

PROCESOS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS^a

MATHEMATICAL MODELING PROCESSES IN TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS

ALBERTO FORERO POVEDA^{b *}

Recibido 30-04-2020, aceptado 25-06-2020, versión final 30-06-2020.

Artículo Investigación

RESUMEN: El presente artículo expone las generalidades de algunas experiencias en el marco de los procesos de modelación de fenómenos reales, analizando qué aspectos potencian la formación de estudiantes para profesor de Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, igualmente pretende manifestar heurísticas asociadas a la resolución de problemas en el marco de la comprensión y caracterización de algunos fenómenos en contexto, interpretando recursos y herramientas que apoyan el trabajo de los estudiantes para profesor y permiten fortalecer el desarrollo de su pensamiento matemático. Después de realizar una introducción, el artículo presenta una contextualización del estudio, donde se describe la metodología y una caracterización de los procesos de modelación matemática que promovieron el análisis de las experiencias. Finalmente, se establecen algunas conclusiones asociadas con diferentes elementos presentes en las experiencias, que permiten postular aspectos de interés para la formación de profesores de matemáticas en la actualidad.

PALABRAS CLAVE: Experimentación; fenómeno; matematización; modelación matemática; pensamiento matemático.

ABSTRACT: This article exposes the generalities of some experiences in the framework of the processes of modeling real phenomena, presenting aspects that enhance the training of students for the professor of Mathematics at the Francisco José de Caldas District University, also aims to manifest heuristics associated with the resolution of problems in the framework of the understanding and characterization of some phenomena in context, interpreting resources and tools that support the work of students for teachers and allow to strengthen the development of their mathematical thinking. After making an introduction, the article presents a contextualization of the study, which describes the methodology and a characterization of the mathematical modeling processes that promoted the analysis of experiences. Finally, some conclusions associated with different elements present in the experiences are established, which allow postulating aspects of interest for the training of mathematics teachers today.

KEYWORDS: Experimentation; mathematical modelling; mathematical thinking; mathematization; phenomena.

^aForero Poveda, A.(2020). Procesos de modelación matemática en formación de profesores de matemáticas. *Rev. Fac. Cienc.*, 9 (2), 66–79. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v9n2.86884>

^bMagíster en Ciencias-Matemáticas. Profesor Tiempo Completo: Facultad de Ciencias y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas

* Autor para correspondencia: aforerop@udistrital.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

El estudio y análisis de fenómenos reales en diferentes Ciencias, desde la postura de la generación de significados asociados a los conceptos matemáticos inmersos, constituye una de las experiencias que se ha fomentado desde la LEMA (Licenciatura en Matemáticas), con el objetivo de propiciar procesos de pensamiento matemático en los estudiantes para profesor y contribuir en su desarrollo frente al conocimiento didáctico del profesor de matemáticas.

Como manifiestan Confrey & Maloney (2007), “la modelación matemática es el proceso de encontrar una situación indeterminada, problematizarla y traer investigación, razonamientos y estructuras matemáticas para transformar la situación”(p. 60), en algunos casos se declara que el objetivo principal es obtener un modelo-resultado-representación matemática de la situación; desde la perspectiva de formación de profesores en la LEMA se considera que todo el proceso que se vive en la comprensión, análisis y representación del fenómeno constituye una fuente para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes para profesor, lo que implica la necesidad de indagar si diversificar el tratamiento de los procesos en modelación matemática contribuye en la formación de profesores de Matemáticas. En este sentido, es importante caracterizar la forma como se llevan a cabo los procesos asociados con la modelación matemática en la formación de profesores de Matemáticas en la actualidad.

Uno de los elementos que sustenta el desarrollo de prácticas matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas se enmarca en los procesos asociados con la resolución de problemas en contexto, donde los elementos matemáticos, actividades, relaciones, esquemas que emergen de tales actividades, promueven una significación compleja de los aspectos que caracterizan las matemáticas escolares, lo que en definitiva permite potenciar el desarrollo de prácticas asociadas con la modelación Matemática. El presente artículo se puede situar en el contexto de la solución de problemas en contexto y la generación de conocimiento matemático (alrededor de vivencias que promueven procesos asociados con la modelación matemática), con estudiantes para profesor de Matemáticas.

