

Universidad Nacional de Colombia**Rectora:** Dolly Montoya Castaño**Vicerrector:** Juan Camilo Restrepo Gutiérrez**Decano Facultad de Ciencias:** Mauricio Andrés Osorio Lema**Editor Jefe Revista Facultad de Ciencias:** Víctor Ignacio López Ríos**Evaluadores Volumen 10 Número 1 y Número 2**

- Salomón de Jesús Alas Guardado, Universidad Autónoma Metropolitana, México
- Carlos Federico Alvarez, Universidad Nacional de Colombia, Colombia
- Eduardo Carlo Amat Garcia, Tecnológico de Antioquia Institución Universitaria, Colombia
- Mario Arias-Zabala, Universidad Nacional de Colombia, Colombia
- Carlos Javier Barrera Causil, Instituto Tecnológico Metropolitano, Colombia
- David Blásquez Sanz, Universidad Nacional de Colombia, Colombia
- Johnny Bullon Torrealba, Universidad de los Andes, Venezuela
- Patricio Castro Quezada, Universidad Cuenca, Ecuador
- Aquiles Enrique Darghan, Universidad Nacional de Colombia, Colombia
- Arturo Erdely, Universidad Autónoma Nacional de México, México
- Luis Alberto Escobar, Universidad de Louisiana, USA
- Erendira Fierro Moreno, Universidad Autónoma del Estado de México, México
- María Del Carme Huguet Micheo, Universidad de los Andes, Colombia
- Alexis Jaramillo Justinico, Universidad Nacional de Colombia, Colombia
- Alfredo López Jiménez, Colegio de Posgrados, México
- Roberto Molina Garza, Universidad Autónoma Nacional de México, México
- Luis Fernando Grajales, Universidad Nacional de Colombia, Colombia
- Juan Carlos Pereira, Universidad de Carabobo, Venezuela
- Natalia Lorena Rojas, Universidad Nacional de Quilmes, Argentina
- Ángela Mendoza Henao, Instituto de Investigación de Recursos Biológicos Alexander Von Humboldt, Colombia
- Edilberto Najera-Rangel, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México
- Raúl Alberto Poutou, Universidad Javeriana, Colombia
- Francisco Prieto García, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México
- Francisco Provenzano, Universidad Central de Venezuela, Venezuela
- Oscar Quiros, Universidad CES, Colombia
- Andrés Ramírez Hassan, Universidad EAFIT, Colombia
- Hugo León Rendón Mejía, Corporación Autónoma Regional de Caldas, Colombia
- Lizbeth Salgado-Beltran, Universidad de Sonora, México
- José Julián Tavera, Universidad del Valle, Colombia
- Fidel Ulin-Montejo, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México
- Luis Vargas-Villamil, Colegio de Posgrados, México
- Victor Vásquez Guevara, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.
- Francisco Antonio Villa Navarro, Universidad del Tolima, Colombia

Diagramación en Latex: Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

Editado y diagramado en Medellín.

El material de esta revista puede ser reproducido citando la fuente.

Índice

PRUEBA ELEMENTAL DEL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL ÁLGEBRA	6
A SIMPLE PROOF OF THE FUNDAMENTAL THEOREM OF ALGEBRA	
RICARDO PÉREZ-MARCO	
PRODUCCIÓN DE ENTROPIA EN UN MODELO AUTOCATALÍTICO NO-ISOTÉRMICO	
PERTURBADO CON PULSOS DE ANALITO.....	9
ENTROPY PRODUCTION IN A NON-ISOTHERMAL ANALYTE PERTURBED AU-	
TOCATALYTIC MODEL	
JEAN PIERO MONTOYA, DANIEL BARRAGÁN	
ENFOQUE BAYESIANO PARA OBTENER TASAS DE TRANSICIÓN EN UN MODELO	
DE MARKOV CON DOS ESTADOS RECURRENTES.....	28
BAYESIAN APPROACH TO OBTAINING TRANSITION RATES IN A MARKOV MO-	
DEL WITH TWO RECURRING STATES	
ZULAY MARCELA GIRALDO BAUTISTA, JUAN CARLOS SALAZAR-URIBE, RE-	
NÉ IRAL PALOMINO	
CÓDIGOS DE BARRA DE ADN PARA IDENTIFICACIÓN DE ESPECIES DEL GÉ-	
NERO <i>Lonchaea</i> FALLEN, 1820 (DIPTERA: LONCHAEIDAE) DE ANTIOQUIA	51
DNA BARCODING FOR IDENTIFICATION OF SPECIES OF THE GENUS <i>Lonchaea</i>	
FALLEN, 1820 (DIPTERA: LONCHAEIDAE) OF ANTIOQUIA	
FRANCISCO JAVIER BALSEIRO TEHERÁN, SANDRA INÉS URIBE SOTO	
CARACTERIZACIÓN DE LA CELULOSA PROVENIENTE DEL LODO PAPELERO	
Y SU ESTERIFICACIÓN	67
CHARACTERIZATION OF CELLULOSE FROM PAPER SLUDGE AND ITS ESTERI-	
FICATION	
HENRY LABRADOR, STEFFANY OSTO	
CONDICIONES PALEOCLIMÁTICAS MIOCENICAS EN LAS CAPAS ROJAS Y EN	
LOS PALEOSUELOS DE LOS GRUPOS LA ARENOSA Y LA VENTA, TATACOA,	
HUILA, COLOMBIA	82
MIOCENIC PALEOCLIMATIC CONDITIONS IN THE RED LAYER AND THE PA-	
LEOSOILS OF LA ARENOSA GROUPS AND LA VENTA, TATACOA, HUILA, CO-	
LOMBIA	
MARÍA TERESA FLÓREZ-MOLINA	
MODELOS DE CONTEO ALTERNATIVOS PARA LOS COMPONENTES DEL CPO	
EN UNA ENCUESTA DE SALUD BUCAL EN MONTEVIDEO, URUGUAY.....	105

ALTERNATIVE COUNTING MODELS FOR DFM COMPONENTS IN AN ORAL HEALTH
SURVEY IN MONTEVIDEO, URUGUAY
RAMÓN ÁLVAREZ-VAZ, FERNANDO MASSA

TAXONOMÍA Y DISTRIBUCIÓN DE LOS PEZES SYNODÓNTIDOS (AULOPI-FORMES: SYNODONTIDAE) DEL PACÍFICO AMERICANO	126
TAXONOMY AND DISTRIBUTION OF THE SYNODONTID FISH (AULOPIFORMES: SYNODONTIDAE) OF THE AMERICAN PACIFIC	
ANDREA POLANCO F., ARTURO ACERO P.	
RIQUEZA Y ABUNDANCIA DE MARIPOSAS DIURNAS EN ÁREAS VERDES URBANAS DEL MUNICIPIO DE LA DORADA, (CALDAS)	150
WEALTH AND ABUNDANCE OF DIURNAL BUTTERFLIES IN URBAN GREEN AREAS OF THE LA DORADA, (CALDAS) MUNICIPALITY	
JUAN CAMILO GÓMEZ-SALAZAR, EFRAÍN R. HENAO-BAÑOL, SERGIO ADRIÁN MURILLO-MONTOYA, ELIANA MARCELA TUNARROSA-ECHEVERÍA	

COMITÉ EDITORIAL REVISTA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS

Carlos Alberto Cadavid Moreno Ph. D. en Matemáticas, University Of Texas System Profesor Titular Universidad EAFIT email: ccadavid@eafit.edu.co	Jorge Mahecha Gómez Ph D. en Ciencias Física, University Of Belgrade, Serbia Profesor Universidad de Antioquia email: mahecha@gmail.com
Elder Jesús Villamizar Ph. D. en Matemáticas, Universidade Estadual de Campinas, Brasil Profesor Universidad Industrial de Santander email: jvillami@uis.edu.co	Juan Carlos Correa Morales Ph. D. en Estadística, University of Kentucky, Estados Unidos Profesor Asociado Escuela de Estadística email: jccorrea@unal.edu.co
Elizabeth Castañeda Ph. D. Microbiología, Universidad de California at San Francisco, Estados Unidos Investigador Emérito Instituto Nacional de Salud, Bogotá email: ecastaneda21@gmail.com	Juan Darío Restrepo Ángel Ph. D. en Ciencia Marina, University of South Carolina, Estados Unidos. Profesor Universidad EAFIT, Medellín jdrestre@eafit.edu.co
Fanor Mondragón Ph. D. en Ciencias Química, Universidad de Hokaido, Japón Profesor Instituto de Química, Universidad de Antioquia email: fmondra@gmail.com	Rodrigo Covaleda Doctor en Enseñanza de las Ciencias, Universidad de Burgos, España Profesor Jubilado Universidad de Antioquia email: rocovaleda@gmail.com
Gustavo Cañas Cardona Ph. D. en Óptica Profesor Universidad del Valparaíso, Chile email: gustavocanascardona@gmail.com	Sandra Bibiana Muriel Ruíz Ph. D. en Ciencias-Biología, Universidad del Valle, Colombia Profesora Politécnico Colombiano Jaime Isaza Cadavid email: sbmuriel@elpoli.edu.co

