

ALGUNOS ASPECTOS MATEMÁTICOS DE LA OBRA DE SALVADOR DALÍ^a

SOME IMPORTANT MATHEMATICAL ASPECTS OF SALVADOR DALÍ'S WORK

L. F. JIMÉNEZ BUITRAGO^b, D. BLÁZQUEZ-SANZ^b

Recibido 04-03-2016, aceptado 17-05-2016, versión final 31-05-2016.

Artículo Investigación

RESUMEN: Se explora la influencia de las matemáticas y la ciencia contemporánea en la obra de Salvador Dalí. Este artículo se centra en algunos motivos matemáticos que aparecen de forma recurrente en sus obras, como son el hipercubo, la razón áurea o la teoría de catástrofes.

PALABRAS CLAVE: *Salvador Dalí, arte y matemáticas, surrealismo, razón áurea, hipercubo, teoría de catástrofes.*

ABSTRACT: We explore the influence of contemporary mathematics and science in the work of Salvador Dalí. We focus on some mathematical patterns that appear recurrently in his works, such as the hypercube, the golden ratio or the catastrophe theory.

KEYWORDS: Salvador Dalí, art and mathematics, surrealism, golden ratio, hypercube, catastrophe theory.

1. INTRODUCCIÓN

Salvador Dalí es uno de los más grandes exponentes de la pintura surrealista y otras formas de expresión artística de vanguardia. Quiso ser un pintor de su tiempo, de manera que sus obras reflejaran el pensamiento y la ciencia contemporánea.

Continuamente se interesa por las matemáticas, en busca tanto de inspiración como de conocimiento técnico para la composición de sus obras. En esta búsqueda se enmarca su relación con varios matemáticos como Matila Ghyka, Francis Banchoff y René Thom.

^aJiménez Buitrago, L. F. & Blázquez-Sanz, D. (2016). Algunos aspectos matemáticos de la obra de Salvador Dalí. *Revista de la Facultad de Ciencias*, 5 (1), 38–60. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v5n1.56043>

^bProfesor Escuela de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.

Algunos motivos matemáticos captan su atención hasta obsesionarle y se reflejan frecuentemente en sus obras. Nuestro objetivo es sumergirnos en algunos de estos, así como mostrar las fuentes de las que Dalí obtuvo su conocimiento e inspiración.

Se continúa con una breve biografía de Salvador Dalí, seguida de una discusión acerca de sus métodos y su pensamiento, en la que se hace énfasis en las matemáticas. Después se introducen algunos temas matemáticos específicos y paralelamente se presentan algunas obras que contienen manifestaciones concretas de estos temas. Los temas escogidos son: El hipercubo, la proporción áurea y la teoría de catástrofes.

2. VIDA, OBRA Y PENSAMIENTO DALÍ

2.1. Breve biografía

Salvador Dalí nace el 11 de mayo de 1904 en Figueras (Cataluña) en el seno de una familia acomodada. En su infancia es un mal colegial, tiene conductas antisociales, pero demuestra grandes dotes para el arte. Por este motivo su padre lo envía a estudiar con su amigo Ramón Pichot, quien le descubre el impresionismo. Por mediación de Ramón, en 1916 el joven Salvador recibe clases en Figueras del maestro Juan Nuñez. En estos años comienza la pasión de Dalí por el claroscuro y el arte renacentista, así como su afición a la literatura. Entre sus autores preferidos están: Nietzsche, Voltaire, Kant, Spinoza y Descartes.

Venciendo la oposición de su padre, Salvador se desplaza a Madrid, en 1921, para estudiar en la academia de bellas artes San Fernando. En la residencia de estudiantes entabla relación con reconocidos artistas, como los poetas Federico García Lorca, Rafael Alberti, y José Moreno Villa, y el cineasta Luis Buñuel. Se interesa especialmente por el movimiento futurista y las obras de Giorgio de Chirico y Carlos Carrà. Su talento y perfección técnica son bien reconocidos, pero es un alumno problemático. En 1926 es expulsado definitivamente de la academia, poco antes de los exámenes finales, tras declarar que no había nadie en ésta en condiciones de examinarlo.

Ese mismo año realiza su primer viaje a París, donde conoce a Pablo Picasso. Sobre este encuentro declara: *“Fui presentado a Picasso por Manuel Ángeles Ortiz, un pintor cubista de Granada que había conocido a través de Lorca. Cuando llegue a la casa de Picasso, en la rue La Boétie, estaba tan impresionado y respetuoso como si me encontrara con el Papa. -Vengo a donde usted antes que al Louvre, le dije.-No se ha equivocado usted, me contestó.”* (en Néret (1994) pág. 15).

Influenciado por el pensamiento de Sigmund Freud, inicia sus exploraciones en el surrealismo. Colabora con Buñuel en el cine, primero en el guión de “Un Perro Andaluz” y posteriormente en “La

Edad de Oro”. En 1929 Joan Miró apadrina su ingreso al grupo de surrealistas de París dirigido por André Breton. En este mismo año conoce a Elena Ivanovna Diakonova (Gala) quien se convertirá en su musa y esposa. Su relación con Gala le cuesta la ruptura definitiva con sus padres. Se dedica a la venta de objetos surrealistas por muy buenos precios. A modo de burla André Breton le dedica el anagrama “Avida Dollars”. Es expulsado del grupo surrealista en 1934 en un acalorado y teatral juicio (o farsa de tal) dirigido por Breton. A la sentencia replicó “*yo soy el surrealismo*”. En esa misma época contrae matrimonio civil con Gala.

Tras el estallido de la segunda guerra mundial, Dalí y Gala se exilian en Estados Unidos. Allí trabaja en diseño de joyas, además ayuda con la decoración, vestuario y libretos de varias obras de opera y ballet, entre las que están: *Laberinto*, *Sentimental Colloquy* y *Café de Chinitas*. Trabaja en Hollywood y Walt Disney, en las películas *Spellbound (Recuerda)* y *Destino*. La editorial Diall Press de Nueva York le publica su libro *The Secret life of Salvador Dalí*.

En 1949 Dalí regresa, para el resto de su vida, a Cataluña. Esta decisión fue criticada por varios de sus antiguos compañeros surrealistas. La mayoría repudiaban el regimen del general Franco en España, mientras que Dalí siempre había defendido una postura apolítica en el arte. Esta etapa es de gran madurez creativa, tanto en la pintura, como en otro tipo de intervenciones artísticas. Diseña el logo de Chupa-Chups, y trabaja en varios proyectos de envergadura, el más notable, su museo personal en Figueras. Gala fallece el 10 de julio de 1982, desde entonces la salud de Dalí se debilita críticamente hasta su fallecimiento el 23 de enero de 1989, a la edad de 84 años, en su ciudad natal.

2.2. El pensamiento de Dalí

Debido al peculiar carácter del surrealismo, las explicaciones de Dalí sobre su obra son generalmente sorprendentes, confusas, provocadoras e incoherentes. Sin embargo, se puede decir, con seguridad, que Dalí desarrolla, a lo largo de su vida y obra, al menos dos paradigmas expresivos, casi científicos, que vertebran su actividad artística. Bautiza a estos métodos como el *método paranoico-crítico* y el *misticismo nuclear*.

2.2.1. Método paranoico-crítico

Dalí comienza a desarrollar este método en el año 1933. Es patente la influencia del psicoanálisis de Sigmund Freud. La distorsión de la percepción, la multiplicidad de las interpretaciones de las imágenes o de los símbolos, son algunas de sus características.