2. CONTEXTUALIZACIÓN DEL ESTUDIO

Mediante el siguiente escrito se pretende hacer un análisis de las experiencias asociadas a algunos procesos de modelación en el marco de formación de profesores de Matemáticas, vivencias que le han permitido a los estudiantes transitar por procesos de recolección de información, medición, observación, instrumentación y les ha dado la posibilidad de interactuar en y con el fenómeno en sí, así como analizar relaciones y propiedades que no siempre son visibles desde una postura centrada en un tratamiento teórico de los procesos de modelación.

Las siguientes vivencias se han desarrollado bajo el contexto del trabajo en espacios de formación asociados

a la estructura curricular de la Licenciatura en Matemáticas (LEMA) de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en Bogotá, Colombia, dispuesta en el Proyecto educativo del programa de Licenciatura en Matemáticas (2017), donde se espera abrir el espacio para la modelación matemática en el análisis e interpretación de fenómenos de diferentes Ciencias. En este sentido, en uno de los espacios de formación se pretenden propiciar las experiencias dispuestas en la Tabla 1, junto con algunas situaciones concretas que pueden ayudar a transitar por diferentes procesos iniciales asociados a la modelación y matematización.

Las ideas expuestas en la Tabla 1 se desarrollan mediante los procesos de resolución y análisis de situaciones concretas, donde cada grupo de estudiantes construyen diversas estrategias que les permiten comprender y fortalecer diversas prácticas matemáticas en el marco de los procesos iniciales asociados a la modelación matemática.

2.1. Metodología

El presente artículo muestra algunos elementos asociados con el proceso de modelación matemática en el marco de un espacio de formación denominado Modelos Funcionales, adscrito al proyecto curricular de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en Bogotá, Colombia. En este espacio de formación se asume la metodología de resolución de problemas, como un elemento fundamental en el desarrollo de las actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo que implica una participación efectiva de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje.

La actividad de sistematización de las experiencias en el marco de los procesos de modelación matemática se desarrolló durante el periodo 2018-III, en el cual participaron 25 estudiantes distribuidos en grupos de trabajo, que participaban del estudio y análisis de diferentes fenómenos reales, sobre los cuales se esperaba que pasaran por una etapa de acercamiento experimental, que les permitiera constituir ideas iniciales para desarrollar un proceso de modelación matemática con significado en su formación.

Teniendo en cuenta estas particularidades, se define que la presente investigación se enmarca dentro del método de investigación cualitativa, considerando, según Morse (2005) que “Los métodos cualitativos, como un tipo de investigación, constituyen un modo particular de acercamiento a la indagación; una forma de ver y una forma de conceptualizar”(p. 287), y además que la investigación cualitativa permite comprender, hacer al caso individual significativo en el contexto de la teoría, reconocer similares características en otros casos (Valisachis de Gialdino, 2006) p. 27.

En este contexto, la investigación estudia los procesos iniciales de modelación matemática en formación de profesores de matemáticas de la Universidad Distrital, reconociendo la importancia de la resolución de problemas en el proceso de análisis y comprensión de los fenómenos reales, así como de las prácticas matemáticas significativas en los procesos de formación de profesores en la actualidad. En este sentido, el análisis sobre las experiencias en procesos iniciales de modelación matemática con estudiantes para profesor de ma-

Tabla 1: Organización experiencial en un espacio de formación de profesores de Matemáticas.

EXPERIENCIA DE FORMACIÓN	SITUACIONES DE REFERENCIA	PREGUNTAS ASOCIADAS
Experiencias en recolección, análisis, organización y comprensión de datos en fenómenos reales.	Desarrolle una máquina de Atwood que le permita llevar un objeto de un lugar a otro, con al menos tres etapas.	¿Cómo se puede describir el consumo de agua en su casa a lo largo de un día?
Experiencias en caracterización de formas de variación presentes en fenómenos reales.	Establecer características matemáticas que fundamentan una nota musical.	¿La propagación de un sonido musical es un fenómeno periódico? ¿Cíclico?
	Comparar la caída de una pelota por una rampa parabólica con la caída en una rampa rectilínea.	¿La temperatura de la superficie terrestre a través del tiempo es un fenómeno cíclico? ¿Periódico?
		¿Qué condiciones fenomenológicas se requieren en una población para tener un crecimiento exponencial? ¿Todo lanzamiento es parabólico? ¿Cuáles características físicas y/o matemáticas sustentan este hecho?
Experiencias en procesos de modelación.	Modelar el comportamiento de la temperatura del agua en un vaso después de que sale de calentarse en un microondas	¿Qué herramientas permiten adaptar un espacio experimental para modelar la situación?
	Modelar el comportamiento de la caída de una pelota en una rampa circular.	¿Cómo utilizar los datos experimentales en el proceso de modelación? ¿Qué proceso analítico permite profundizar en el proceso de modelación?

temáticas pretende analizar si las actividades propuestas permiten dotar de significado a los procesos de matematización en el estudio e interpretación de fenómenos reales.