COMITÉ CIENTÍFICO

- Alberto Germán Lencina
Ph. D. en Física, Universidade Federal da Paraíba, Brasil
Profesor Universidad Nacional de La Plata, Argentina
email: agl@ciop.unlp.edu.ar
- Alfonso Castro
Ph. D. in Mathematics University of Cincinnati
Professor of Mathematics, Department of Mathematics
Harvey Mudd College, USA
email: castro@g.hmc.edu
- Ángela Restrepo Moreno
Ph D. Microbiología, Tulane University Of Louisiana
Academia Colombiana de Ciencias Exactas Física y
Naturales, Capítulo de Antioquia, Medellín
email: angelares@une.net.co
- Carlos Augusto Molina Velásquez
Magister Astronomía, Universidad Federal Do Rio De
Janeiro.
Planetario de Medellín Jesús Emilio Ramírez, Colombia
email: carlos.molina@parqueexplora.org
- Fernando Albericio
Ph. D. en Ciencias Química, Universidad de Barcelona
Investigador principal del Instituto de Investigación
Biomédica de Barcelona (IRB Barcelona) y catedrático de
química orgánica de la Universitat de Barcelona, España
email: albericio@ub.edu
- Jairo Alberto Villegas Gutiérrez
Ph. D. Matemáticas, Universidad Politécnica de Valencia
Profesor Asociado Universidad EAFIT, Colombia
email: javille@eafit.edu.co
- Jean-Pierre Galaup
Universidad de Universidad de París Sud - París Saclay
email: jean-pierre.galaup@u-psud.fr
- Juan José Ibañez Martí
Ph. D. en Ciencias Biológicas
Científico Titular del Centro de Investigaciones sobre
Desertificación (CSIC-Universidad de Valencia), España
email: choloibanez@hotmail.com
- Luis Raúl Pericchi Guerra
Ph. D. University of London, Imperial College
Department of Mathematics (Mathematical Statistics),
Puerto Rico
email: luarpr@gmail.com
- Michael Seeger
Ph. D. Instituto Gesellschaft fur Biotechnologische
Forschung en Braunschweig, Alemania
Profesor Titular de la Universidad Técnica Federico Santa
María en Valparaíso, España
email: michael.seeger@gmail.com
- Mónica Reinartz Estrada
Ph D. Ciencias de la educación, Universidad de
Montreal-Canadá
Profesora Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad
Nacional de Colombia, Sede Medellín
email: mreinart@unal.edu.co
- Sandra Milena Hurtado Rúa
Ph.D. Statistics, University of Connecticut
Assistant Professor Department of Mathematics, Cleveland
State University, USA
email: s.hurtadorua@csuohio.edu
- Zbigniew Jaroszewicz
Ph. D. en Física, Institute of Physics of Warsaw University
of Technology
Profesor Instituto de Óptica Aplicada de Varsovia, Polonia
email: mmtzjaroszewicz@post.home.pl

PRUEBA ELEMENTAL DEL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL ÁLGEBRA^a

A SIMPLE PROOF OF THE FUNDAMENTAL THEOREM OF ALGEBRA

RICARDO PÉREZ-MARCO^{b*}

Recibido 8-03-2021, aceptado 15-03-2021, versión final 16-03-2021.

Artículo Invitado

RESUMEN: Sin pretensiones de originalidad, se presenta una demostración elemental del Teorema Fundamental del Álgebra, que no precisa Análisis Complejo y con uso mínimo de nociones de Topología, de manera que puede impartirse en un primer curso de Cálculo Diferencial.

PALABRAS CLAVE: Raíces; polinomios complejos; teorema fundamental del Álgebra.

ABSTRACT: We present a simple short proof of the Fundamental Theorem of Algebra, without Complex Analysis and with a minimal use of Topology. It can be taught in a first year Calculus class.

KEYWORDS: Roots; complex polynomials; fundamental theorem of algebra.

1. ENUNCIADO

Teorema 1 (Fundamental del Álgebra). *Todo polinomio no constante $P(z) \in \mathbb{C}[z]$ con coeficientes complejos tiene alguna raíz compleja.*

La demostración se basa en los siguientes puntos elementales:

- Quitando a \mathbb{C} un número finito de puntos queda un conjunto conexo.

Esto resulta de que el conjunto resultante es conexo por arcos, pues siempre se pueden unir dos puntos mediante una línea poligonal que evita el conjunto finito de puntos eliminados. Por supuesto, esta propiedad es falsa para la recta real \mathbb{R} , para la cual cualquier punto es un punto de corte.

^aPérez-Marco, R. (2021). Prueba elemental del Teorema Fundamental del Álgebra. *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 6–8. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.94184>

^bCNRS, IMJ-PRG, Université de Paris, Boîte courrier 7012, 75005 Paris Cedex 13, France

* Autor para correspondencia: ricardo.perez.marco@gmail.com

- Todo polinomio tiene un número finito de raíces.

Esto resulta de poder dividir P por $z - \alpha$ cada vez que $\alpha \in \mathbb{C}$ es una raíz.

- El Teorema de la Función Implícita.

El cual es un teorema básico de un primer curso de Cálculo Diferencial.

2. DEMOSTRACIÓN DETALLADA

Basta considerar un polinomio mónico P de grado $d \geq 1$. Sea \mathcal{C} el conjunto finito de los puntos críticos de P , estos son las raíces de P' , y $\mathcal{D} = P(\mathcal{C})$ el conjunto finito de los valores críticos de P . Sea $R = \{c \in \mathbb{C}; \text{el polinomio } P(z) - c \text{ tiene al menos una raíz simple y ninguna doble}\}$. Entonces:

- $R \subset \mathbb{C} - \mathcal{D}$. Porque si $c \in \mathcal{D}$, entonces $c = P(z_0)$ para algún punto crítico $z_0 \in \mathcal{C}$, por lo tanto $P'(z_0) = 0$ y $P(z) - c = 0$ tiene z_0 como raíz doble. Obsérvese que $\mathbb{C} - \mathcal{D}$ es abierto y conexo puesto que \mathcal{D} es finito.
- R es abierto. Esto es una aplicación simple del Teorema de la Función Implícita. Sea $c_0 \in R \subset \mathbb{C} - \mathcal{D}$, y $z_0 \in \mathbb{C}$ una raíz de $P(z) - c_0$. Aplicando el Teorema la Función Implícita a la ecuación $F(z, c) = P(z) - c = 0$, puesto que $\frac{\partial F}{\partial z}(z_0, c_0) = P'(z_0) \neq 0$, existe una vecindad U de c_0 tal que para $c \in U$ se tiene una raíz $z(c)$ de $P(z) - c$. Tomando U suficientemente pequeño, y por continuidad de P' y de $c \mapsto z(c)$, se tiene que $P'(z(c)) \neq 0$ y la raíz $z(c)$ es simple. Puesto que $\mathbb{C} - \mathcal{D}$ es abierto, se puede tomar $U \subset \mathbb{C} - \mathcal{D}$ y $P(z) - c$ no tiene ninguna raíz doble, por lo tanto $U \subset R$.
- R es cerrado. en $\mathbb{C} - \mathcal{D}$. Se considera una sucesión $c_n \rightarrow c_\infty \in \mathbb{C} - \mathcal{D}$, con $c_n \in R$. Se puede elegir una raíz simple z_n de $P(z) - c_n$. La sucesión $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es acotada puesto que $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es acotada, en tanto que sucesión convergente y, cuando $z \rightarrow \infty$, $P(z)/z^d \rightarrow 1$ pues P es un polinomio mónico, por lo tanto, cuando z es grande, z no puede ser raíz de $P(z) - c_n$. Luego, se puede extraer una subsucesión convergente $(z_{n_k})_{k \in \mathbb{N}}$. Por continuidad, el límite es una raíz de $P(z) - c_\infty$, por lo tanto, este polinomio tiene raíces. Además, todas sus raíces son simples pues $c_\infty \in \mathbb{C} - \mathcal{D}$.
- R es un conjunto no vacío. Para cada $a \in \mathbb{C}$ se tiene que para $c = P(a)$, $P(z) - c$ tiene al menos $z = a$ como raíz. Si se toma $a \in \mathbb{C} - P^{-1}(\mathcal{D})$, entonces para cualquier raíz z_0 de $P(z) - c$ con $c = P(a)$ se tiene $P(z_0) = P(a) \notin \mathcal{D}$, luego $z_0 \notin P^{-1}(\mathcal{D})$, pero $\mathcal{C} \subset P^{-1}(\mathcal{D})$, $z_0 \notin \mathcal{C}$, y la raíz z_0 es simple.

Por lo anterior, el conjunto R es no vacío, abierto y cerrado en el conjunto conexo $\mathbb{C} - \mathcal{D}$, lo cual demuestra que $R = \mathbb{C} - \mathcal{D}$. Finalmente, una de dos:

- Si $0 \in \mathcal{D}$, entonces $0 = P(z_0)$ para un punto crítico z_0 de P , que también es una raíz de P .
- Si $0 \notin \mathcal{D}$, entonces $0 \in R = \mathbb{C} - \mathcal{D}$ y la ecuación $P(z) - 0 = 0$ tiene raíces simples.