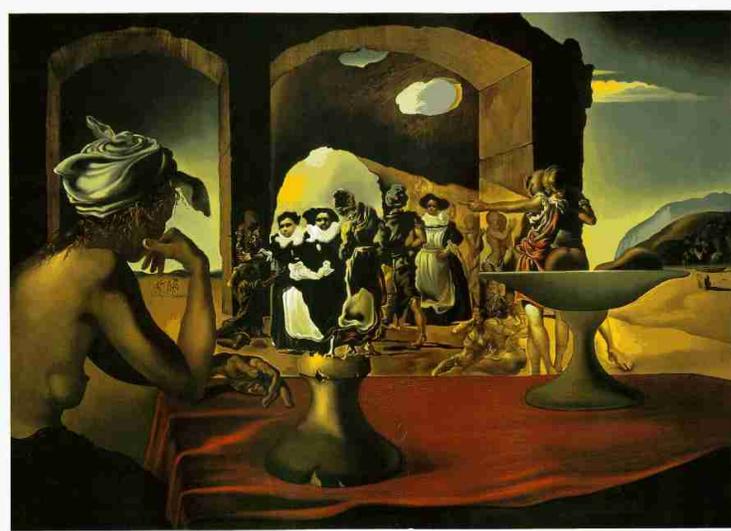


Figura 1: Mercado de esclavos con aparición del busto invisible de Voltaire (1940). Óleo sobre lienzo, 46.5 × 65.5 cm. The Salvador Dalí Museum, San Petersburgo (Florida).

“El descubrimiento de las ‘imágenes invisibles’ se inscribía ciertamente en mi destino. A la edad de seis años, asombré a mis padres y a sus amigos por mi don, muy propio de los médium, de ver “las cosas de otra forma”. Siempre he visto lo que los demás no veían; y lo que ellos veían, yo no lo veía (...) Tenía un espíritu paranoico. La paranoia se define como una ilusión sistemática de interpretación. Esta ilusión sistemática constituye, en un estado más o menos morboso, la base del fenómeno artístico, en general, y de mi genio mágico para transformar la realidad en particular.” (Ruiz, 2010)

Dalí considera a este método un gran descubrimiento personal. Juega a menudo con las imágenes dobles, que tienen interpretación ambigua. En ocasiones, esta ambigüedad es el tema principal de la obra, como en *Mercado de esclavos con aparición del busto invisible de Voltaire* (Figura 1).

2.2.2. Misticismo nuclear

El lanzamiento de las bombas atómicas sobre Hiroshima y Nagasaki (1945) consterna profundamente a Dalí. En una carta enviada a André Parinaud declara:

“La explosión atómica del 6 de agosto de 1945 me había estremecido sísmicamente. Desde aquel momento, el átomo fue mi tema de reflexión preferido. Muchos de los paisajes pintados durante este período expresan el gran miedo que experimenté con la noticia de aquella explosión. Aplicaba mi método paranoico-crítico a la exploración de ese mundo. Quiero ver y comprender la fuerza y las leyes ocultas de las cosas para apoderarme de ellas. Para penetrar en el meollo de la realidad, tengo la intuición genial de que dispongo de un arma extraordinaria: el misticismo, es decir, la intuición profunda

de lo que es, la comunión inmediata con el todo, la visión absoluta por la gracia de la verdad, por la gracia divina.”

En este marco creativo Dalí fusiona el misticismo religioso y la ciencia, alrededor de las ideas de la desintegración y de la partícula. La composición de *Leda Atómica* (Figura 13), en la cual todas las figuras aparecen flotando en el espacio, sin tocarse, y perfectamente ordenadas según un patrón geométrico oculto, es un ejemplo de este estilo.

2.3. Influencia del pensamiento matemático en Dalí

La siguiente cita, proveniente de una entrevista para Televisión Española (Chamorro & Dalí, 1980), resume la actitud de Dalí hacia la ciencia:

“Los literatos y los pensadores no me pueden aportar nada. Los científicos todo, incluso la inmortalidad del alma.”

Las influencias del pensamiento científico sobre Dalí son numerosas. Un estudio de carácter más general puede consultarse en Ruiz (2010). Este trabajo se centrará en lo específicamente matemático, pasando por alto otras cuestiones importantes.

Siguiendo un orden histórico, una de las primeras influencias sobre el pensamiento de Dalí es el pensador medieval catalán Ramon Llull (1232 - 1235). Este mítico personaje es uno de los fundadores de la lógica formal, creador de un sistema automático de razonamiento que bautizó como *Ars Magna et Ultima*. Ramon Llull, filósofo, teólogo, misionero y aventurero, dejó una obra enciclopédica *El Arbol de la Ciencia*. Inspirándose en los tratados Lullianos Dalí realiza el diseño original de su casa-museo en Figueras.

Otra importante influencia es la del pintor barroco Diego Velázquez (1599-1660). Si bien se trata de un artista y no un científico, Velázquez es conocido por la perfección geométrica y estética de sus pinturas. Uno de sus libros favoritos era los Elementos de Euclides. Dalí admira especialmente de sus obras *Las Meninas*, de la cual tenía una réplica en la casa de Portlligat, y *Las Hilanderas*. Se aprovecha para comentar también la obsesión de Dalí por los bigotes que sea tal vez fruto de su admiración por Velázquez, cuyo rostro adornado por unos bigotes puntiagudos y curvados hacia arriba, es bien conocido.

Es también conocido que utilizó como libro de estudio el “*Tratado sobre las formas cúbicas*” del arquitecto, matemático y geómetra Juan de Herrera (1530-1597). Este libro contiene varios estudios sobre formas geométricas, e incluye ejercicios que se asemejan al desarrollo tridimensional del hipercubo. Algunas de las obras de Dalí, como se verá más adelante, encuentran su inspiración en



Figura 2: Encuentro de Banchoff y Dalí. Fotografía tomada de la conferencia homenaje por el 65 aniversario de Thomas Banchoff, Brown University, 2003.

-o son claro homenaje a- Juan de Herrera.

A finales de la década de los 30 entra en contacto con el matemático rumano Matila Ghyka (1881-1965) con quien se embarca, por correspondencia, en el estudio del tratado *“De Divina Proportione”* de Fray Luca Pacioli. Fruto de este estudio Matila Ghyka escribe la *“Estética de las proporciones en las artes y la naturaleza”* al tiempo que Dalí plasma sus hallazgos en su *“Leda atómica”* (Figura 13).

En el año 1975, según cuenta en una conferencia para el American Museum of Mathematics (Banchoff, 2013), el matemático Thomas F. Banchoff utiliza una imagen del cuadro *Corpus Hypercubicus* para ilustrar un artículo sobre la visualización de objetos tetradimensionales en el *Washington Post*. Este artículo llama la atención de Dalí, que cita al matemático en el hotel St. Regis (Figura 2). Forjan una buena amistad, y Banchoff se convierte en su consultor para algunos proyectos que tienen contenido geométrico. Se embarcan en el diseño de una suerte de anamorfosis tridimensionales que nunca tienen oportunidad de realizar.

Una última personalidad que se debe mencionar es el matemático francés René Thom. Su teoría de catástrofes llamó profundamente la atención de Dalí. En el libro de la exposición (Fernández Bouza *et al.*, 2007) se atribuye a Dalí la cita:

“No es posible encontrar una noción más estética que la reciente Teoría de las Catástrofes de René Thom, que se aplica tanto a la geometría del ombligo parabólico como a la deriva

de los continentes.”