Esta caracterización de la investigación cualitativa se centra en un estudio de caso de carácter interpretativo, explicativo, en el cual se establece un primer acercamiento de las teorías, métodos e ideas del investigador a la realidad objeto de estudio (Sarabia, citado por González (2013), p. 140).

2.2. Caracterización de procesos de modelación matemática

El significado de la modelación matemática en educación tiene perspectivas diversas, que contemplan y dan importancia a diferentes aspectos dentro del proceso de modelación. Para Kaiser y Sriraman(2006), citado por Trigueros Gaisman (2009), p. 77), “Actualmente hay estudios con enfoques muy variados que han sido caracterizados dentro de grupos de acuerdo a algunas perspectivas comunes”. En el presente estudio se atiende a la idea de involucrar procesos de matematización en el análisis de fenómenos reales como una perspectiva que involucra una fenomenología significativa en cada uno de los procesos que se viven en la modelación matemática de situaciones en diferentes Ciencias. En este sentido, para Freudenthal(1991), citado por Trigueros Gaisman (2009), p.78, hay dos tipos de matematización: una horizontal que implica el proceso de partir de la situación real hacia el mundo de los símbolos, y otra vertical que describe los cambios que sufre la expresión matemática del modelo dentro del propio mundo de los símbolos, los cuales suponen una significación de las matemáticas en la caracterización y análisis de diversos fenómenos reales.

Para Blum (2007), las etapas en un proceso de modelación matemática son: Comprender el problema (construir), simplificar (estructurar), matematizar, trabajar matemáticamente, interpretar, validar y exponer; como afirman Confrey & Maloney (2007), transitar a través de estos estados envuelve observaciones, mediciones, interacciones - descritas como datos, sistemas de códigos, métodos de muestreo y recolección de datos, lo que permite ampliar el espectro de experiencias alrededor de los procesos de modelación sobre fenómenos en diferentes Ciencias.

Es importante tener en cuenta el papel de la modelación matemática en la formación actual del profesor, pues, por ejemplo para Muñoz Mesa *et al.* (2014) “La modelación matemática es uno de los dominios de investigación que, al interior de la Educación Matemática, asume como objeto de estudio las relaciones entre los contextos, situaciones propias de la cultura y de las demás ciencias con la matemática”(p. 58), lo que presenta una perspectiva investigativa en la comprensión de los procesos asociados con la modelación matemática, en los cuales el estudiante para profesor puede ser un participante activo, como resolutor, evaluador o investigador.

En cuanto a la formación de profesores de matemáticas, que se puede manifestar en diferentes espacios del desarrollo profesional del profesor y del estudiante para profesor, el presente estudio se refiere al desarrollo de estructuras curriculares concentradas en programas de formación que tienen, entre otras, la preocupa-

ción de construir proyectos que, como indica Jaworski (2008), citado por Subcomité de acreditación LEMA (2017), p. 23, formen una nueva generación de profesores de matemáticas con competencias de análisis y reflexión didáctica, y además que, como especifica Wood (2008), implementen las nuevas tendencias didácticas y de formación en educación matemática (citado por Subcomité de acreditación LEMA (2017), p. 23), lo que manifiesta la necesidad de identificar diferentes formas de generar actividades que permitan constituir experiencias de formación significativas y tengan influencia en la formación profesional del estudiante para profesor de matemáticas de la actualidad.

