a este tipo de comportamientos. Por ello se proponen aquí escenarios de simulación en series de tiempo bajo la distribución normal, y otras no normales, y con base en dichas series simuladas, estimar los modelos que permitan determinar aquellos que mejor validen los datos simulados.

El proceso consiste en simular la serie de datos con N valores, serie: y_1, y_2,...,y_N. Se procede con varios escenarios, o maneras de simular, pero todas de naturaleza continua, como se ven en la tabla 1.

Para dicha simulación, en todos los casos habrá una variable aleatoria que puede ser la misma serie de demanda, o el error aleatorio dentro de un modelo, que al final obtendrá los valores de la serie y_1, y_2,...,y_N. Para esto, la varianza puede ser constante o dinámica para cada periodo t de la serie simulada.

Cuando se simula con base en modelos ARIMA, o regresión, la idea es obtener cada uno de los valores de la serie: y_1, y_2,...,y_N, usando una ecuación donde se fijan unos parámetros β, y unas variables explicativas, como por ejemplo el señalado en la ecuación (1), siendo una de estas covariables, la sinusoidal, pues refleja una fluctuación estacional, acorde con varios autores (Bowerman et al., 2007) y el error se cambia según una distribución probabilística (ver tabla 1).
Para estudiar el proceso de estimación y de pronóstico de los modelos se usó como medida de desempeño el MAPE, el cual se define como Mean Absolute Percentage Error (MAPE), con la ecuación (11). Si bien existen dos tipos de indicadores: de ajuste y también, el de pronóstico, las decisiones vía simulación se basan en el segundo, luego de hacer la estimación de cada uno de los

Tabla 1: Escenarios de simulación.

Valores de la serie como Variable Aleatoria	Valores de la serie del modelo simulado
Distribución normal, sin y con variación dinámica (varianza cambiante por cada tiempo t)	Modelo ARIMA estacionario
Distribución gamma, sin y con variación dinámica	Modelo ARIMA, basado en distribución normal y variación dinámica
Distribución poisson.	Modelo de regresión con variable sinusoidal y errores poisson
	Modelo de regresión con variable sinusoidal y con errores t-sesgados
	Modelo de regresión con variable sinusoidal y con errores Normal con variación dinámica
	Modelo de regresión con variable sinusoidal y con errores t con variación dinámica

cuatro modelos a comparar: ARIMA, Suavización Exponencial, Regresión Lineal Bayesiana (RLB) y el Modelo Lineal Dinámico Bayesiano (MLDB), para cada caso simulado. El MAPE de pronóstico es el criterio final de decisión, ya que a todos los modelos no se realizan las mismas pruebas de validación, ni tienen las mismas estructuras teóricas. Dicho indicador se presenta en la ecuación (11), dada por:

$$MAPE = \frac{1}{K}\left|\frac{\hat{z}_{t+1} - Z_{t+1}}{Z_{t+1}}\right| \tag{11}$$

Dónde $\hat{z}_{t+1}$ es el valor pronosticado de demanda en el periodo *t+1*; Z_{t+1} es el valor real de demanda en el periodo *t+1*, periodo que es *(N-K)+1*, correspondiente a un pronóstico a un paso.

Luego del proceso de simulación de las series de tiempo, en el programa R (R Core Team, 2014), se estiman cada uno de los cuatro modelos para cada variable: ARIMA, SE, RLB y MLDB, para el ajuste de los datos y de los pronósticos. Con dicha estimación, se calculan los indicadores de MAPE y se selecciona como modelo final aquel que tenga el menor MAPE. Este proceso se repite sumando la frecuencia de los modelos elegidos cada vez, y con ello, se obtiene al final, el porcentaje de veces que cada modelo es elegido como el mejor para ajustar y/o pronosticar cada serie.

El proceso se repite 1000 veces, fijando n, en 24 ó 45; en el primero caso, se usan 12 datos para ajuste y 12 para pronósticos y en el segundo, 30 para ajuste y 15 para pronósticos.