En todos los casos, P tiene una raíz. Q.E.D.

3. COMENTARIOS

La demostración precedente está inspirada de una bella demonstración de Daniel Litt (Litt, D., 2011), que trabaja en el espacio global de polinomios mónicos de grado $d \geq 1$ (biholomorfo a \mathbb{C}^d). Quitando la variedad algebraica \mathcal{D}_d de polinomios con una raíz doble, que está definida por la anulación del discriminante de los polinomios. Utiliza entonces que el complemento de una variedad algebraica estricta en \mathbb{C}^d es conexo. Esencialmente nuestra demostración consigue lo mismo de una forma más elemental trabajando en un espacio de polinomios de dimensión 1. En particular, sólo se precisa saber que el complemento de un conjunto finito en el plano es conexo (lo cual, para $d = 1$, es lo mismo que la conexidad del complemento de un subconjunto algebraico propio de \mathbb{C}^d). También se evita el uso de discriminantes.

Por supuesto, para un Teorema tan fundamental y con tantas demostraciones, es ilusorio pretender originalidad. La demostración más próxima que se ha encontrado en la literatura es una demostración publicada en el American Mathematical Monthly de Anindya Sen (Sen, A., 2000) que es ligeramente menos elemental al utilizar la propiedad topológica de un polinomio de ser propio.

Es interesante observar, que todos los argumentos de la demostración son válidos cuando el cuerpo de base es el cuerpo de los reales \mathbb{R} , salvo la propiedad fundamental que cuando se quita un punto a \mathbb{R} queda un espacio desconexo.

Agradecimientos

Agradezco a mis amigos Marie-Claude Arnaud, Kingshook Biswas, David Blázquez, Alain Chenciner y Yann Levagnini por sus comentarios y sugerencias que han mejorado notablemente la presentación. En particular a Kingshook por una simplificación.

Referencias

- Litt, D. (2011). Yet another proof of the Fundamental Theorem of Algebra [En línea], Manuscript. Disponible en: www.daniellitt.com/blog/2016/10/6/a-minimal-proof-of-the-fundamental-theorem-of-algebra
- Sen, A. (2000). Fundamental Theorem of Algebra- Yet another proof, *The American Mathematical Monthly*, 107, 9, 842-843.

PRODUCCIÓN DE ENTROPIA EN UN MODELO AUTOCATALÍTICO NO-ISOTÉRMICO PERTURBADO CON PULSOS DE ANALITO^a

ENTROPY PRODUCTION IN A NON-ISOTHERMAL ANALYTE PERTURBED AUTOCATALYTIC MODEL

JEAN PIERO MONTOYA^b, DANIEL BARRAGÁN^{c*}

Recibido 2-12-2019, aceptado 11-05-2021, versión final 21-05-2021.

Artículo Investigación

RESUMEN: En este artículo se presenta el análisis termodinámico de un oscilador químico no-isotérmico tipo Lotka-Volterra perturbado con pulsos de analito. Partiendo de un mecanismo de reacción simple de tres etapas elementales, con dos inestabilidades, más una cuarta etapa que representa el efecto perturbativo, se construye un modelo matemático basado en la ley de acción de masas y en el balance de energía en recipiente cerrado y pseudo-adiabático que considera la variación de las constantes cinéticas con la temperatura según el modelo cinético de Arrhenius. La solución numérica del modelo permite estudiar la dinámica y la termodinámica basada en la segunda ley. El sistema responde a la perturbación evolucionando a una nueva trayectoria estable de ciclo límite, de modo que la concentración inicial del pulso de analito se correlaciona con valores definidos de producción de entropía y eficiencia energética. Adicionalmente se observa para ciertos valores de los parámetros de control, magnitud de la perturbación y del coeficiente global de transferencia de calor, que la perturbación lleva al sistema a un período de fase muerta, el cual igualmente se correlaciona con la magnitud de dicha perturbación y con la de la producción de entropía durante este período. Finalmente, todos los resultados se analizan y comparan contra el modelo isotérmico para establecer la contribución de la exotermicidad de las reacciones a la producción de entropía.

PALABRAS CLAVE: Oscilador químico no-isotérmico; Lotka-Volterra; perturbación con pulso de analito; generación de entropía.

ABSTRACT: In this article, the thermodynamic analysis of a non-isothermal Lotka-Volterra type chemical oscillator perturbed with analyte pulses is presented. Starting from a simple reaction mechanism of three elementary steps, with two instabilities, plus a fourth step that represents the perturbative effect, a mathematical model based on the law of mass action and in the balance of energy, in closed container and pseudo-adiabatic, is constructed. In this case the variation of the kinetic constants with the temperature according to the Arrhenius model is considered. The numerical solution of the model allows to study the dynamics and thermodynamics based on the second law. The system responds to the perturbation by evolving into a new stable limit cycle path, so that the initial concentration of the analyte pulse correlates with defined values of entropy production and energy efficiency. Additionally, it is observed for certain values of the control parameters, magnitude of the perturbation and the global heat transfer coefficient, that

^aMontoya, J. P. & Barragán, D. (2021). Producción de entropía en un modelo autocatalítico no-isotérmico perturbado con pulsos de analito. *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 9-27. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.83839>

^bEscuela de Química. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín. Bloque 16, Núcleo El Volador.

^cEscuela de Química. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín. Bloque 16, Núcleo El Volador.

* Autor para la correspondencia: dalbarraganr@unal.edu.co

the perturbation leads the system to a death phase period, which also correlates with the magnitude of such perturbation and with the entropy production during this period. Finally, all the results are analyzed and compared against the isothermal model to establish the contribution of the exothermicity of the reactions to the entropy production.

KEYWORDS: Non-isothermal chemical oscillator; Lotka-Volterra; analyte pulse perturbation; entropy generation.

1. INTRODUCCIÓN

La perturbación de un oscilador químico, ya sea mediante un pulso químico, eléctrico o térmico, es una importante técnica que permite elucidar algunas características propias del sistema de interés tales como aspectos cinéticos (Hanggi *et al.*, 1990), mecanismos de reacción (Schneider, 1985), efectos termodinámicos (Barragán *et al.*, 2015), entre otros (Field *et al.*, 1972; Vanag *et al.*, 2016). Desde la década de los años 80's se han desarrollado numerosos trabajos que muestran como los efectos perturbativos sobre osciladores químicos pueden emplearse con fines prácticos (Ren *et al.*, 2013). En este sentido, Jimenez-Prieto *et al.* (1995) estudiaron la perturbación de un sistema químico oscilante mediante la adición de un microvolumen de analito y desarrollaron así una prometedora técnica analítica en la cual es posible relacionar cuantitativamente los cambios en los parámetros dinámicos del sistema (amplitud, periodo, tiempo de inducción, entre otros) con la concentración inicial del analito. En la misma línea, el trabajo de Zhang *et al.* (2018) presenta una técnica de análisis cualitativo que permite identificar y diferenciar cuatro isómeros del dihidroxinaftaleno con base en los diferentes efectos perturbativos que cada isómero tiene sobre el oscilador químico de Briggs-Rauscher (DeKepper & Epstein, 1982).

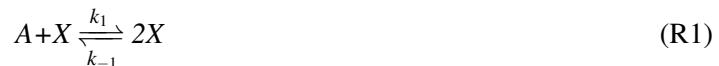
Por otro lado, el modelo de Lotka-Volterra es ampliamente usado en modelamiento y estudio de sistemas dinámicos no lineales tan diversos como la población de especies animales y vegetales, el agotamiento de recursos en los ecosistemas, la producción de sustancias de interés bioquímico en cultivos bacterianos, y algunos tipos de osciladores químicos, entre otros (Fort, 2018; Noszticzius *et al.*, 1983; Guerra, 2014; Skvorstov *et al.*, 2018; Xu & Gan, 2019). En este trabajo se hace uso del modelo de Lotka-Volterra como representación matemática conveniente de un sistema de reacción con inestabilidades químicas; con tres etapas elementales de reacción, dos de ellas autocatalíticas (Berryman, 1992). Aquí se considera que el modelo de Lotka-Volterra describe un proceso químico que tiene lugar en un reactor abierto y bien agitado, para el cual es necesario incluir el balance de energía debido a la exotermicidad de las etapas de reacción. Del balance de energía se obtiene la temperatura como variable adicional para estudiar la dinámica, termoquímica y termodinámica del proceso, que en la práctica es equivalente a realizar un estudio termométrico y calorimétrico. La calorimetría presenta algunas ventajas sobre otras técnicas analíticas, como la potenciometría o la espectrofotometría, en la medida en que es un procedimiento no invasivo y no selectivo (Fujieda & Ogata, 1996). La calorimetría tiene la desventaja de ser menos sensible, en precisión de escala de señales, sin embargo, se puede considerar una alternativa viable para estudiar la respuesta de un sistema químico ante una perturbación con un analito (Sgarlata *et al.*, 2013; Murgatroyd *et al.*, 1993).