En relación con el conocimiento didáctico del profesor de matemáticas, Ball *et al.* (2008) distinguen cuatro subcategorías del conocimiento didáctico del contenido para el profesor de matemáticas, éstas son: Conocimiento de los contenidos comunes, Conocimiento de contenido especializado, Conocimiento del contenido y de los estudiantes, y Conocimiento de los contenidos y la enseñanza; a pesar de que los procesos de formación del profesor pueden tener incidencia en todas las subcategorías, para este artículo se pretende analizar los procesos de modelación matemática en el marco de la construcción de conocimiento de contenido especializado, el cual es definido como el conocimiento matemático y habilidad necesaria de forma única, por los profesores en la realización de su trabajo, conocimiento que los especializa para la enseñanza (Ball *et al.*, 2008), por este motivo se espera interpretar algunas experiencias asociadas a la modelación matemática, sobre las cuales se puedan extraer elementos importantes para la formación del profesor de Matemáticas.

3. ANÁLISIS DE EXPERIENCIAS

En el contexto del desarrollo de actividades que promuevan el avance de prácticas matemáticas en el análisis e interpretación de fenómenos reales, la formación de profesores de Matemáticas en la Universidad Distrital, busca espacios en donde sea posible generar vivencias que estructuren experiencias alrededor de la modelación matemática en diferentes Ciencias. Algunas de las situaciones que se proponen para abordar experiencias de formación con estudiantes para profesor de Matemáticas son:

- Consumo de agua a lo largo de 24 horas en su casa.
- Intensidad de luz con el uso de sensores.
- Caracterización de cualidades sonoras en una nota musical.
- Temperatura al usar un microondas.
- Construcción de rampas de Galileo, movimiento en rampas de diferentes formas.
- Construcción de máquinas de Atwood.

Cada una de las anteriores situaciones propuestas en espacios de formación de la LEMA pretenden fomentar procesos de análisis del fenómeno, a partir de los cuales los estudiantes recolectan información usando



Figura 1: Instrumentos no estructurados. Fuente: Elaboración de estudiantes.

diferentes instrumentos de medición, estudian las magnitudes que intervienen en la situación, interpretan diferentes relaciones que se presentan entre las magnitudes, analizan la variación presente en el desarrollo, e igualmente usan diferentes representaciones que permiten comprender el comportamiento de las variables en la situación.

En primer lugar, es importante destacar que los instrumentos de medición utilizados por los estudiantes pueden ser estructurados o no estructurados, en cuanto a los que no (Ver Figura 1), los estudiantes intentan buscar formas apropiadas que minimicen el error en la recolección de la información, por ejemplo, al recolectar información sobre el consumo de agua en una casa, algunos de los estudiantes deciden utilizar platos para definir el consumo al bañarse.

Este tipo de acciones, que normalmente no se motivan en un proceso de modelación, les permite a los estudiantes enfrentarse a actividades de medición directa que propician discusiones sobre unidades y magnitudes y sobre el análisis de los errores asociados al proceso, aspectos que contribuyen en el trabajo en resolución de problemas en la formación de los estudiantes en LEMA, pues el tratamiento de los procesos iniciales de modelación de fenómenos reales haciendo uso de materiales manipulables, construidos por los estudiantes, permite ampliar la perspectiva de la clase de matemáticas a un laboratorio de experimentación, teniendo en cuenta que para Arrieta (1998) “se puede llegar a considerar el material como el principio o núcleo sobre el que gira nuestra actividad en la clase de Matemáticas, lo que conllevará a reconvertir el aula normal de clase en un laboratorio-taller en el que la adquisición de conceptos se convierte en una experimentación continua, priorizando la forma de adquisición de conceptos a los propios contenidos”(p. 112), aspectos que contribuyen en el desarrollo de procesos de modelación matemática con significado.

La creatividad, uno de los elementos fundamentales en el proceso de resolución de problemas, no sólo permite ilustrar los instrumentos de medición que se utilizan, sino también las formas de recolección de información, pues, por ejemplo, los estudiantes son capaces de conformar un escenario para determinar relaciones y propiedades en la propagación de la luz, entre otros, cuando emplean estrategias que les permiten manifestar experimentalmente la ley del cuadrado inverso, exhibiendo la relación inversamente proporcional entre la intensidad de luz y el cuadrado de la distancia al centro donde se origina, buscando ilustrar aspectos

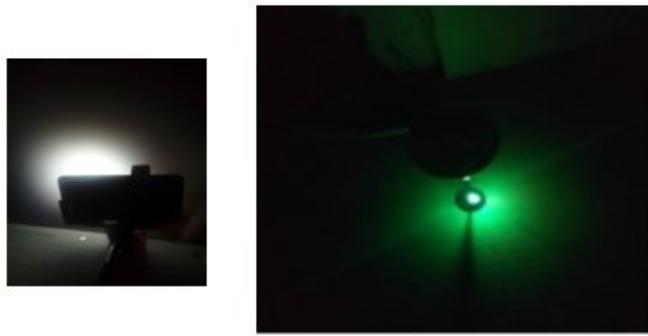


Figura 2: Acomodación en procesos de experimentación. Fuente: Elaboración de estudiantes.