5. RESULTADOS

Primero se analizará un caso puntual simulado, como se muestra en la Tabla 2, observando cuál de los modelos arroja el menor indicador MAPE. Seguido a esto, se procederá a analizar los resultados al replicar 1000 veces las simulaciones, calculando el porcentaje de veces que es elegido cada uno de los cuatro modelos como el mejor.

En la línea 1 de la Tabla 2 puede observarse que para un modelo simulado ARIMA estacionario, la mejor forma de ajustarlo es mediante un proceso ARIMA, dado que el MAPE estimado es el menor (0.3386 %), el cual no es muy diferente del resultado del modelo de SE, con un modelo de MAPE de 0.3657 %. Comparado con estos dos valores, el modelo de regresión bayesiana no tiene un buen resultado (18.3 %) y peor, el MLDB (52.9 %). En la línea 2, la serie simulada con un modelo ARIMA con variación dinámica, la mejor forma de ajustarlo es mediante un SE, con MAPE de 1.49 %, modelo que también es elegido en las líneas 3 y 4 (Distribución normal sin y con variación dinámica). En línea 5, para la variable aleatoria simulada bajo distribución Gamma sin variación dinámica, es elegido un modelo ARIMA. Finalmente, en la línea 6, el modelo con mayor acierto (menor MAPE) es el MLDB y en la línea 7, el modelo elegido es una RBL con MAPE de 29.51 %. Sin embargo, este resultado aún no es concluyente, por el grado de aleatoriedad de la simulación.

Al repetir lo anterior 1000 veces, se analiza el grado de acierto de cada modelo. Los resultados del mejor modelo elegido son acumulados para cada simulación. Los resultados de esta repetición, cuando n=24, se observan en la tabla 3.

Tabla 2: Valores MAPE de Pronósticos por forma de simular y modelo ajustado.

FORMA DE SIMULAR	ARIMA	SE	RLB	MLDB
Modelo ARIMA estacionario[1]	**0,338**	0,366	18,310	52,850
Modelo ARIMA con variación dinámica	3,230	**1,493**	17,810	52,770
Distribución normal,	4,520	**4,520**	8,560	49,703
sin y con variación dinámica	7,516	**7,516**	9,000	48,590
Distribución gamma,	**17,411**	17,412	21,110	32,180
sin y con variación dinámica	30,797	33,300	34,780	**30,570**
Distribución poisson con variación dinámica	29,764	29,760	**29,520**	32,130

[1] Usando la función: https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/stats/html/arima.sim.html

En la Tabla 3 se aprecia, en la línea 1, que los modelos ARIMA y SE se eligen con igual frecuencia y los otros modelos no se eligen (RLB y MLDB). De las líneas 2 a 4 se aprecia la mayor elección del modelo SE. En las líneas 5 y 7, el ARIMA es el de mayor frecuencia. En la línea 6, es mayor la frecuencia de casos para el MLDB (63,3 %). En la línea 7, se observan altos casos de detección de RLB como mejor modelo para la variable aleatoria con distribución Poisson (30 %) y en la 4, de variable aleatoria con distribución normal con variación dinámica (20 %), aunque no sea el modelo con la mayor frecuencia de elección.

Dada una cierta tendencia de detección adecuada en los modelos bayesianos, para casos que provienen de distribuciones no normales, se simulan solamente este tipo de variables y los resultados

Tabla 3: Porcentaje de veces que se detecta cada modelo, según la simulación realizada.

FORMA DE SIMULAR	ARIMA	SE	RLB	MLDB
Modelo ARIMA estacionario	50	50	0	0
Modelo ARIMA con variación dinámica	43,33	**56,67**	0	0
Variable aleatoria con distribución normal	36,67	**56,67**	6,67	0
Variable aleatoria con distribución normal, con variación dinámica	36,67	**43,33**	20	0
Variable aleatoria con distribución Gamma	**43,33**	33,33	13,33	10
Variable aleatoria con distribución Gamma con variación dinámica	10	16,67	10	**63,33**
Variable aleatoria con distribución Poisson con variación dinámica	**33,33**	23,33	30	13,33

se observan en la Tabla 4.