Hay que tener presente que el estudio de sistemas dinámicos no-lineales, como son las reacciones químicas oscilantes, a través de funciones y variables termodinámicas, tales como: la temperatura, la función de Gibbs y la producción de entropía; permite obtener información adicional a la dinámica del sistema como lo es la eficiencia energética (Barragán, 2015; Barragán *et al.*, 2015; Roelofs, 1988; Villanueva-Marroquín & Barragán, 2009). Así, en este trabajo se muestra el estudio de un proceso fisicoquímico modelado con las ecuaciones de Lotka-Volterra, donde el sistema exhibe una dinámica oscilatoria la cual es perturbada con un analito (pulso instantáneo de concentración con una variable adicional), y cuya respuesta es evaluada a través de la cuantificación de la producción de entropía (dissipación termodinámica).

2. MODELO DE LOTKA-VOLTERRA

2.1. Aspectos cinéticos

La dinámica poblacional con proceso global $A \rightleftharpoons B$, por ejemplo entre sustrato biológico activo y desechos biológicos o entre reactivos y productos, con dos ciclos de retroalimentación positiva en las especies intermedias del proceso X y Y , se describe mediante la siguiente secuencia de etapas:



donde k_i y k_{-i} representan las constantes cinéticas de la etapa directa e inversa respectivamente. Estas constantes cinéticas tienen significado de tasas de natalidad o muerte de especies en dinámica poblacional o velocidades específicas en dinámica de reacciones químicas. Al sistema de ecuaciones de reacción (R1) a (R3) se le conoce en dinámica poblacional como modelo de Lotka-Volterra. Hay diferentes formas de interactuar con el modelo de Lotka-Volterra, por ejemplo, haciendo que las constantes cinéticas dependan de variables poblacionales o introduciendo límites de saturación poblacional, sin embargo, para hacer esto, se introduce una etapa adicional que altera la dinámica de una de las variables poblacionales, a esta etapa se le denomina perturbación, (R4), mediada por la variable P :



En particular, se considera en este trabajo que el modelo de Lotka-Volterra describe un hipotético proceso químico que tiene lugar en sistema abierto en un reactor bien agitado y con continuo intercambio de energía con el entorno, que actúa como termostato. Así, las concentraciones de las sustancias A y B se consideran constantes y la cinética de cada etapa descrita por la ley de acción de masas. De esta manera del sistema (R1) a (R3) se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales, (sin incluir la etapa (R4)):

$$\frac{dX}{dt} = k_1 AX - k_{-1} X^2 - k_2 XY + k_{-2} Y^2 \quad (1)$$

$$\frac{dY}{dt} = k_2XY - k_{-2}Y^2 - k_3Y + k_{-3}B \quad (2)$$

El balance de energía involucra la diferencia entre la energía liberada por las reacciones químicas y el calor transferido a los alrededores. Por simplicidad se considera que únicamente las etapas (R1) y (R4) son exotérmicas, entonces la expresión del balance de energía, antes de la perturbación se escribe como:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q_1 k_1 AX - A_s C_T (T - T_\infty)}{m C_p \mathfrak{E}} \quad (3)$$

donde T es la temperatura del sistema, T_∞ es la temperatura de los alrededores (termostato), Q_1 es la entalpía de la reacción (R1), A_s es el área de transferencia de calor, C_T es el coeficiente global de transferencia de calor, m es la masa del sistema reaccionante, C_p es el calor específico y \mathfrak{E} es un parámetro de escalado adimensional.

El modelo cambia en el instante de tiempo, t_{per} , en el que se introduce la perturbación (R4), de modo que las ecuaciones (4) y (5) que se presentan a continuación hacen parte del modelo:

$$\frac{dP}{dt} = k_{-4}B - k_4XP \quad (4)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q_1 k_1 AX + Q_4 k_4 XP - A_s C_T (T - T_\infty)}{m C_p \mathfrak{E}} \quad (5)$$

La ecuación (1) también debe modificarse adicionando al balance los términos de la ecuación (R4), $k_{-4}B - k_4XP$. También por simplicidad se considera que únicamente las constantes cinéticas de las reacciones directas dependen de la temperatura del sistema según la ecuación (4), ecuación de Arrhenius:

$$k = k_r \cdot \exp \left[\frac{-E_a}{\alpha R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_\infty} \right) \right] \quad (6)$$

donde, k_r es el valor de referencia de la constante cinética, la temperatura de los alrededores es $T_\infty = 298.15\text{ K}$, la energía de activación es E_a , R es la constante de los gases, la temperatura del sistema es T , y α es un parámetro adimensional de escalado. Ver datos en la Tabla 1.

2.2. Aspectos termodinámicos

La segunda ley de la termodinámica da cuenta de las irreversibilidades o disipaciones que tienen lugar en el sistema durante los procesos y que disminuyen la eficiencia energética de los mismos. Procesos difusivos de masa y calor, mezclado de sustancias, reacción química, transporte de carga eléctrica, entre otros, son fenómenos termodinámicamente irreversibles (Kondepudi, 2008). La entropía es una función aditiva y de la segunda ley de la termodinámica se propone que el balance de los cambios de entropía en el sistema durante un proceso puede expresarse de la siguiente forma (Prigogine, 1961):

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_iS}{dt} + \frac{d_eS}{dt} \quad (7)$$

La cual expresa que el cambio infinitesimal de entropía del sistema por unidad de tiempo (dS/dt) corresponde a la suma de un término relacionado con el intercambio de entropía con los alrededores debido a los flujos de materia o energía (d_eS/dt) y otro término relacionado con la generación de entropía al interior del sistema debido a las irreversibilidades (d_iS/dt). Este último término de generación de entropía, que se representa como σ , es definido positivo.

La termodinámica química estudia las reacciones químicas, bajo restricciones de temperatura y presión, haciendo uso de la función afinidad y la variable de estado grado de avance, de las cuales es posible demostrar que la velocidad de producción de entropía, $\sigma = \frac{d_iS}{dt}$, se puede calcular a partir de velocidad de reacción, v , de la siguiente manera (Kondepudi, 2008):

$$\boldsymbol{\sigma} = VR \sum_i (v_i - v_{-i}) \ln \frac{v_i}{v_{-i}} + J_q \left(\nabla \frac{1}{T} \right) \quad (8)$$

donde R es la constante de los gases y la sumatoria se realiza sobre cada una de las etapas de reacción. El subíndice i hace referencia a la reacción directa mientras que el subíndice $-i$ se refiere a la reacción inversa. El segundo término a la derecha de la ecuación (8) es la producción de entropía por flujo de calor, donde J_q es el flux térmico desde el medio de reacción hacia el exterior o termostato debido al gradiente de temperatura $\nabla(\frac{1}{T})$.

Para sistemas de reacción que exhiben dinámica oscilatoria se ha propuesto evaluar la ecuación (6) como el promedio por ciclo oscilatorio ($\hat{\sigma}$), mediante la siguiente expresión (Barragán *et al.*, 2015):

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \boldsymbol{\sigma} d\tau \quad (9)$$

donde τ representa el periodo de la oscilación. A partir de la disipación termodinámica ($\hat{\sigma}$) se puede evaluar la eficiencia energética η , en el marco de la segunda ley, así:

$$\eta = \frac{\hat{\sigma}}{\Delta_R G^0} \quad (10)$$

En la cual $\Delta_R G^0$ corresponde al cambio en la energía libre de Gibbs del proceso global de reacción y se determina mediante la siguiente expresión que involucra las energías libres de formación estándar (ΔG_f^0) de las sustancias (Klotz & Rosenberg, 2008):

$$\Delta_R G^0 = \sum (\Delta G_f^0)_{productos} - \sum (\Delta G_f^0)_{reactivos} \quad (11)$$

Tabla 1: Constantes y parámetros cinéticos para las etapas de reacción del modelo Lotka-Volterra.

Etapa elemental	k_r ($mol \cdot L^{-1} s^{-1}$)	E_a (kJ/mol)	Parámetro de escalado α	Constante cinética inversa
R1	$4.25 \cdot 10^{-2}$	80	11	$k_{-1} = 4 \cdot 10^{-5}$
R2	$6.71 \cdot 10^{-1}$	100	101	$k_{-2} = 3 \cdot 10^{-6}$
R3	$9.96 \cdot 10^{-2}$	90	10000	$k_{-3} = 3 \cdot 10^{-7}$
R4	7.10	85	100	$k_{-4} = 3 \cdot 10^{-5}$

3. METODOLOGÍA

El modelo matemático descrito por las ecuaciones diferenciales (1) a (3), sin perturbación, se resuelve en el intervalo temporal $[0, t_{per}]$. En $t_{per} = 2000$ s el sistema de ecuaciones se modifica introduciendo perturbación a través de la cuarta etapa de reacción R4 y de ahí en adelante las ecuaciones (4) a (5) entran a hacer parte del modelo. La solución numérica del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias se hizo con el software ®Matlab R2019a haciendo uso de la suite *ode15s*, con una tolerancia de $1 \cdot 10^{-10}$. El análisis de estabilidad de las soluciones de estado estacionario se hizo con el optimizador *fsolve*. Los valores de las constantes y otros parámetros relacionados con la cinética de cada etapa de reacción se muestran en la Tabla 1.