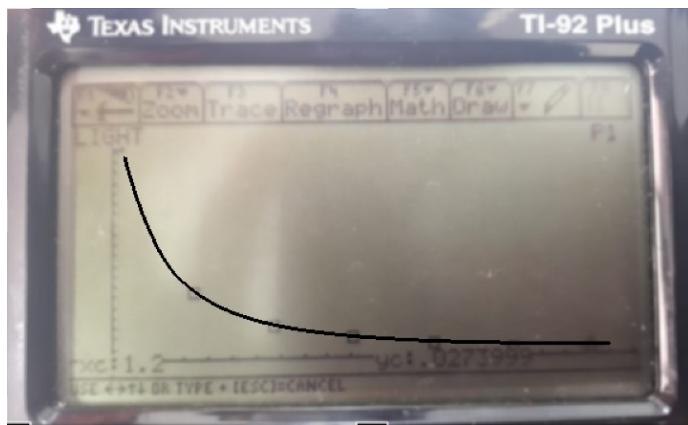


Figura 3: Recolección de información experimento de intensidad de luz. Fuente: Elaboración de estudiantes.

de minimización de los errores de medición mediante estrategias de caracterización concreta de las magnitudes en medios incorporados al aula (Ver Figura 2).

Igualmente, manifiestan su interpretación y análisis del fenómeno en representaciones asociadas a la relación entre la distancia y la intensidad de la luz (Ver Figura 3).

Las estrategias iniciales en modelación matemática involucran el uso de diversos recursos e instrumentos que permiten un acercamiento a los procesos de matematización de fenómenos reales, en cuanto a las herramientas tecnológicas, en las situaciones presentadas en el presente documento los estudiantes principalmente han usado elementos tecnológicos de medición y software que han contribuido en la interpretación de magnitudes y en la caracterización de la variación presente en cada fenómeno, entre algunas de estas herramientas se encuentran:

- Sensores de Movimiento, Luz, Temperatura, apoyados en el CBL (Laboratorio de Ciencias Portátil) de las Calculadoras Texas Voyage. Favorecen el trabajo sobre recolección de la información,

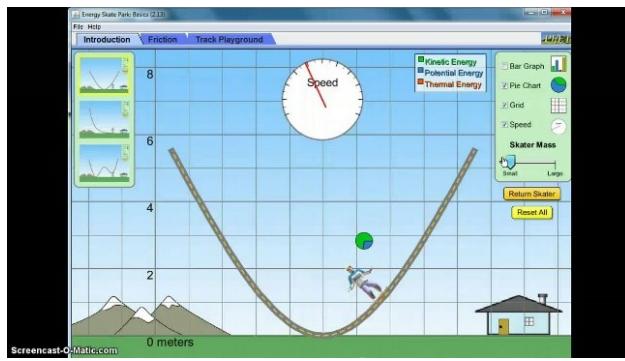


Figura 4: Imagen trabajo en *PHET Interactive Simulations*. Fuente: <https://phet.colorado.edu/es/>

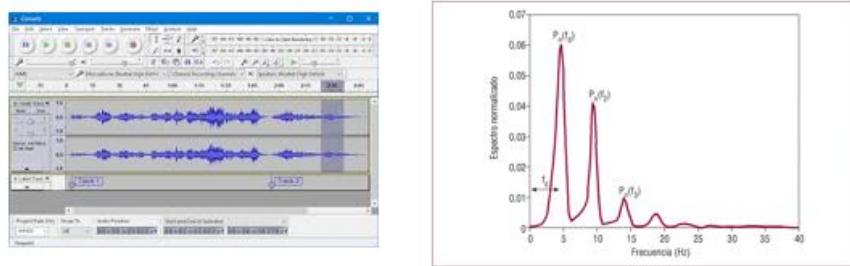


Figura 5: Comprensión sonora y espectral en Audacity. Fuente: Elaboración de estudiantes en Audacity

organización y disposición de la información en tablas y representaciones. Este trabajo apoya la comprensión de las magnitudes, unidades de medida y cambios de unidad en los procesos de recolección y toma de datos reales.