Tabla 4: Porcentaje de veces que se detecta cada modelo, para datos con distribuciones no normales, y n=24.

FORMA DE SIMULAR	ARIMA	SE	RLB	MLDB
Modelo de regresión con errores Poisson, variación dinámica	12	18	**70**	0
Modelo de regresión con errores t-sesgados	14	22	**64**	0
Modelo de regresión con errores normal sesgados y variación dinámica	**40**	18	10	**32**
Modelo de regresión con errores t-sesgados estacionales	22	10	14	**54**
Variable aleatoria con distribución Gamma, variación dinámica	**52**	12	36	0
Variable aleatoria con distribución Poisson, variación dinámica	20	32	**36**	12

En la Tabla 4 se aprecia que hay más frecuencia en la elección de modelos bayesianos. En las dos primeras líneas se elige el RLB, en la línea 3, el ARIMA, seguido del MLDB. En la línea 4, se elige el MLDB, en la 5 el ARIMA y en la línea 6, el RLB.

En la Tabla 5 se presenta el resultado de estimación del indicador MAPE de pronósticos en un caso simulado de cada serie. Se observa consistencia con los resultados de la Tabla 3, ya que el RLB es elegido en las dos primeras líneas. En la línea 3 también se elige el RLB, aunque el ARIMA presenta un valor muy cercano. En las líneas 4 y 5, se elige el ARIMA y en la línea 6, el RLB.

Al modificar el tamaño de muestra de los datos simulados, cuando n=45, con 15 datos para el pronóstico, los resultados de la frecuencia de elección del mejor modelo se aprecian en la Tabla 6. Se observan en las dos primeras líneas y la línea 5, que ya no son los modelos bayesianos los mejores,

Tabla 5: Indicadores MAPE de pronósticos para datos no normales, n=24.

FORMA DE SIMULAR	ARIMA	SE	RLB	MLDB
Modelo de regresión con errores Poisson, variación dinámica	16,34	16,34	11,8	48,41
Modelo de regresión con errores t-sesgados	16,9	16,9	15,37	43,59
Modelo de regresión con errores normal sesgados y variación dinámica	19,6	21,97	19,01	36,49
Modelo de regresión con errores t-sesgados estacionales	23,27	23,28	25,35	36
Variable aleatoria con distribución Gamma, variación dinámica	3,42	16,61	18,78	54,5
Variable aleatoria con distribución Poisson, variación dinámica	34,83	34,83	33,11	34,33

sino que se eligen el SE y ARIMA, lo cual puede deberse al aumento en los datos simulados. En las líneas 3, 4 y 6, se elige el RLB con mayor frecuencia.

Tabla 6: Porcentaje de veces que se detecta cada modelo, para datos con distribuciones no normales, n=45.

FORMA DE SIMULAR	ARIMA	SE	RLB	MLDB
Modelo de regresión con errores Poisson	34	**64**	2	0
Modelo de regresión con errores t-sesgados	**44**	42	14	0
Modelo de regresión con errores normal sesgados estacionales	32	20	**48**	0
Modelo de regresión con errores t-sesgados estacionales	34	30	**36**	0
Distribución Gamma, variación dinámica	**48**	46	6	0
Distribución Poisson, variación dinámica	14	22	**54**	10

En la Tabla 7 se aprecia, señalado en color, el menor MAPE para cada serie simulada, en las dos primeras líneas el SE tiene MAPE de 9.7 % y 5.4 %, y las líneas 3 a 6, se elige con menores indicadores, el RLB, elección que puede radicar en la fortaleza de dicho modelo de enfrentarse a los cambios drásticos, como se quería mostrar.