Para las energías de activación se tomaron valores típicos reportados en otros estudios (Barragán *et al.*, 2015; Sen *et al.*, 2008), mientras que el valor del factor de escalamiento α utilizado en la ecuación de Arrhenius, ecuación (6), fue ajustado de manera que se observaran temperaturas por debajo de punto normal de ebullición del agua. Teniendo en cuenta que las concentraciones iniciales típicas utilizadas en algunos estudios sobre osciladores químicos, tanto en el caso de modelos matemáticos como en mediciones experimentales, oscilan en el intervalo de $[0.001 - 0.3]$ M (Biswas *et al.*, 2001; Schuth *et al.*, 1990; Wang *et al.*, 2007) se escogieron como condiciones iniciales para las variables X y Y los siguientes valores: $X=0.05$ M y $Y=0.05$ M. Dichas concentraciones iniciales garantizan además que el sistema muestre comportamiento oscilatorio bajo las condiciones del estudio. Finalmente, para los parámetros A y B se deja un valor constante de 1 M. El valor inicial de la variable P varía según las condiciones del estudio. Los valores de los parámetros necesarios para el balance de energía se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2: Propiedades termodinámicas y otros parámetros del sistema. Las energías libres de formación y las entalpías de reacción aquí presentadas corresponden a valores típicos para osciladores químicos que involucran la oxidación de compuestos orgánicos por acción de aniones inorgánicos, Fuente Bala *et al.*, 2020; Barragán *et al.* 2015.

Propiedad o parámetro	Valor	Propiedad o parámetro	Valor
Masa del sistema (m)	0.05 kg	Entalpía de reacción (Q_1)	-150 $kJ \cdot mol^{-1}$
Temperatura de los alrededores (T_∞)	298.15 K	Entalpía de reacción (Q_4)	-500 $kJ \cdot mol^{-1}$
Calor específico (C_P)	4.184 $kJ \cdot mol^{-1}$	Energía libre de formación de A (ΔG_0^f)	-300 $kJ \cdot mol^{-1}$
Área de transferencia (A_s)	0.005605 m^2	Energía libre de formación de B (ΔG_0^f)	-800 $kJ \cdot mol^{-1}$
Parámetro de escalado (ϵ)	100	Coeficiente global de transferencia de calor (C_T)	5000 $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. Análisis de estabilidad lineal

El análisis de estabilidad del sistema de ecuaciones (1) y (2), asumiendo temperatura implícita de 298.15 K para los valores de las constantes cinéticas, se hizo con el optimizador fsolve de @Matlab. Así, con los datos de la Tabla 1 se obtiene una única solución de estado estacionario, diferente a la trivial, con $X = 0.1487M$ y $Y = 0.0635M$. La matriz jacobiana del sistema lineal evaluada en el estado estacionario tiene traza igual cero, $Tr = 0$, determinante mayor que cero, $\Delta = 0.042$, y discriminante menor que cero, $Tr^2 - 4\Delta = -0.168$. De lo anterior, y de acuerdo con Epstein & Pojman (1998), los valores propios que determinan la trayectoria de perturbaciones infinitesimales en el estado estacionario son números imaginarios puros y por tanto el sistema pasa a través de una bifurcación de Hopf hacia un ciclo límite alrededor del valor de estado estacionario, trayectoria que es estable, pero no asintóticamente estable, lo cual implica que la trayectoria periódica depende de las condiciones iniciales (Boyce *et al.*, 2017). En la Figura 1a y 1c se observa la trayectoria periódica en el tiempo y el plano de fases $X - Y$ del modelo de Lotka-Volterra.

4.2. Producción de entropía del modelo isotérmico sin perturbación

En la Figura 1 se muestra el resultado de la integración numérica de las ecuaciones (1) y (2) y de las ecuaciones (8) y (9). Estos resultados corresponden al modelo de Lotka-Volterra isotérmico, sin incluir

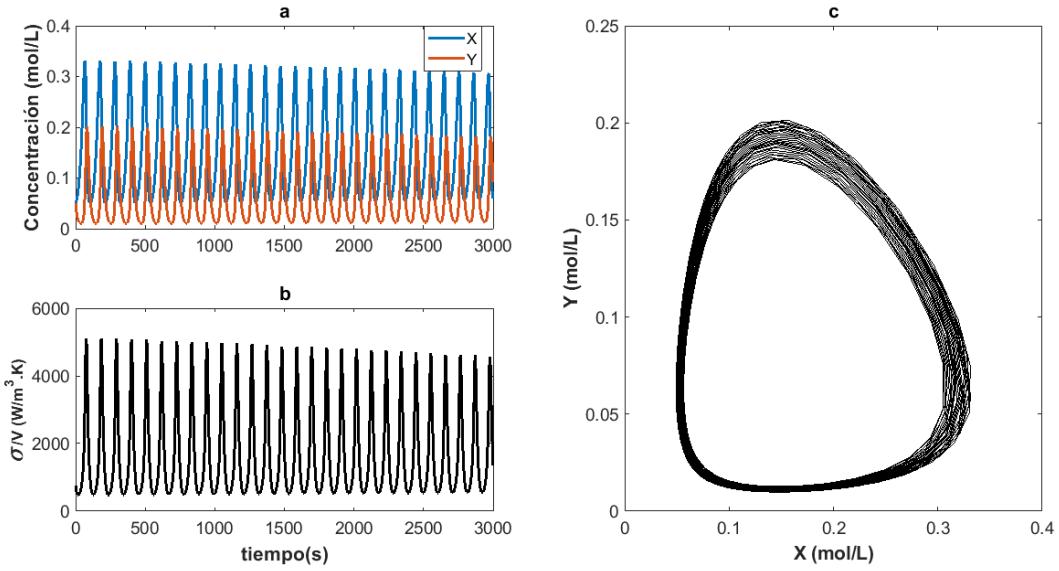


Figura 1: Comportamiento dinámico de las variables en un modelo isotérmico y sin perturbación. Condiciones iniciales $X_0 = Y_0 = 0.05 M$. a) Perfil de concentración de las especies X y Y. b) Generación de entropía del sistema. La disipación, o entropía generada por ciclo $\hat{\sigma}$, fue de $4611.5 \text{ W m}^{-3} \text{ K}^{-1}$. c) Representación en el espacio de fase de las variables X y Y. Fuente: elaboración propia.

el balance de energía y sin la perturbación (R4). En la Figura 1a se observa que desde el inicio el sistema alcanza una dinámica temporal periódica en las variables X y Y, evolucionando hacia una trayectoria de ciclo límite como se observa en el plano de fase de la Figura 1c. En la Figura 1b se observa que la producción de entropía exhibe dinámica oscilatoria debido a que esta se calcula a partir de las velocidades de reacción de cada una de las etapas del modelo. A partir de los datos de la Figura 1c se calcula la producción de entropía o disipación termodinámica promedio por ciclo de oscilación, ecuación (9), obteniéndose un valor característico de 4611.5 en unidades de $\text{W m}^{-3} \text{ K}^{-1}$.

4.3. Dinámica y producción de entropía del modelo no-isotérmico sin perturbación

La Figura 2 muestra el resultado de integrar numéricamente, usando los datos de las tablas 1 y 2, el sistema de ecuaciones (1) a (3), el cual incluye ahora el balance de energía para el reactor en el que consideramos tiene lugar un proceso modelado con Lotka-Volterra. Al igual que en el modelo isotérmico, el no-isotérmico exhibe desde el inicio dinámica temporal oscilatoria evolucionando a una trayectoria de ciclo límite, Figuras 2a y 2b. Se observa un incremento en la frecuencia de oscilación debido al aumento de la temperatura, Figura 2d. Si bien la dinámica de las variables X – Y es similar a la del modelo isotérmico, al evaluar la producción promedio de entropía por ciclo de oscilación a partir de los datos de la Figura 2c se obtiene un valor de 7120.6 en unidades de $\text{W m}^{-3} \text{ K}^{-1}$, el cual difiere en más de un 54% del modelo isotérmico.