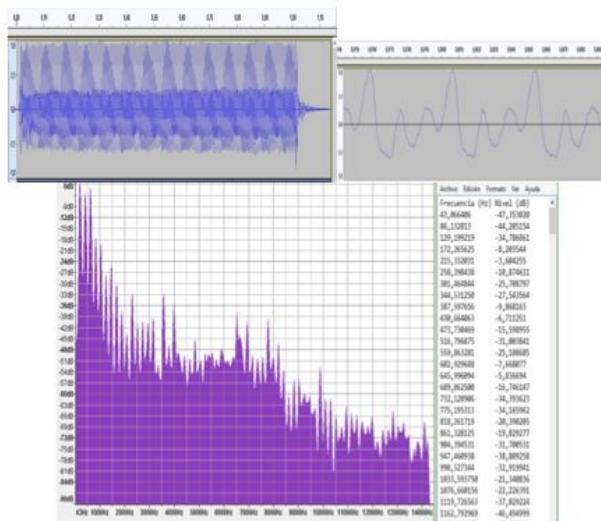
■ Applets y software simulación:

- *PHET Interactive Simulations* (Tecnología para la educación de la Física). Herramienta que sirve para simular algunos fenómenos físicos relacionados con el movimiento. Esta aplicación apoya los procesos de interpretación del fenómeno y la caracterización de las formas de variación presentes en la situación, por ejemplo cuando se quiere analizar el movimiento de un patinador en rampas de diferente forma (Ver Figura 4).
- Audacity: Software de reconocimiento de audio. Apoya los procesos de comprensión de ondas sonoras y explicación de fenómenos armónicos sonoros en términos de un análisis espectral. En la Figura 5 se presentan algunas representaciones asociadas a la comprensión de una onda sonora y su interpretación espectral.
- Wolfram Alpha: Herramienta en línea que permite tener un primer acercamiento con sonidos básicos y complejos y la comprensión de infrasonidos, ultrasonidos y sonidos perceptibles por el ser humano (Ver Figura 6).

Los procesos de experimentación en el marco de la interpretación de un sonido musical contienen una

Figura 6: Interpretación sonora en WolframAlpha. Fuente: <https://www.wolframalpha.com/>

dificultad en cuanto a la comprensión de los datos asociados al fenómeno, aún más cuando se trabaja con sonidos complejos, por eso, las herramientas tecnológicas ayudan en el proceso de recolección y análisis de la información obtenida en la caracterización de un sonido asociado a una nota musical, e igualmente contribuyen en aspectos como: facilitar observación de fenómenos, realizar análisis de casos y generar representaciones, elementos que van enriqueciendo el proceso de resolución de problemas (Gamboa Araya, 2007) y el proceso de matematización de fenómenos reales, por ejemplo, en la Figura 7 se muestra como los estudiantes pueden identificar aspectos de periodicidad y frecuencia, así como elementos intuitivos de un análisis espectral, a través de la interpretación de gráficas usando herramientas tecnológicas como el software *Audacity*.



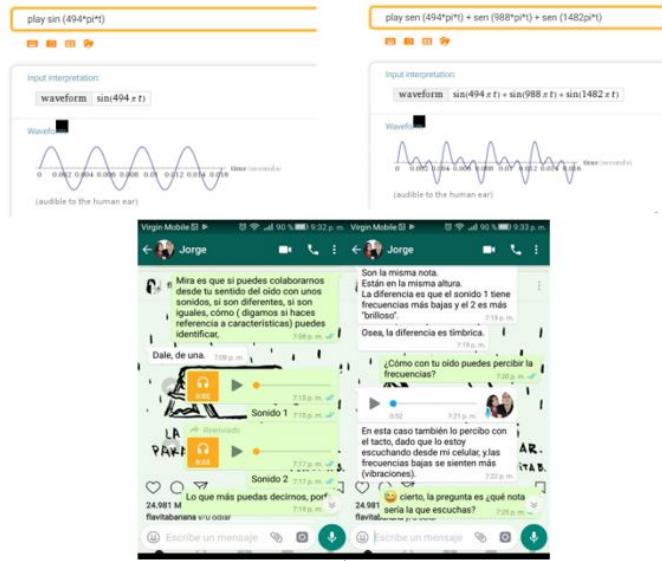


Figura 8: Imágenes uso de herramientas para interpretación sonora. Resumen discusión grupal. Fuente: Elaboración de Estudiantes.