Dalí utiliza la teoría de catástrofes como motivo de algunas de sus obras. Incluso, se suma al pensamiento catastrófico escribiendo en 1982 un “*Tratado de escritura catastrofeiforme*”.

3. Aspectos matemáticos en la obra de Dalí

A lo largo de esta sección se desarrollan algunos de los aspectos matemáticos de la obra de Dalí. La metodología de la exposición es la siguiente. En cada apartado se desarrolla primero la teoría matemática básica, y después se comenta como aparece en algunas obras concretas.

3.1. El hipercubo

El hipercubo es el análogo tetradimensional del cubo. Existen análogos al cubo en todas las dimensiones. De forma precisa se puede definir, para cada n número natural:

Definición 1. *El n -cubo unidad C_n es el producto cartesiano de n copias del intervalo real cerrado $[0, 1]$.*

$$C_n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid 0 \leq x_i \leq 1, i \in \{1, 2, \dots, n\}\}.$$

Se puede decir que el n -cubo es un objeto de n dimensiones. Observe que cuando $n = 1, 2, 3$ el n -cubo es un segmento, cuadrado y cubo, respectivamente. Para completar la idea, se conviene que el 0-cubo consiste únicamente en un punto. En el n -cubo pueden reconocerse dos regiones: el interior C_n^0 , donde todas las coordenadas toman valores estrictamente entre 0 y 1, y la frontera ∂C_n donde alguna de las coordenadas toma valor 0 o 1. Dado que en la frontera, alguna de las coordenadas debe tomar uno de estos dos valores, puede observarse que ésta es la unión de $2n$ regiones que son $(n - 1)$ -cubos. De nuevo estos $(n - 1)$ -cubos pueden cortarse a lo largo de $4\binom{n}{2}$ diferentes $(n - 2)$ -cubos, $8\binom{n}{2}$ diferentes $(n - 3)$ -cubos y así sucesivamente hasta llegar a 2^n vértices. De esta manera el cuadrado (2-cubo) tiene 4 lados y 4 vértices, el cubo tiene 6 caras que son cuadrados, 12 aristas que son segmentos y 8 vértices. Al hipercubo C_4 le corresponden en su frontera 8 regiones que son cubos, 24 caras que son cuadrados, 32 aristas que son segmentos y 16 vértices.

Los primeros n -cubos de dimensiones 0, 1, 2 y 3 se pueden visualizar sin problemas con la imaginación, como formas cotidianas. ¿Cómo se puede visualizar el hipercubo C_4 ?

Para esto se propone el siguiente experimento mental, ilustrado por la Figura 3. Si se desplaza un punto con velocidad y dirección constante en una unidad de tiempo, la trayectoria que este movimiento describe es un segmento. Si de la misma manera ahora se desplaza el segmento, en una dirección perpendicular, a lo largo de una unidad de tiempo, barrerá un área que resulta ser un cuadrado unidad. Si se desplaza de manera perpendicular el cuadrado, en una dirección que sea

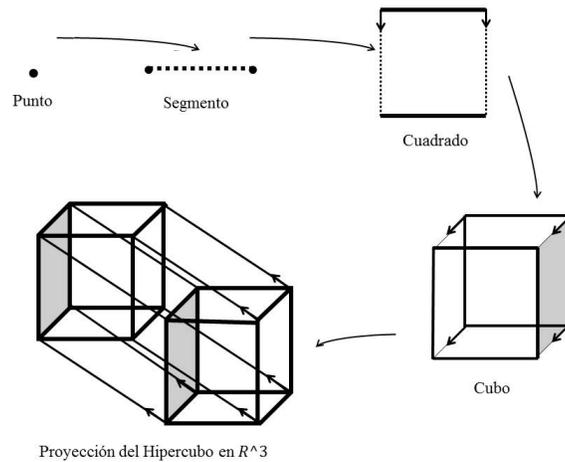


Figura 3: Representación de los n-cubos para $n=0,1,2,3,4$.

perpendicular a todos sus lados, en una unidad de tiempo se obtiene el cubo. Con este ejercicio de la imaginación se puede, por fin, visualizar el hipercubo. Se debe desplazar el cubo en una dirección que sea perpendicular a todas sus aristas. Por supuesto, dicha dirección no cabe en nuestra representación cotidiana del espacio tridimensional, donde ya se han agotado las posibilidades.

3.1.1. Desarrollo del hipercubo

Quien en su vida haya desmontado una caja de zapatos, o haya construido un dado de papel, sabe que puede cortarse la superficie de un cubo a lo largo de algunas de sus aristas, y desplegarse en un plano como ilustra la Figura 4.

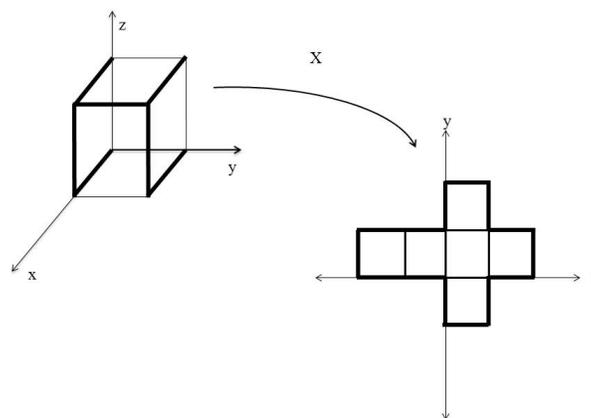
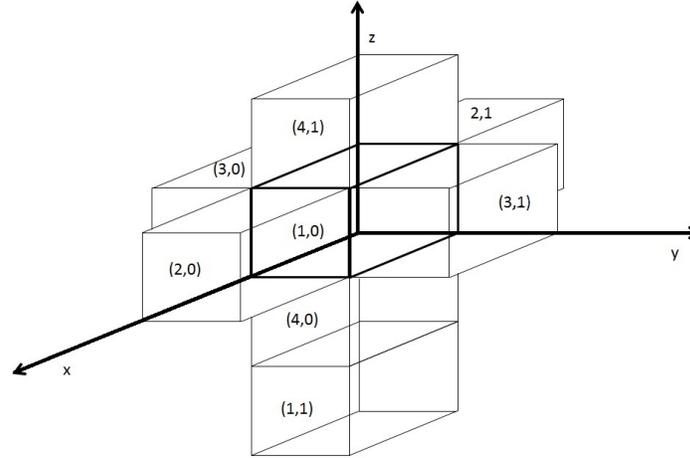


Figura 4: Despliegue del cubo.

Se mostró que la frontera ∂C_4 del hipercubo está constituida por 8 cubos. Cada uno de estos cubos

Figura 5: Desarrollo del hipercubo en \mathbb{R}^3 .

está contenido en un espacio tridimensional diferente, dentro del espacio tetradimensional. Esta situación es completamente análoga a la que se observa en la frontera del cubo, que es un objeto bidimensional formado por 6 cuadrados, cada uno de ellos en un plano diferente, hasta que se hacen los cortes y el despliegue adecuado.

De la misma manera que se desplegaba la frontera del cubo sobre el plano cortando a lo largo de algunas aristas, se puede desplegar la frontera del hipercubo, cortando a lo largo de algunos cuadrados. Se designa por la pareja (i, j) al cubo en ∂C_4 en el que la i -ésima coordenada toma el valor j . Se puede ir a cortar y rotar estos cubos para llevarlos al espacio tridimensional. De esta manera se obtiene el despliegue de la frontera del hipercubo como está ilustrado en la Figura 5.