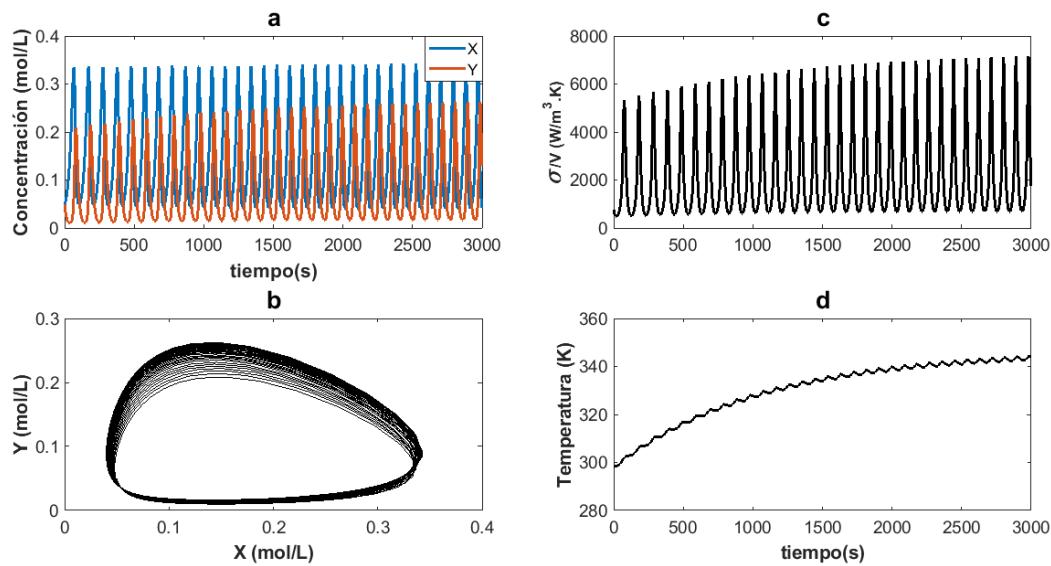


Figura 2: Comportamiento dinámico de las variables en un modelo no-isotérmico y sin perturbación. Condiciones iniciales: $X_0 = Y_0 = 0.05 \text{ M}$, $T_0 = 298.15 \text{ K}$. a) Perfil de concentración de las especies X y Y. b) Representación en el espacio de fase de las variables X y Y. c) Generación de entropía del sistema. La disipación, o entropía generada por ciclo $\hat{\sigma}$, fue de $7120.6 \text{ W m}^{-3} \text{ K}^{-1}$. d) Perfil de temperatura del sistema. Fuente: Elaboración propia.

4.4. Efecto de la perturbación

4.4.1. Sin inhibición de la dinámica oscilatoria

El modelamiento matemático del modelo químico de las ecuaciones (R1) a (R4), en condiciones isotérmicas y no-isotérmicas, se muestra en las Figuras 3 y 4. La etapa de reacción (R4) hace parte de la solución numérica del sistema de ecuaciones a partir del tiempo $t = 2000 \text{ s}$, que es el tiempo que identificamos para la incorporación de la perturbación.

Al comparar las Figuras 3a y 4a se observa que la respuesta del modelo a la perturbación es diferente, mientras en el caso isotérmico el sistema hace transición a una dinámica oscilatoria de menor amplitud, en el no-isotérmico lo hace a una de mayor amplitud. Este resultado es consistente con lo previamente mostrado en las Figuras 1 y 2, ya que como se observa en la Figura 4b, en condiciones no-isotérmicas la temperatura aumenta continuamente en el sistema, esto debido a que hay mayor acumulación que dissipación de energía en el reactor. Los planos de fase de las Figuras 3b y 4c confirman que el sistema evoluciona de manera no-asintótica al estado estacionario de oscilaciones (ciclo límite), dependiendo de las condiciones iniciales. Es interesante hacer notar que los parámetros seleccionados para el modelo dan sentido físico a los resultados, ya que el sistema alcanza el estado oscilatorio alrededor de 345 K ($\sim 72 \text{ }^\circ\text{C}$), valor inferior a la temperatura de ebullición del sistema ($\sim 100 \text{ }^\circ\text{C}$), que aún se considera seguro si se pensara en llevar a cabo experimentalmente una reacción de este tipo a nivel de laboratorio o en un reactor de mayor tamaño (Zeyer *et al.*, 2001). La generación de entropía se evalúa en el estado estacionario que alcanza el sistema después

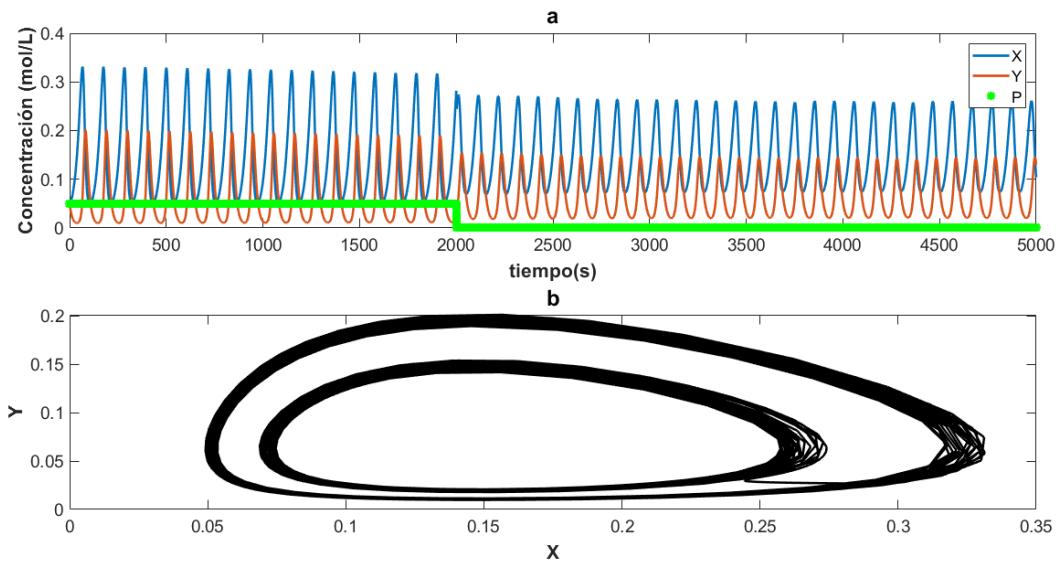


Figura 3: Comportamiento dinámico de las variables en el modelo isotérmico con una perturbación $P = 0.05 \text{ M}$ en $t = 2000 \text{ s}$.
Condiciones iniciales: $X_0 = Y_0 = 0.05 \text{ M}$ a) Perfil de concentración de las especies X, Y y P. b) Representación en el espacio de fase de las variables X y Y. La disipación, o entropía generada por ciclo $\hat{\sigma}$, fue de $3735.8 \text{ W m}^{-3} \text{ K}^{-1}$. Fuente: Elaboración propia.

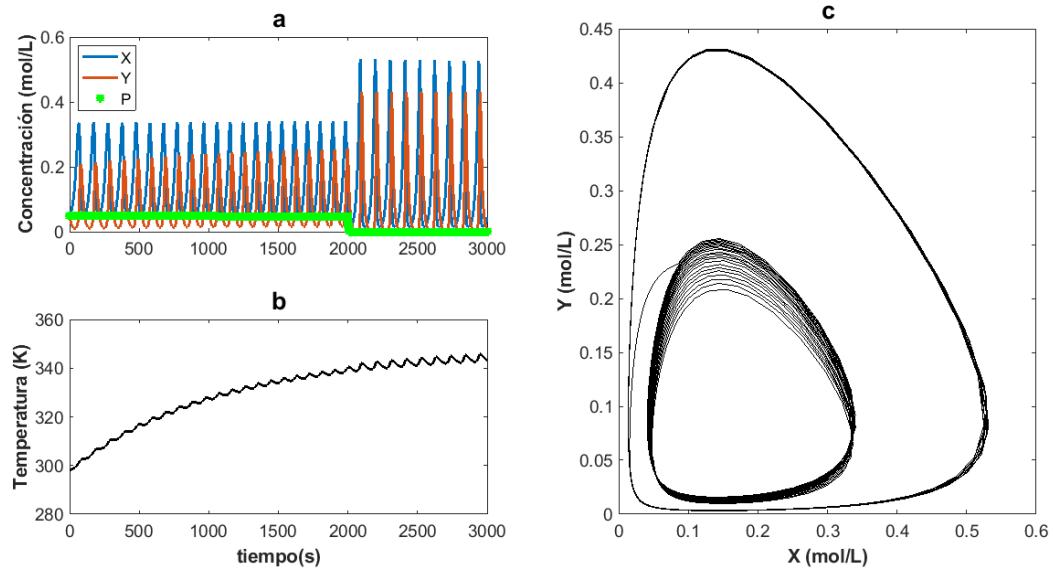


Figura 4: Comportamiento dinámico de las variables en el modelo no-isotérmico con una perturbación $P = 0.05 \text{ M}$ en $t = 2000 \text{ s}$.
Condiciones iniciales: $X_0 = Y_0 = 0.05 \text{ M}$, $T_0 = 298.15 \text{ K}$. a) Perfil de concentración de las especies X, Y y P. b) Perfil de temperatura del sistema. c) Representación en el espacio de fase de las variables X y Y. La disipación, o entropía generada por ciclo $\hat{\sigma}$, fue de $12947.6 \text{ W m}^{-3} \text{ K}^{-1}$. Fuente: Elaboración propia.