Otra forma de experimentación usada en este caso fue recoger información a través de aportes musicales de expertos que precisaran diferencias entre sonidos construidos bajo diferentes condiciones matemáticas, el objetivo era describir diferentes sumas de funciones sinusoidales que enmarcaran diversos sonidos, su construcción se hacía mediante el software *Wolframalpha*, de tal forma que, cuando el músico la escuchó, se le cuestionó sobre si existían diferencias perceptibles de forma auditiva, este proceso se muestra en el conjunto de imágenes de la Figura 8.

Las conclusiones que exponen algunos estudiantes en este trabajo presentan ideas interesantes en su comprensión, pues son capaces de interpretar elementos matemáticos asociados a la armonía de un sonido e involucrar características cualitativas de un sonido que se encontraron mediante el proceso experimental:

De la respuesta dada por la tercera persona, se rescata que de algún modo logra identificar qué sonido es complejo armónico o simplemente complejo inarmónico ~por no tener frecuencias múltiplos de la frecuencia fundamental, es decir, la frecuencia del primer armónico. Ahora bien, en cuanto a las características o cualidades identificadas (pertenecientes a este punto) hace referencia al timbre, en cuanto a que identifica a qué nota musical hace referencia el sonido que escucha, tiene en cuenta que para uno de los sonidos complejos es difícil identificar la nota,

Como se menciona en Basso (2002), “Toda función periódica de periodo P puede descomponerse en una suma de sinusoides armónicas, de amplitudes y fases adecuadas cuyo primer armónico o fundamental posea periodo P ”(p. 78), además de indicar que el valor de las señales sigue exactamente una secuencia armónica, es decir, cuando presenta una base y todos sus múltiplos en sus frecuencias, lo que para los estudiantes es una actividad importante en términos de la interpretación experimental y del proceso de matematización que emerge de la comprensión de esquemas matemáticos inmersos en situaciones como la caracterización

armónica de un sonido o una nota musical.

En concreto, se pueden generar experiencias de formación a partir de situaciones diversas, que promuevan el desarrollo de procesos de modelación en el análisis e interpretación de fenómenos reales, como una fuente de desarrollo de actividades matemáticas en el marco de la formación de profesores de matemáticas.

4. CONCLUSIONES

Los elementos y casos asociados con la perspectiva fenomenológica expuesta en este documento constituyen algunas de las experiencias que se gestionan en el proceso de formación de profesores de Matemáticas de la Universidad Distrital y corresponden a una oportunidad de cambiar las prácticas de enseñanza en Matemáticas, que prioricen aspectos donde el estudiante sea capaz de construir estrategias, dentro y fuera de las matemáticas, que potencien el desarrollo de prácticas matemáticas asociadas al beneficio de los procesos de modelación matemática en el marco de la formación de profesores.

Es importante tener en cuenta que las experiencias asociadas con la modelación matemática que permitan transitar por diferentes procesos fenomenológicos en situaciones reales como: la experimentación, la recolección de información, la caracterización, el análisis de instrumentos de medición y la organización de los datos, son una fuente de vivencias que promueven el desarrollo de procesos de matematización y contribuyen en el proceso para potenciar el avance de prácticas matemáticas, compuestas, según Kitcher (1984), por desarrollo del lenguaje, formas de razonamiento, puntos de vista metemáticos, reglas aceptadas, procesos de argumentación (Cap. 7), entre otros aspectos de interés en la formación de un profesor de Matemáticas.

En el tratamiento de las situaciones reales donde los estudiantes tienen la posibilidad de intervenir en la caracterización del fenómeno, la recolección de información, la creación de herramientas de medición, es decir, tienen un papel activo dentro del proceso, se puede hacer evidente su creatividad y desarrollo de estrategias que contribuyen en su formación como profesores de matemáticas, puesto que, “en el marco de una perspectiva educativa de la modelación matemática para el aula, cuando las situaciones se encuentren en un contexto significativo para el estudiante o es producto de una conformación individual o grupal, de algún modo, los estudiantes se involucran en las discusiones y en las alternativas de solución a las situaciones que planteamos, puesto que éstas llaman la atención en el estudiante a nivel social, político, geográfico de manera integral con las matemáticas” (Muñoz Mesa *et al.*, 2014), lo que les permite a los estudiantes para profesor vivir la experiencia de significar las matemáticas en los procesos asociados a la modelación matemática y así complejizar su conocimiento especializado como profesores de matemáticas.