En este caso, cabe resaltar que, el aumentar el tamaño de muestra puede beneficiar la estimación para los modelos clásicos, pero en casos puntuales que no presentan variación estacional o dinámica. Se encuentra que los cambios en la varianza de los datos de la serie, juega un papel fundamental, ya que cuando se presenta en la serie una variación como ésta, se elige más el modelo RLB.

Tabla 7: Indicadores MAPE de pronósticos para datos no normales, n=45.

FORMA DE SIMULAR	ARIMA	SE	RLB	MLDB
Modelo de regresión con errores Poisson	10,57	9,72	22,78	71,58
Modelo de regresión con errores t-sesgados	7,78	5,41	15,77	69,16
Modelo de regresión con errores normal sesgados, estacionales	33,14	35,78	18,89	68,85
Modelo de regresión con errores t-sesgados estacionales	21,13	21,13	20,94	67,55
Distribución Gamma, variación dinámica	21,12	38,69	12,29	74,38
Distribución Poisson, variación dinámica	25,92	25,92	25,09	56,19

6. DISCUSIÓN

Los modelos clásicos como el ARIMA y el de SE son útiles para datos con comportamiento estacionario, con poca variabilidad. Se encuentra que al tener una muestra de datos más alta, los modelos clásicos proporcionan buenos pronósticos cuando no hay alta variabilidad en los errores, pero cuando hay variación dinámica o estacional en las series, se puede confiar en los resultados de un modelo bayesiano.

La propuesta del trabajo propone comparar vía simulación el desempeño de varios modelos, dadas unas series simuladas, en relación a la frecuencia de elección de cada modelo, usando el criterio del menor MAPE de pronóstico, acorde con la necesidad de ser precisos para proponer una buena planeación de inventarios en la industria. Las covariables usadas permitieron recrear un comportamiento de tendencia y estacionalidad que representa fluctuación cíclica, mencionada en la literatura, lo cual está asociado a una serie de tiempo que es frecuente en la industria, además, el error con sesgos inyecta la variación inesperada que es difícil de predecir por los modelos clásicos, estacionarios. Con esta simulación, se logra tomar la mejor decisión frente a las comparaciones que se deseaban hacer cuando las series presentan estos problemas.

La hipótesis principal de este trabajo, se resuelve al encontrar que sí es posible estimar modelos apropiados para que la industria tome mejores decisiones al pronosticar valores de la demanda, frente a la ocurrencia de posibles cambios drásticos, reflejados en variaciones dinámicas o estacionales en el tiempo, así como también, frente a la existencia de pocos datos históricos. Con este trabajo, se comprueba que dichas técnicas bayesianas son una buena alternativa para pronosticar en este tipo de casos problema. Futuros trabajos en la misma línea, podrían introducir perturbaciones fuertes, y estudiar otro tipo de modelos bayesianos, con el fin de comprobar cuál o cuáles modelos adicionales permitirían capturar dichos cambios. Además, analizar por ejemplo, otras distribuciones a priori en los procesos analíticos de construcción de la distribución predictiva.

AGRADECIMIENTOS

A Colciencias, por facilitar los recursos por medio de la beca 567 de Doctorado, para Marisol Valencia Cárdenas, estudiante de Doctorado en Ingeniería, Industria y organizaciones.

Referencias

Barrera, C. & Correa, J. (2008). Distribución predictiva bayesiana para modelos de pruebas de vida vía MCMC. *Revista Colombiana de Estadística*, 31(2), 145–155.

Bermúdez, J. D.; Segura, J. V. & Vercher, E. (2009). Bayesian forecasting with the HoltWinters model. *Journal of the Operational Research Society*, 61(1), 164171. doi:10.1057/jors.2008.152

Bijak, J. (2005). *Bayesian Methods in International migration forecasting* (p.30). Polonia. doi:83–921915–5–2

Bolstad, W. M. (1986). Harrison-Stevens Forecasting and the Multiprocess Dynamic Linear Model. *The American Statistician*, 40(2), 129–135.