3.1.2. Corpus Hypercubus

Este óleo (Figura 6) hace uso explícito del desarrollo tridimensional del hipercubo. Es una representación de la crucifixión donde Cristo aparece flotando sin ninguna señal de tortura frente a una suerte de cruz hipercúbica. La composición es un ejemplo del “misticismo nuclear” de Dalí. La mujer que aparece enfrente es su esposa Gala.

El paisaje en el fondo es el pueblo de Cadaqués, que al igual que su esposa, aparece en muchas de sus obras. Acerca de esta obra, Dalí declaró:

“Pinté una cruz hipercúbica en la que el cuerpo de Cristo se convierte metafísicamente en el noveno cubo, siguiendo los preceptos del discurso sobre la forma cúbica de Juan Herrera, constructor de El Escorial, inspirado en Ramón Llull.”

3.1.3. Proyección tridimensional del hipercubo

Una manera de representar objetos de dimensiones altas en dimensiones más bajas es mediante proyecciones. Esto es lo que ocurre en nuestra retina, o en una fotografía, donde una imagen

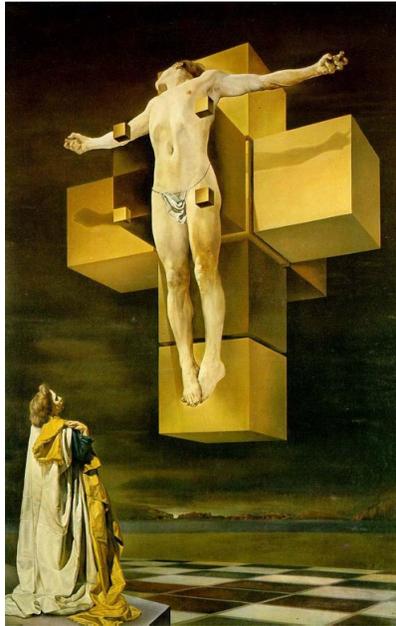


Figura 6: Corpus Hypercubus (Crucifixion) (1954). Óleo sobre Lienzo. $194.5 \times 124 \text{ cm}$. The Metropolitan Museum of Art, New York. Tomada de Néret (1994), página 81.

tridimensional es proyectada sobre un plano. Exactamente de la misma manera, una imagen tetradimensional puede proyectarse sobre el espacio. En la figura 7 se ilustran las proyecciones sobre \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 del cuadrado, el cubo y el hipercubo respectivamente.

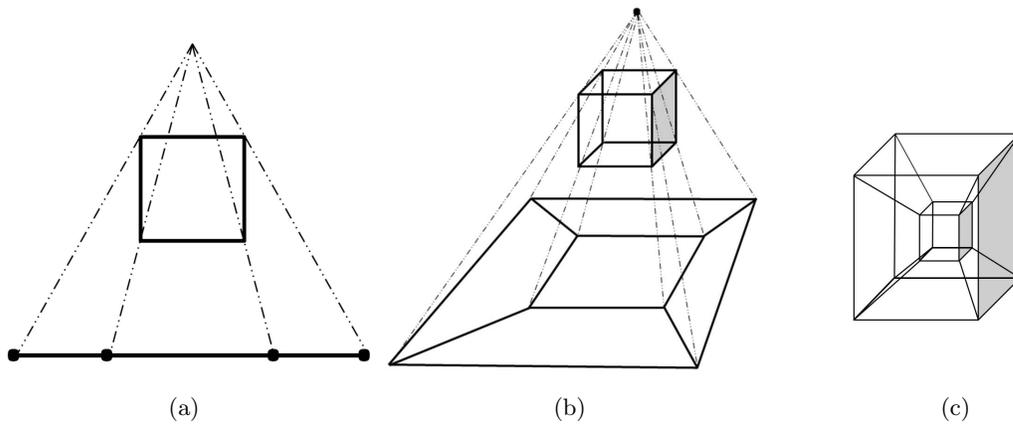


Figura 7: Proyecciones del cuadrado, del cubo y del hipercubo en \mathbb{R} , \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 respectivamente.



Figura 8: A propósito del “Discurso sobre la forma cúbica” de Juan de Herrera (1960). Óleo sobre lienzo. 59.5 × 56 cm. Imagen tomada del catálogo electrónico del Museo Nacional Centro de Arte Reina Sofía, Madrid.

3.1.4. A propósito del “Discurso sobre la forma cúbica” de Juan de Herrera.

El objeto principal de la composición de esta obra (Figura 8) es la proyección tridimensional de un hiper cubo. Varias de las aristas están foadadas con el nombre de Juan de Herrera. Las caras del cubo exterior reproducen el texto de la *piedra laberíntica del rey Silo* donde se repite *Silo Princeps Fecit* (trad. me hizo el príncipe Silo). Se trata de la lápida fundacional de la iglesia de Santianes de Pravia en Asturias, España (Blasco, 2012, pág. 7). Los clavos que aparecen paralelos a algunas aristas pueden ser alegóricos a la actividad arquitectónica de Juan de Herrera.

3.2. La divina proporción

La divina proporción, o razón áurea, es una razón numérica que podemos encontrar con frecuencia en nuestro entorno, por ejemplo en el crecimiento de las hojas de las plantas, en la distribución de las semillas en los girasoles, en la forma de las caracolas, etc.

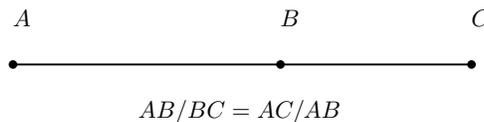


Figura 9: Segmento dividido en razón áurea.

Se dice que el segmento AC de la Figura 9 está dividido en dos según la razón áurea si la proporción entre el segmento máyor AB y el menor BC es la misma que la proporción entre el total AC y el pedazo mayor AB . La razón numérica AC/AB es una constante, igual para todos los segmentos, conocida como el *número de oro*.

El número de oro aparece descrito por primera vez en la historia escrita en los Elementos de Euclides en la siguiente proposición: “*Se dice que un segmento está dividido en media y extrema razón cuando el segmento total es la parte mayor como la parte mayor es a la menor.*” (Los Elementos, Libro II, Proposición 11) (Livio, 2002, pág. 10). Los matemáticos helénicos utilizaban la letra τ (de $\tau\omicron\mu\eta$ trad. sección (Livio, 2002, pág. 13)) para representarlo. En siglo XX el matemático Mark Barr cambia la representación de la constante por la letra ϕ , en honor al escultor Fidias, creador del Partenón, y esta es la notación más usual desde entonces.

El número de oro tiene un papel relevante en la composición de las obras arquitectónicas y escultóricas de la antigüedad. Se desconoce si los antiguos Egipcios o Babilonios tenían un conocimiento explícito de la proporción áurea, pero algunos autores afirman que sus obras arquitectónicas, como las pirámides, están inspiradas en ella.

En el renacimiento y barroco el número de oro vuelve a cobrar una gran importancia en la composición artística. El matemático italiano Fray Luca Bartolomeo de Pacioli publica en 1509 el libro *De Divina Proportione*, ilustrado por Leonardo da Vinci, donde se compila la mayor parte del conocimiento de la época acerca del tema. El libro está dividido en tres secciones. En la primera sección se estudia la razón áurea y su aplicación en el arte, en la segunda se aplica por medio de la obra de Vitruvio al cuerpo humano y a la arquitectura, en la última se estudian los sólidos platónicos.