El desarrollo de la presente actividad investigativa, que presenta un análisis de algunas experiencias asociadas a la modelación matemática de fenómenos reales en la formación de estudiantes para profesor de

matemáticas, nos lleva a discutir sobre el tipo de experiencias que requiere el profesor de matemáticas para encontrar significado a su conocimiento de contenido especializado, donde las matemáticas no se conformen como un conjunto de procedimientos y técnicas aisladas sino que puedan conformar dominios de saber en contexto, donde su creatividad, estrategias, análisis de magnitudes, uso y construcción de recursos e interpretación de relaciones promuevan una interpretación de las mismas que tenga consecuencia en su quehacer pedagógico y didáctico como profesional de la educación matemática.

Teniendo en cuenta la actividad del estudiante para profesor de matemáticas, se espera que el profesor de matemáticas tenga espacios donde pueda participar como resolutor, evaluador, investigador en actividades asociadas a procesos de modelación matemática, en las cuales pueda constituir experiencias de formación que contribuyan en su desarrollo profesional.

En cuanto al uso de recursos, las experiencias presentadas manifiestan la importancia del uso de materiales estructurados y no estructurados en el proceso de experimentación y recolección de la información, pues permiten un acercamiento significativo con el fenómeno real, así como una interpretación de las magnitudes, las unidades de medida asociadas, las formas de variación presentes y el análisis de errores asociados con la medición y con los modelos teóricos previamente definidos en matemáticas y Ciencias, lo que promueve el desarrollo de procesos asociados a la modelación matemática y contribuye en la conformación de experiencias en resolución de problemas en el marco de la matematización de fenómenos reales.

Referencias

- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de Psicodidáctica. Universidad del País Vasco*, 107-114.
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching : What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 389-409.
- Basso, G. (2002). Análisis espectral. La transformada de Fourier en la música. La Plata, Argentina: Ediciones al margen.
- Blomhoj, M. (1991). Mathematical modelling at uper secondary level. En B. W. M Niss, Teaching modelling and applications (págs. 187-194). London: Ellis Horwood.
- Blum, W. y. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? . En P. G. C. Haines, *Math Modelling (ICTMA 12): Education, engineering and econocmics* (págs. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Carl Wieman (2000). PhET. Interactive Simulations. Universidad de Colorado. Obtenido de PhET. Interactive Simulations: <http://phet.colorado.edu>

- Confrey, J. & Maloney, A. (2007). A Theory of Mathematical Modelling in Technological Settings. En P. L.-W. Werser Blum, *Modelling and Applications in Mathematics Education The 14th ICMI Study* (págs. 57-68). Springer.
- Gamboa Araya, R. (2007). Uso de la tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 3, 11-44.
- González, W. O. (2013). El estudio de casos: Una vertiente para la investigación educativa. *Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal*, 139-143.
- Gialdino, I. V. (2006). Estrategias de investigación cualitativa. Barcelona, España: Editorial Gedisa, S.A.
- Kitcher, P. (1984). The Nature of Mathematical Knowledge. Oxford: Oxford University Press.
- Morse, J. (2005). Fostering qualitative research. *Qualitative Health Research*, 287-288.
- Muñoz Mesa, L. M., Londoño Orrego, S. M., Jaramillo López, C. M. & Villa-Ochoa, J. A. (2014). Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte. Fundación Universitaria Católica del Norte*, 48-67.
- Subcomité de Acreditación y Autoevaluación Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Licenciatura en Matemáticas. (2017). Proyecto educativo del programa del proyecto curricular: Licenciatura en Matemáticas(Anexos). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital. Obtenido de Licenciatura en Matemáticas: <http://licmatematicas.udistrital.edu.co:8080/proyecto-educativo-del-programa>
- Trigueros Gaisman, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 75-87.
- Vasilachis de Gialdino, I. (2006). Estrategias de investigación cualitativa. Barcelona, España: Editorial Gedisa, S.A.