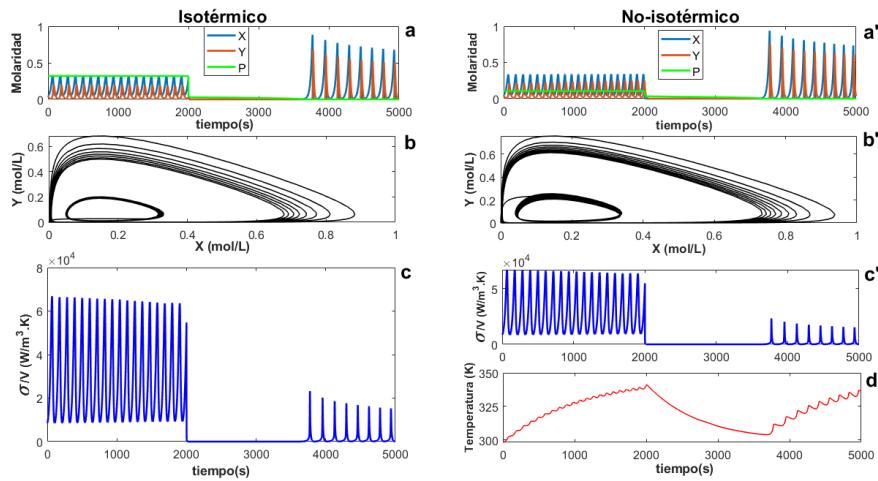


Figura 5: Comparación del fenómeno de fase muerta en los modelos isotérmico y no-isotérmico. Condiciones iniciales para el modelo isotérmico (subgráficas a-c): $X_0 = Y_0 = 0.05 \text{ M}$, $P = 0.32 \text{ M}$. Condiciones iniciales para el modelo No-isotérmico (subgráficas a'-d'): $X_0 = Y_0 = 0.05 \text{ M}$, $T_0 = 298.15 \text{ K}$, $P = 0.105 \text{ M}$. a) y a') Perfil de concentración de las especies X, Y y P. b) y b') Representación en el espacio de fase de las variables X y Y. c) y c') Generación de entropía. d') Perfil de temperatura del sistema. La magnitud de la disipación, durante la fase muerta y al mismo valor de perturbación de 0.35 M, es $41598 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ para el modelo isotérmico y $22817 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ para el no-isotérmico. Fuente: Elaboración propia.

de la perturbación. Para el caso isotérmico la disipación fue de $3735.8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, mientras que en el no-isotérmico fue de $12947.6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, bajo las mismas condiciones. Estos resultados muestran que el sistema en condiciones no-isotérmicas responde a la perturbación con un alto costo de disipación energética que corresponde a un incremento de más del 240 % con respecto al caso isotérmico.

4.4.2. Con inhibición de la dinámica oscilatoria - fase muerta

La perturbación al sistema a través de la variable P , se hace a modo de pulso instantáneo de modo que sigue una cinética de relajación de orden 2, de acuerdo a (R4). El tiempo de relajación de la perturbación es directamente proporcional al valor inicial de P . En las Figuras 3a y 4a se observa que para $P=0.05 \text{ M}$ el decaimiento de la perturbación es casi instantáneo en la escala de tiempo. Sin embargo, al incrementar el valor de P se encuentra un valor crítico donde el tiempo de relajación de la perturbación es tan grande que inhibe la dinámica oscilatoria, provocando que el sistema transite por un periodo de fase muerta, antes de alcanzar el nuevo estado estacionario de oscilaciones sostenidas. En la Figura 5 se muestra este comportamiento, observado en condiciones isotérmicas y no-isotérmicas, pero necesariamente a diferentes valores de la perturbación P para poder hacer la comparación en la misma escala de tiempo de simulación.

Al comparar las Figuras 3a y 5a se aprecia que hay una diferencia en la respuesta del modelo isotérmico a la perturbación, mientras que en ausencia de inhibición de la dinámica oscilatoria el sistema evoluciona a un ciclo límite de menor amplitud, en presencia de la inhibición de oscilaciones se alcanza un ciclo límite con

oscilaciones de mayor amplitud. También hay que anotar que la inhibición de las oscilaciones se da a partir de valores determinados de la perturbación, según sea el caso isotérmico o no-isotérmico. En el modelo isotérmico se presenta a partir de una concentración de P de 0.32 M mientras que en el no-isotérmico ocurre a partir de 0.09 M, sin embargo en este último caso la magnitud de la perturbación que lleva al sistema al estado de fase muerta está fuertemente relacionada con el valor del coeficiente de transferencia de calor C_T , tal como se discute posteriormente.

Si bien, al comparar las Figuras 5a y 5b con 5a' y 5b', se observan resultados muy similares pero con cambio en la frecuencia de oscilación (Dutt & Mueller, 1993), la Figura 5d' muestra claramente el periodo transiente de inhibición de las oscilaciones. Durante el periodo de inhibición de las oscilaciones la disipación de calor hacia los alrededores es mayor que la producción de calor en el reactor debido a que el control cinético del modelo lo tiene la etapa (R4), por esto la temperatura disminuye. Por otro lado, las Figuras 5c y 5c' muestran que la forma del perfil de producción de entropía es similar en ambos casos, pero hay que notar durante la fase muerta la magnitud decae a niveles muy bajos, esto debido a la inhibición de las oscilaciones y a que el control cinético esta sólo en la etapa (R4) y a que la principal disipación energética es el flujo de calor en el no-isotérmico. Sin embargo, y para poder comparar más objetivamente, se evaluó la producción de entropía durante el periodo de fase muerta para el mismo valor inicial de la perturbación, 0.35 M, tanto para el caso isotérmico como el no-isotérmico, obteniéndose un valor de $41598 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ para el caso isotérmico y de $22817 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ para el no-isotérmico. Este resultado muestra que durante el periodo de fase muerta el modelo isotérmico tiene una disipación termodinámica un 82 % mayor que el no-isotérmico, a diferencia de lo que ocurre en el regimen oscilatorio para el cual el modelo isotérmico presenta menor disipación.

4.5. Producción de entropía en función de la perturbación

En las secciones anteriores se estudió la dinámica del modelo de Lotka-Volterra, en condiciones isotérmicas y no-isotérmicas, y su respuesta a una perturbación. Estos resultados previos mostraron claramente que la producción de entropía tiene valores característicos y bien diferenciados para cada uno de los casos estudiados. A continuación se muestra la producción de entropía para diferentes valores iniciales de la perturbación, para establecer una posible correlación. Primero hay que anotar que en todos los casos estudiados se fijó el valor del coeficiente global de transferencia de calor (C_T) en $5000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Al ser este coeficiente un parámetro de control de la dinámica del sistema, construimos el diagrama de fase que se muestra en la Figura 6. Este diagrama se construye en función del coeficiente de transferencia C_T y de la magnitud de la perturbación [P]. El diagrama de fases se divide en dos regiones, una donde la perturbación no induce un estado transitorio de inhibición de las oscilaciones (N.I) y otra donde se observa este estado transitorio (I).

Como puede apreciarse en la Figura 6, se explora la concentración de la perturbación en el intervalo (0 M - 1 M), mientras que el coeficiente de transferencia de calor varió en el intervalo $[100-15000] \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, que corresponde a valores típicos de convección forzada en agua (Incropera, 1999). Es necesario resaltar que

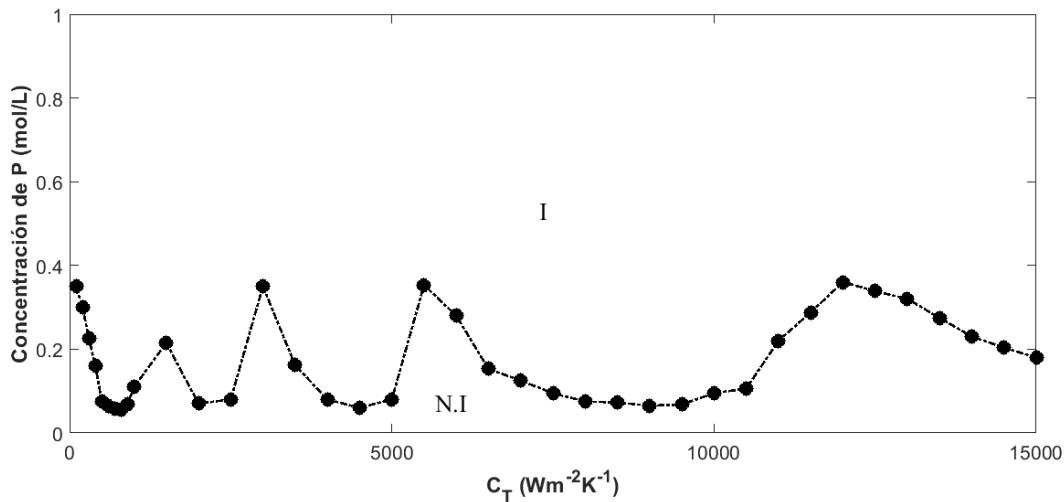


Figura 6: Efecto de la magnitud de la perturbación $[P]$ y del coeficiente de transferencia de calor C_T sobre el fenómeno de extinción de las oscilaciones. Condiciones iniciales: $X_0 = Y_0 = 0.05 \text{ M}$, $T_0 = 298.15 \text{ K}$. La región (I) que está por encima de la curva corresponde a la presencia del efecto inhibitorio mientras que en la región inferior (N.I.) no se observa dicho efecto. Fuente: Elaboración propia.

no hay una relación simple entre estos dos parámetros de control, perturbación y coeficiente de transferencia de calor, si no que esta se asemeja a una relación periódica para la transición de una región a la otra.