3.3. Natureza-Morta Viva

En esta obra (Figura 10.a) los objetos se encuentran suspendidos en el aire y en aparente movimiento. Por el contrario el mar, ubicado en el costado izquierdo superior, se ve en bastante calma. En el mismo lugar se vé una mano sujetando un cuerno de rinoceronte, otra de las obsesiones matemáticas de Dalí, que sigue la forma de una espiral logarítmica perfecta.

En la figura 10.b se aprecia como la composición del cuadro sigue fielmente las secciones de los lados.

3.3.1. El valor numérico de ϕ

El cálculo del valor numérico de ϕ es un sencillo ejercicio de álgebra que se puede reproducir aquí en su totalidad. Suponga que se tiene un segmento, el cual se va a dividir en dos partes x, y , donde $x > y$. Si esta división es una sección áurea, entonces debe verificarse $x/y = (x + y)/x$. Eliminando los denominadores, y pasando todos los términos al lado derecho se obtiene:

$$x^2 - xy - y^2 = 0$$

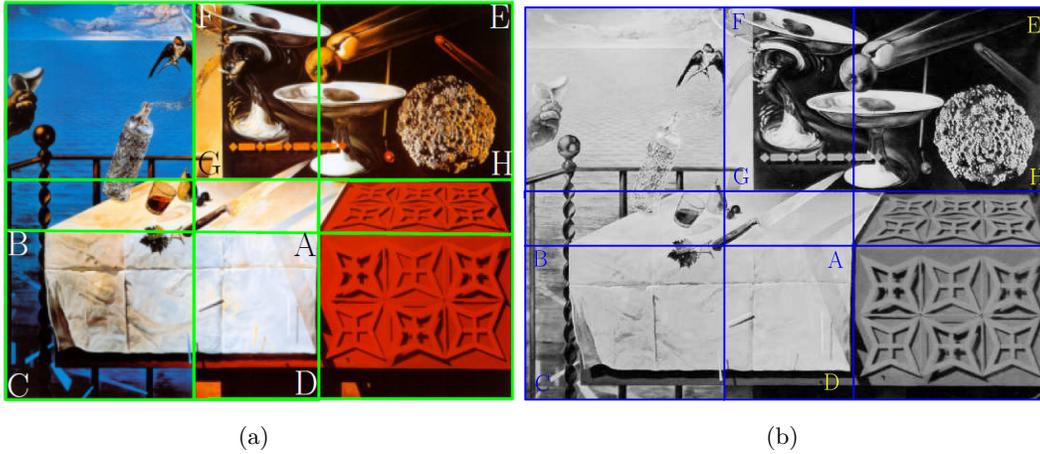


Figura 10: Naturaleza morta viva 1956. Óleo sobre lienzo, 125 × 160 cm. The Salvador Dalí Museum, San Petersburgo (Florida), tomada de (Néret, 1994), página 80. (b) Secciones áureas superpuestas.

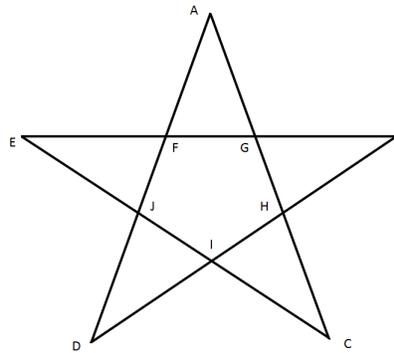


Figura 11: Pentagrama.

Si se divide por y^2 y teniendo en cuenta que el número de oro ϕ es precisamente la proporción x/y , se obtiene la ecuación cuadrática,

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0.$$

Ésta tiene dos soluciones $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ de las cuales sólo una es positiva, y por tanto se puede afirmar que:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618033\dots$$

3.3.2. El número de oro en el pentagrama

El pentagrama es la estrella de cinco puntas que puede construirse extendiendo los lados de un pentágono regular hasta que se intercepten, Figura 11. La aparición del número de oro en el

pentagrama es muy notable, se obtiene de varias maneras como razón entre los lados:

$$\phi = \frac{EB}{EI} = \frac{EI}{BH} = \frac{BH}{HI}.$$

3.3.3. Leda atómica

El motivo de esta obra (Figura 13), que se enmarca en el misticismo nuclear, es un mito clásico griego. Gala representa a Leda, hija de Eurítemis y de Testio, rey de Etolia. El cisne es Zeus, que se convirtió en éste para que Leda aceptara sus pretensiones. Según el propio autor:

“Empecé a pintar la Leda Atómica que exalta a Gala, la diosa de mi metafísica y conseguí crear el espacio-suspendido”. (Maurell, 2000)

En los estudios (Figura 12) se aprecia la composición vertebrada alrededor del pentagrama. Esta obra es posterior al estudio de Dalí, junto con Matila Ghyka, del tratado de la Divina Proporción de Luca Pacioli.

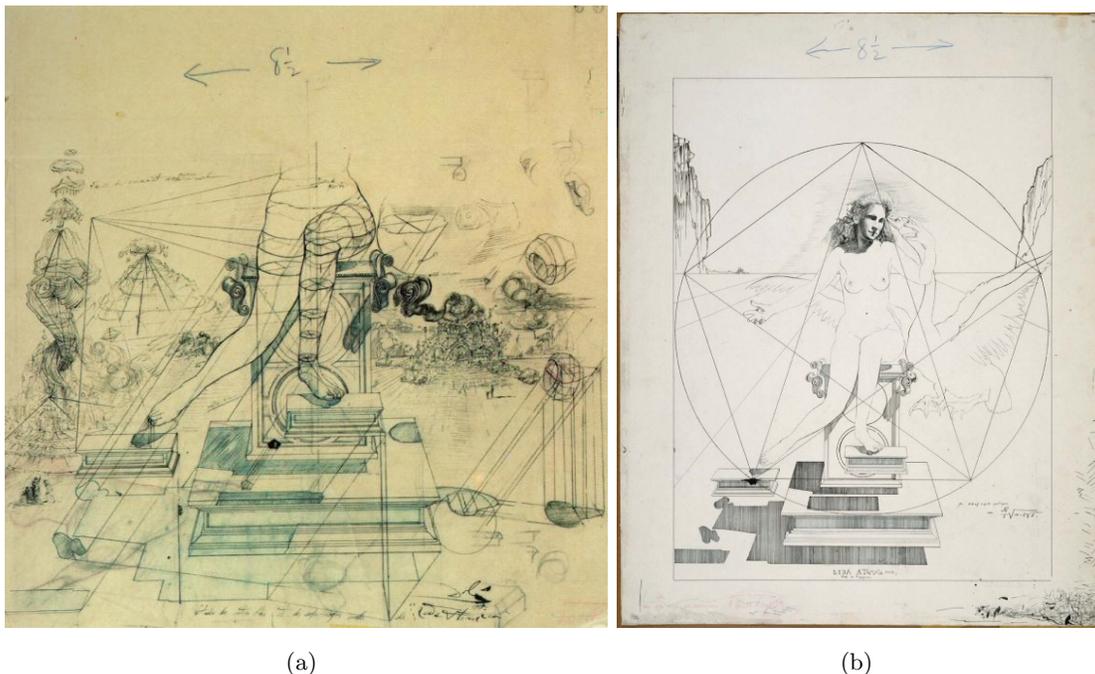


Figura 12: Estudios a lápiz de *Leda atómica*. Imágenes tomadas de Ruiz (2010), página 8.