Bowerman, B.; Koehler, A. & OConnell, R. (2007). *Forecasting, time series, and regression: an applied approach. Pronósticos, series de tiempo y regresión: un enfoque aplicado.* (p. 720). México, DF:. CENCAGE Learning.

Bowerman, B. L. & Oconnell, R. T. (2007). *Pronósticos, series de tiempo y regresión: un enfoque aplicado.* (C. L. Editores., Ed.) (p. 693). México.

Caridad & Ocerin, J. M. (1998). *Econometria: Modelos Econométricos y series temporales.* (R. S.A., Ed.).

Carriero, A.; Kapetanios, G. & Marcellino, M. (2009). *Forecasting exchange rates with a large Bayesian VAR. International Journal of Forecasting*, 25(2), 400–417. doi:10.1016/j.ijforecast.2009.01.007

Choi, T.-M.; Li, D. & Yan, H. (2003). Optimal two-stage ordering policy with Bayesian information updating. *Journal of the Operational Research Society*, 54(8), 846859. doi:10.1057/palgrave.jors.2601584

Cogley, T.; Morozov, S. & Sargent, T. J. (2003). Bayesian Fan Charts for U . K . *Inflation: Forecasting and Sources of Uncertainty in an Evolving Monetary System* (pp. 1–40).

Congdon, P. (2002). *Bayesian Statistical Modelling.* (U. of London, Ed.) (p. 529). London, England: Wiley Series in Probability and Statistics.

Correa, A. & Gómez, R. (2009). Tecnologías de la Información en la Cadena de Suministro. *DYNA*, 76(157), 37–48.

Diebold, F. (1999). *Elementos de pronósticos.* México: International Thomson editores.

Duncan, G.; Gorr, W. & Szczypula, J. (1993). Bayesian Unrelated Time Forecasting Series?: for Seemingly to Local Forecasting Application Government Revenue. *Management Science*, 39(3), 275–293.

Flora Lu, Q. (2005). Bayesian Forecasting of Stock Prices, Via the Ohlson Model., (May), 80. Retrieved from https://www.wpi.edu/Pubs/ETD/Available/etd-050605-155155/unrestricted/Flora_Thesis_May_2005.pdf

Gelman, A.; Carlin, J. B.; Stern, H. S. & Rubin, D. B. (2004). *Bayesian Data Analysis.* (C. & Hall, Ed.) (Second Edi., p. 668).

Gill, J. (2007). *Bayesian methods*: A social and behavioral sciences approach (Second., p. 459). United States of America: CHapman & Hall.

Lee, J.; Boatwright, P. & Kamakura, W. A. (2003). A Bayesian Model for Prelaunch Sales Forecasting of Recorded Music, 49(2), 179–196.

Makridakis, S.; Hibon, M.; Moser, C.; Journal, S.; Statistical, R. & Series, S. (2011). Accuracy of Forecasting?: An Empirical Investigation. *Journal of the Royal Statistical Society*, 142(2), 97–145.

Meinhold, R. J. & Singpurwalla, N. D. (1983). Understanding the Kalman Filter. *The American Statistician*, 37(2), 123–127.

Mol, C. De; Giannone, D. & Reichlin, L. (2008). Forecasting using a large number of predictors: Is Bayesian shrinkage a valid alternative to principal components? *Journal of Econometrics*, 146(2), 318–328.

Neelamegham, R. & Chintagunta, P. (1999). A Bayesian model to forecast new product performance in domestic and international markets. *Marketing Science*, 18(2), 115–136.