Figura 13: Leda atómica (1949). Óleo sobre lienzo, 61 *cm* × 45 *cm*. Sala del Tesoro del Teatro-Museo Dalí de Figueras. Imagen tomada de de Néret (1994), página 68.

3.3.4. Rectángulos y espirales áureas

Un rectángulo áureo es uno tal que la proporción entre sus lados es el número de oro. Todos los rectángulos áureos son semejantes. Un rectángulo áureo tiene la propiedad de que si le sustraemos un cuadrado, el rectángulo sobrante vuelve a ser un rectángulo áureo. La razón entre los tamaños de ambos rectángulos es de nuevo el número de oro.

Utilizando esta propiedad pueden encajarse rectángulos áureos y cuadrados, cada vez menores, como se ilustra en la Figura 14. En esta estructura de cuadrados y rectángulos se inscribe una espiral, conocida como espiral áurea. Siguiendo la forma de esta espiral se desarrollan varias estructuras en la naturaleza, como la concha del caracol.

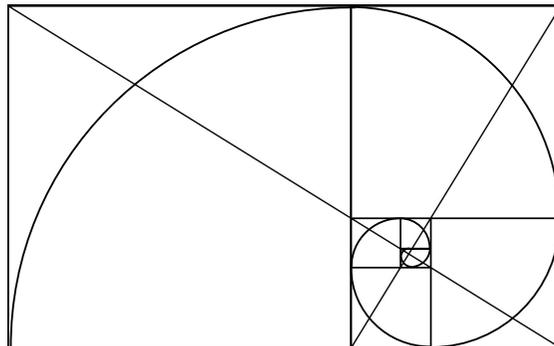


Figura 14: Rectángulos áureos y espiral áurea.

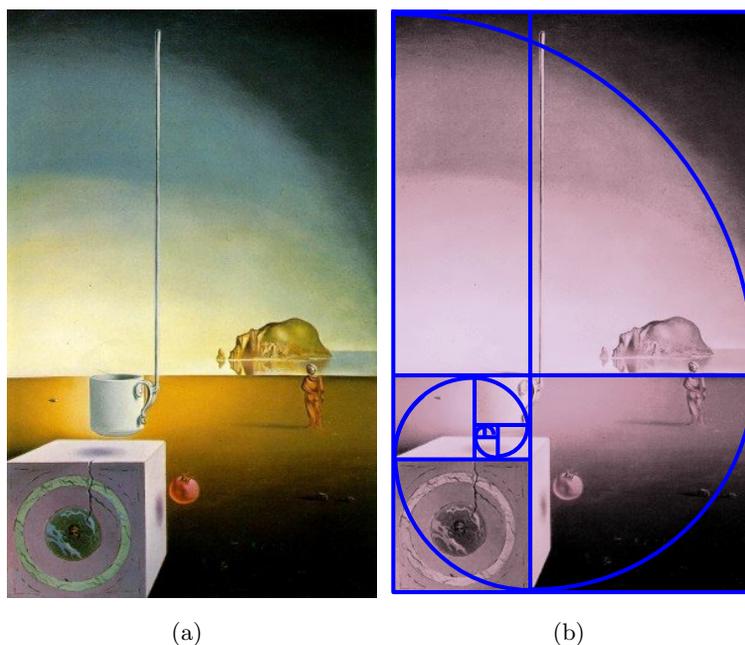


Figura 15: (a) *Semitaza gigante volante, con anexo inexplicable de cinco metros de longitud* (1944). Óleo sobre lienzo, 50 × 31,cm, en proporción áurea, figura tomada de Blasco (2012), página 5. (b) Rectángulos y espiral áureos superpuestos sobre el cuadro.

3.3.5. Semitaza Gigante Volante, con anexo inexplicable de cinco metros de longitud.

Este cuadro (Figura 15.a) tiene medidas en proporción áurea. El autor recurre al encaje de los rectángulos áureos para darle trayectoria a una espiral áurea, que empieza su recorrido en la parte superior izquierda, sirviendo de guía para dar sombra al cielo, y termina en la base de la taza. En el costado izquierdo inferior hay un cubo y a sus lados objetos flotantes. Como fondo está el paisaje de Cadaqués.

3.3.6. El número ϕ en los sólidos platónicos

El número de oro aparece de forma notable al examinar las proporciones existentes en la geometría de los cinco sólidos platónicos, el tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro. El dodecaedro con arista de longitud uno, tiene área total $\frac{15\phi}{\sqrt{3-\phi}}$ y volumen $\frac{5\phi^3}{6-2\phi}$. El icosaedro de arista de longitud uno tiene volumen $\frac{5\phi^5}{6}$. También en el interior de un sólido platónico puede inscribirse otro, de manera que los vértices del segundo coinciden con los centros de las caras del primero. Las aristas de un sólido con respecto a las del sólido inscrito están en proporción $\frac{\phi^2}{\sqrt{5}}$. El lector interesado puede consultar el excelente libro Ghyka (1953), páginas 80-91 para consultar las dimensiones y proporciones de los diferentes sólidos.



Figura 16: *El sacramento de la última cena* (1955). 167 × 268cm, Galería Nacional de Arte, Washington. Figura tomada de Blasco (2012), página 4.

3.3.7. El Sacramento de la Última Cena

Este cuadro (Figura 16), también del periodo atómico, es una versión moderna de la última cena de Leonardo da Vinci. La escena está inscrita en un lugar con forma de dodecaedro, sólido que tiene tantas caras como discípulos tenía Jesús. Merece la pena también comentar que según el *mysterium cosmographicum* de Johannes Kepler, que consistía en un sistema encajado de los cinco sólidos platónicos, el dodecaedro contiene a la totalidad del sistema solar. Jesús está sentado en el centro de una mesa, donde hay dos pedazos de pan y un vaso (moderno) con vino. Alrededor de la mesa están los doce apóstoles ubicados de forma simétrica con sus rostros ocultos. El paisaje que tiene como fondo está inspirado en las rocas y atardeceres de Cadaqués.

3.4. Teoría de las Catástrofes

Esta teoría apareció a principios de los años setenta, y quiso presentarse como una revolución de las matemáticas de aquellos tiempos. Sus promotores compararon dicha revolución con la que generaron los descubrimientos de Newton. Sin embargo, también tuvo fuertes críticas, pues algunas aplicaciones a sucesos cotidianos no eran convincentes. El lector interesado puede consultar Arnold (1984).

Las catástrofes se definen como los cambios abruptos que aparecen como una respuesta repentina de un sistema, a un cambio suave en las condiciones extremas. La teoría de las catástrofes se origina a partir de la teoría de singularidades de mapeos suaves de Whitney y la teoría de bifurcaciones de sistemas dinámicos de Poincaré y Andronov. Las bifurcaciones son todos los tipos de reorganizaciones de entidades, resultantes de un cambio en los parámetros de los cuales dependen.

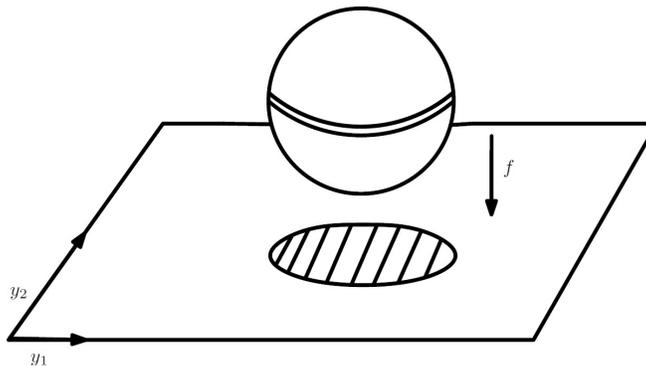


Figura 17: *Singularidad pliegue*, tomada de Arnold (1984), página 4.

3.4.1. Teoría de singularidades de mapeos suaves de Whitney

Un mapa f de una superficie en el plano es una asignación de puntos de la superficie a puntos del plano. Es decir, si la superficie está coordinada por las funciones x_1, x_2 de manera que (x_1, x_2) es un punto cualquiera de la superficie, entonces $f(x_1, x_2) = (f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2))$ donde f_1 y f_2 son dos funciones de dos variables. Se dice que el mapeo es suave si f_1 y f_2 son funciones suaves. Como ejemplos se tienen los contornos de los cuerpos que se proyectan en la retina de nuestros ojos.

Whitney observó que existen solo dos tipos de singularidades estables, las demás desaparecen con pequeñas alteraciones del mapeo. La primera singularidad estable se conoce como *pliegue*, y es la que resulta de la proyección de los puntos ecuatoriales de la esfera sobre el plano; ver Figura 17. El pliegue se alcanza a lo largo de una curva.

Cuando dos pliegues en direcciones contrarias se encuentran y desaparecen se obtiene la segunda singularidad estable, llamada *cúspide*, ilustrada en la Figura 18. En esta proyección se ve una parábola semicúbica que divide al plano imagen en dos regiones. Los puntos del interior de una de estas regiones tienen tres preimágenes, mientras que en la otra hay solamente una. Sobre cada una de las ramas de la parábola semicúbica hay un pliegue en el que dos preimágenes colapsan en una.

Whitney también demostró que toda singularidad de un mapeo suave de una superficie al plano, después de una pequeña perturbación adecuada, se descompone en pliegues y cúspides.

Este trabajo de las singularidades de Whitney tiene gran importancia en los campos de las matemáticas como topología, geometría algebraica y diferencial, teoría de la reflexión de grupos, álgebra conmutativa, teoría de los espacios complejos, etc. También es aplicada en bifurcación de estados en equilibrio, estabilidad de los movimientos de los estados dinámicos, entre otros. Rene Thom y E. C. Zeeman llamaron *teoría de catástrofes* a la combinación de la teoría de singularidades y sus aplicaciones.

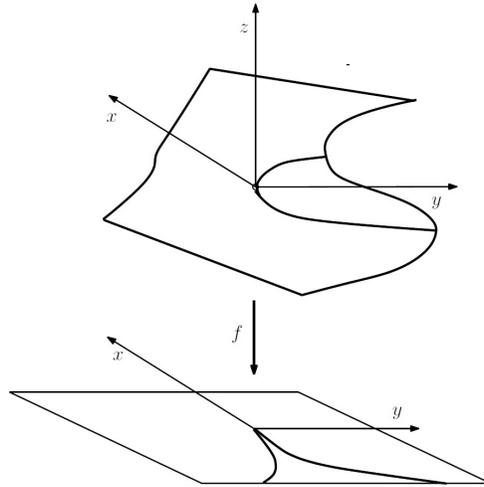


Figura 18: *Singularidad cúspide*, tomada de Arnold (1984), página 4.

3.4.2. Máquina Catastrófica de Zeeman

Se trata de una sencilla construcción mecánica que Zeeman ideó para ilustrar la teoría de catástrofes. Se considera una mesa plana horizontal, sobre la que se coloca un disco. El centro del disco está fijo sobre la mesa, pero puede girar libremente. Se toma ahora una banda elástica, que se fija por sus extremos a un punto Q del disco (que puede moverse al girar éste) y a un punto R sobre la mesa que queda fijo. Se toma otra banda elástica, que también se fija por uno de sus extremos al punto Q . Sin embargo, el otro extremo, queda libre, y con la ayuda, por ejemplo, de un lapicero, se puede fijar temporalmente sobre el punto de la mesa que se quiera, P .

Cuando se fija el punto P , el disco gira hasta estabilizarse en una posición que minimiza la energía potencial almacenada en las bandas elásticas. Cuando se mueve suavemente el punto P , el disco gira suavemente, pero en ocasiones el disco salta repentinamente de una posición a otra, esto se conoce como catástrofe. Estas catástrofes no ocurren en cualquier lugar, sino específicamente cuando el punto P atraviesa una determinada curva sobre la mesa, que se conoce como curva catastrófica (ver Figura 19). Esta curva catastrófica tiene cuatro cúspides. Cada vez que el lapicero (es decir, el punto P) atraviesa la curva catastrófica, puede o no ocurrir una catástrofe. Esto depende del sentido en el que la curva sea atravesada. Para saber esto con precisión es necesario utilizar matemáticas.

El estado de la máquina se rige por tres parámetros. Considere coordenadas cartesianas x, y sobre la mesa con origen en el centro del disco. Entonces las coordenadas (x, y) de la posición P del lapicero (parámetros de control) y el ángulo θ que forma el eje x con el segmento OQ (parámetro interno) determinan el estado de la máquina.

La energía potencial almacenada en las bandas es una función $V(x, y, \theta)$ de estos tres parámetros.

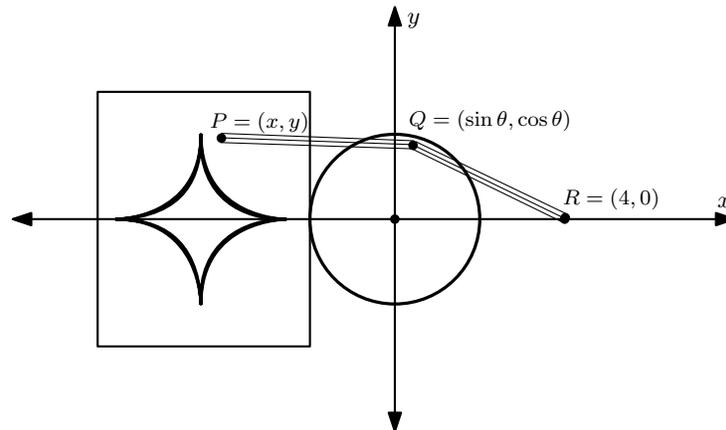


Figura 19: *Máquina catastrófica*. Imagen basada en otra de Arnold (1984), página 10.

Cada vez que se fija $P = (x_0, y_0)$ el ángulo se estabiliza en una posición θ_0 que minimiza esta energía.

Ubique el extremo fijo en el punto $R = (4, 0)$ y la posición del lapicero en el punto $P = (x, y)$ en la región adecuada de \mathbb{R}^2 . Por simplicidad, suponga que la energía potencial de las bandas elásticas es proporcional al cuadrado de la longitud a la cual cada banda está estirada. Entonces la energía potencial del sistema está dada por:

$$V(x, y, \theta) = x^2 + y^2 + 2(13 - y \sin(\theta) - x \cos(\theta) - 4 \cos(\theta)) - 2^2 \sqrt{(\cos(\theta) - x)^2 + (\sin(\theta) - y)^2} - 2^2 \sqrt{17 - 8 \sin(\theta)}$$

Una vez se fijan los parámetros x, y , la función V puede tener varios mínimos, que corresponden a los ángulos en los cuales la máquina se va a situar.