Nenes, G.; Panagiotidou, S. & Tagaras, G. (2010). Inventory management of multiple items with irregular demand: A case study. *European Journal of Operational Research*, 205(2), 313–324. doi:10.1016/j.ejor.2009.12.022

Qun, H. & Wei, S. (2010). Research on Optimization Algorithm of Data Flow Forecasting Analysis Based on ARIMA Model. *2010 International Conference on Challenges in Environmental Science and Computer Engineering*, 463466. doi:10.1109/CESCE.2010.189

R Core Team. (2014). A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. Retrieved from http://www.r-project.org/

Samaratunga, C.; Sethi, S. & Zhou, X. (1997). Computational evaluation of hierarchical production control policies for stochastic manufacturing systems. *Operations Research*, 45(2), 258274. Retrieved from http://or.journal.informs.org/content/45/2/258.short

Sarimveis, H.; Patrinos, P.; Tarantilis, C. D. & Kiranoudis, C. T. (2008). Dynamic modeling and control of supply chain systems: A review. *Computers & Operations Research*, 35(11), 3530–3561. doi:10.1016/j.cor.2007.01.017

Sloughter, J. M. L.; Raftery, A. E.; Gneiting, T. & Fraley, C. (2007), Probabilistic quantitative precipitation forecasting using Bayesian model averaging. *Monthly Weather Review*, 135(9), 3209-3220.

Tabares, J.; Velásquez, C. & Valencia, M. (2014). Comparación de técnicas estadísticas de pronóstico para la demanda de energía eléctrica. *Revista de Ingeniería Industrial*, 13(1), 1931. doi:07188307

Valencia, M. & Correa, J. (2013). Un modelo dinámico bayesiano para pronóstico de energía diaria. *Revista Ingeniería Industrial*, 12(2), 7–17.

Valencia, M.; Díaz, F. J. & Correa, J. C. (2015). Planeación de inventarios con demanda dinámica . Una revisión del estado del arte. *Revista DYNA*, 82(190), 182–191. doi:http://dx.doi.org/10.15446/dyna.v82n190.42828

Valencia, M.; Ramírez, S.; Tabares, J. & Velásquez, C. (2014). *Métodos de pronóstico clásicos y bayesianos con aplicaciones* (p. 89). Universidad Nacional de Colombia. En: http://www.bdigital.unal.edu.co/.

Ventura, J. A.; Valdebenito, V. A. & Golany, B. (2013). A dynamic inventory model with supplier selection in a serial supply chain structure. *European Journal of Operational Research*, 230(2), 258–271. doi:10.1016/j.ejor.2013.03.012

Wang, S. (2006). *Exponential Smoothing for Forecasting and Bayesian Validation of Computer Models*. (Georgia Institute of Technology, Ed.) (p. 233).

Wang, W.; Rivera, D. E. & Kempf, K. G. (2005). A novel model predictive control algorithm for supply chain management in semiconductor manufacturing. *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005., Jun 8-10.*, 208–213. doi:10.1109/ACC.2005.1469933

Watson, R. (1987). The effects of demand-forecast fluctuations on customer service and inventory cost when demand is lumpy. *Journal of the Operational Research Society*, 38(1), 75–82.

Weinberg, J.; Brown, L. D. & Stroud, J. R. (2007). Bayesian Forecasting of an Inhomogeneous Poisson Process with Applications to Call Center Data. *Journal of the American Statistical Association*, 102(480), 1185–1198.

West, M. & Harrison, J. (1997). *Bayesian Forecasting and Dynamic Models* (Vol 18., p. 704). Springer Series in Statistics.

Wilson, J. H.; Keating, B. & Galt, J. (2007). *Pronósticos en los negocios* (Fifth Ed., p. 461). McGraw–Hill.

Yelland, P. M. (2010). Bayesian forecasting of parts demand. *International Journal of Forecasting*, 26(2), 374–396. doi:10.1016/j.ijforecast.2009.11.001

Yelland, P. M. & Lee, E. (2003). *Forecasting Product Sales with Dynamic Linear Mixture Models. Sun Microsystems* (p. 22).