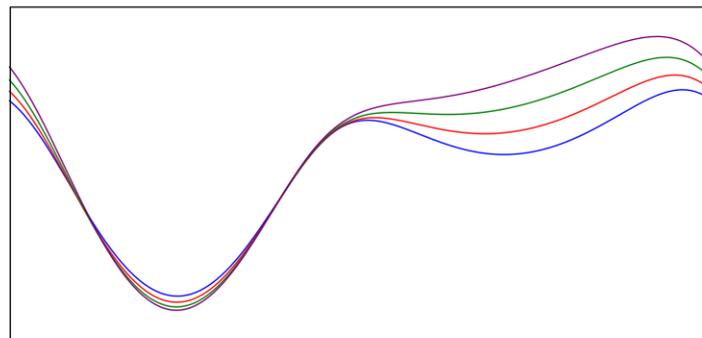


Figura 20: Gráficas del potencial $V(x, y, \theta)$, como función de θ para $x = 2$ y $y = 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$.

La Figura 20 ilustra el potencial cuando $x = 2$ está fijo y y toma valores en $\{0.5, 0.6, 0.7, 0.8\}$. Se observa que para $y = 0.5$ el potencial tiene dos mínimos, uno de ellos situado a la derecha de la gráfica, pero que para $y = 0.8$ dicho mínimo ha desaparecido. En el momento en el que este mínimo

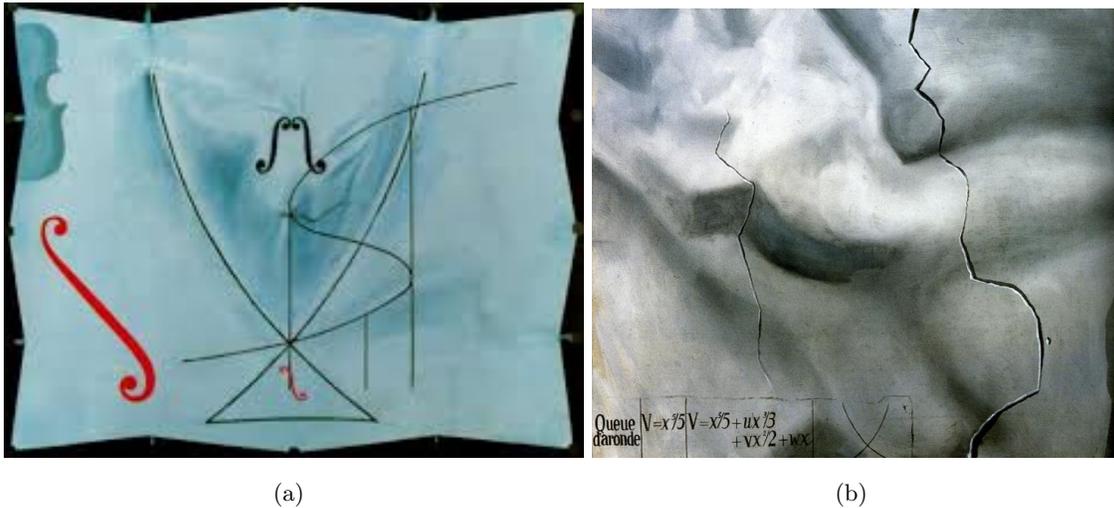


Figura 21: (a) *Cola de golondrina y violonchelo* (1983). Óleo sobre lienzo, 73.2 × 92.2cm. Teatro-Museo Dalí. (b) *Abducción topológica de Europa* (1983). Óleo sobre lienzo. Teatro-Museo Dalí. Imágenes tomadas de Blasco (2012), página 5.

desaparece, ocurre una catástrofe. Si la máquina estuviera estabilizada en dicha posición de mínimo potencial, tendría que saltar abruptamente hasta la otra posición.

3.4.3. Cola de golondrina y violonchelo, y abducción topológica de Europa

Son las últimas obras pictóricas de Dalí, se trata de homenajes a la teoría de catástrofes. El motivo principal de la primera (Figura 21a), es una sección de la superficie catastrófica en el espacio tridimensional (u, v, w) coordinado por los parámetros del potencial quintico $V = x^5/5 + ux^3/3 + vx^2/2 + wx$. Esta superficie se conoce con el nombre de cola de golondrina. El símbolo \int (S larga), que denota la integral en matemáticas y coincide con la forma de las endiduras de los violonchelos, aparece varias veces. La fórmula del potencial quintico aparece en la segunda figura (ver Figura 21b) en la parte inferior izquierda.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha ilustrado una pequeña parte del vínculo entre las matemáticas y las artes. Para esto se analizaron algunas obras del pintor surrealista español Salvador Dalí. Se nota que las matemáticas aparecen de tres maneras: primero, mediante objetos matemáticos plasmados en algunas obras, como ejemplo se tiene el hipercubo y el dodecaedro; segundo, como herramienta de composición, por ejemplo la proporción áurea; y por último, como fuente de inspiración, como en los trabajos dedicados a la teoría de catástrofes.

4.1. Derechos de autor

© Las obras de arte reproducidas en este texto están protegidas por derechos de autor. Se reproducen aquí, sin interés comercial, con motivos únicamente científicos y educativos, acogiéndonos a la política del *uso honrado*.

4.2. Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo de la Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín (proyecto HERMES 27984) en cuyo seno se llevó a cabo trabajo. También al profesor Juan Diego Vélez Caicedo por sus comentarios y apreciaciones acerca de la versión preliminar del artículo. Además, se agradece a los revisores anónimos del artículo quienes con sus comentarios han permitido mejorar su calidad.

Referencias

- Arnold, V. I. (1984). *Catastrophe Theory*. Springer-Verlag.
- Banchoff, T. (2013). *Math Encounters- Encountering Salvador Dali in the Fourth Dimension*, National Museum of Mathematics. [Consultada en marzo de 2015]. Disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=0AMt4ppZQFE>
- Blasco, F. (2012). Matemáticas en Dalí. *Matemacticalia, revista digital de divulgación matemática.*, 7, 1–15.
- Chamorro, P. & Dalí, S. (1980). Entrevista para la Televisión Española. [En línea]. [Consultada en marzo de 2015]. Disponible en: <http://www.youtube.com/watch?v=8akUKP2MHh4>
- Fernández, M., Chao, R., Fernández, M., Fernández, R. & Vergara, M. (2007). *Exposición Virtual: Dalí-Arte-Dalí-Ciencia-Dalí-Sueño-Dalí-Realidad-Dalí*. Publicaciones del MEC. Madrid, España.
- Ghyka, M. C. (1953). *Estética de las proporciones en las artes y en la naturaleza*. Poseidón.
- Livio, M. (2002). *La proporción áurea*. Planeta S.A.
- Maurell, R. (2000). Referencias mitológicas en la obra de Salvador Dalí: el mito de Leda. [En línea]. Centro de Estudios Dalinianos. Fundación Gala-Salvador Dalí. [Consultada en agosto de 2015]. Disponible en: <https://www.salvador-dali.org/recerca/arxiu-online/textos-en-descarga/3/referencias-mitologicas-en-la-obra-de-salvador-dali-el-mito-de-leda>
- Néret, G. (1994). *Salvador Dalí*. Taschen.

Ruiz, C. (2010). Salvador Dalí y la ciencia, más allá de una simple curiosidad. *Pasaje a la Ciencia*, 13, 4-3.