El fenómeno de inhibición de las oscilaciones ya había sido estudiado en otros trabajos, en los cuales se observó que al poner en contacto dos sistemas oscilantes, mediante diferentes tipos de acople, (p.ej., acople térmico, acople másico, acople electroquímico, entre otros) se aprecia, para ciertos valores de los parámetros del modelo y del acople, una transición del régimen oscilatorio al estado estacionario de extinción de las oscilaciones (Dolnik & Marek, 1988; Reddy *et al.*, 1998; Zeyer *et al.*, 2001).

Si bien en el caso bajo estudio se tiene sólo un oscilador, sí hay un acople cinético y térmico, en el cual es posible que se de una relación de retroalimentación entre la reacción química (cinética) y la temperatura del sistema (inestabilidad termocinética). Al respecto Gray (1980) y Vidal & Noyau (1980) han propuesto que el acople termocinético se presenta cuando hay una competencia entre dos fenómenos: por un lado, la velocidad a la cual la reacción química libera entalpía que aumenta la temperatura del sistema y, por otro lado, la velocidad a la cual el sistema puede transferir calor a sus alrededores, lo cual tiende a disminuir la temperatura. Es decir, que la temperatura y la cinética química de la reacción se relacionan no solo a través de la ecuación de Arrhenius (6) sino también mediante los flujos térmicos haciendo que el balance de energía tenga un efecto importante en el comportamiento dinámico oscilatorio del sistema.

A continuación se fija el coeficiente de transferencia de calor en $3000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ y se varía la perturbación entre 0 M y 0.08 M para cuantificar la producción de entropía que acompaña el efecto de la perturbación en la dinámica oscilatoria del modelo, como puede observarse en la Figura 7. Los datos de

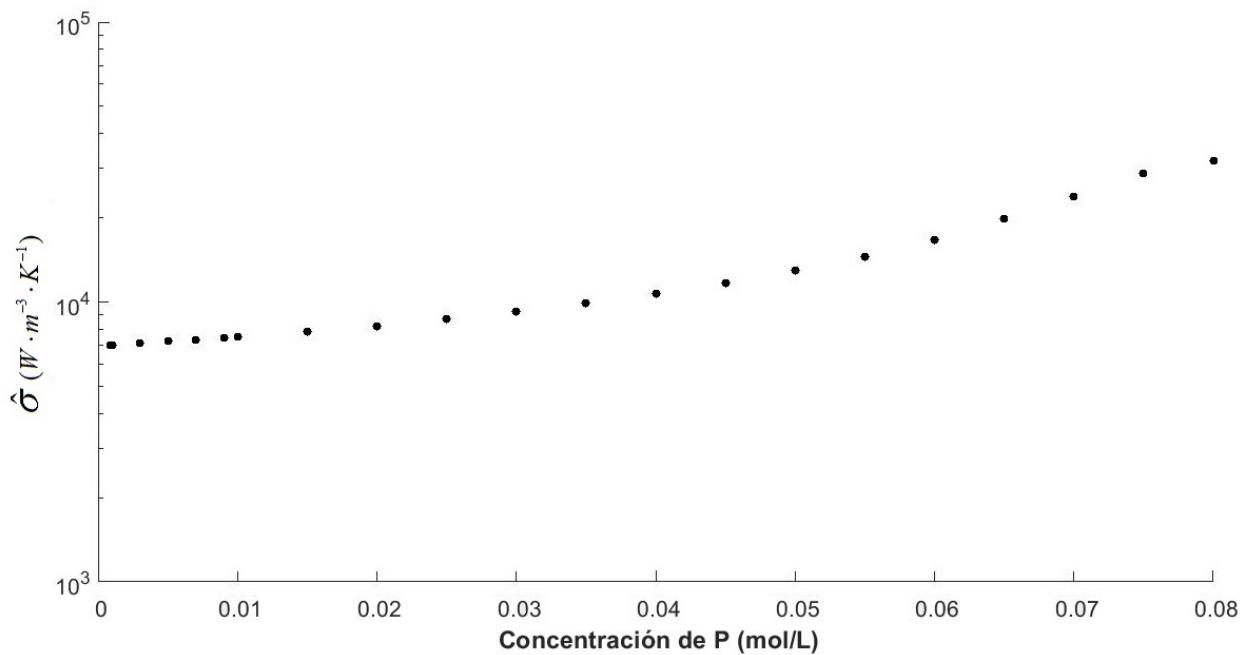


Figura 7: Disipación termodinámica del modelo no-isotérmico, ($\hat{\sigma}$), en función de la magnitud de la perturbación P. Fuente: Elaboración propia.

la Figura 7 se obtuvieron a partir de cuantificar la disipación promedio de las primeras cinco oscilaciones posteriores a la aplicación de la perturbación.

De la Figura 7 se observa, en la escala logarítmica de la producción de entropía, que hay una correlación suave, continua y creciente con la magnitud de la perturbación. Además, estos resultados reafirman el enunciado de la segunda ley que se planteó en la ecuación (7), en cuanto al signo positivo de la producción de entropía.

Finalmente, se explora la correlación entre la magnitud de la perturbación, la duración del periodo inhibitorio o fase muerta y la producción de entropía en este régimen transitorio, tanto para el modelo de Lotka-Volterra isotérmico como el no-isotérmico. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 8. Se observa una correlación continua, suave y creciente de la producción de entropía con la magnitud de la perturbación y la duración del periodo de fase muerta, comprobando los resultados anteriores en que la producción de entropía es mayor bajo condiciones isotérmicas que no-isotérmicas.

Los resultados de las Figuras 7 y 8 muestran por primera vez, hasta donde se sabe, que la evaluación termodinámica de no-equilibrio de un sistema dinámico que exhibe dinámica oscilatoria es una herramienta valiosa tanto para caracterizar su evolución dinámica como cuantificar la respuesta a perturbaciones externas.

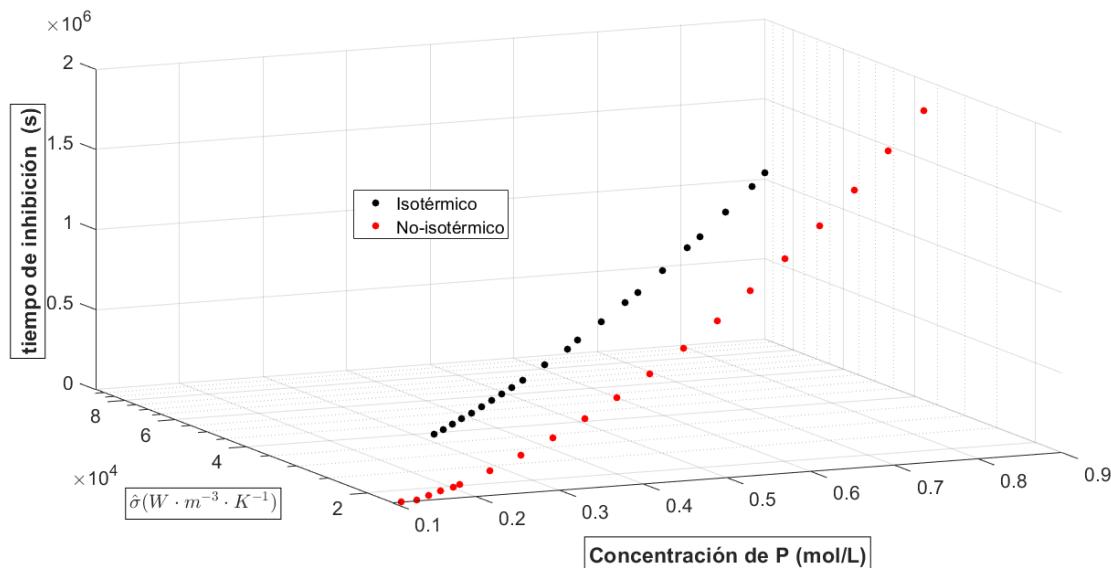


Figura 8: Correlación entre la magnitud de la perturbación P, la disipación termodinámica $\hat{\sigma}$ y el tiempo de inhibición para los modelos isotérmico y No-isotérmico con fase muerta. Fuente: Elaboración propia.

Adicionalmente, a partir de todos los resultados anteriores es posible hacer un análisis de la eficiencia basada en la segunda ley de la termodinámica (η) mediante la ecuación (10) y utilizando los valores de disipación de la Figura 7. Previamente se utilizó la ecuación (11) y los valores reportados en la tabla 2 con el fin de determinar la energía libre de reacción estándar ΔG_R^0 que arrojó un valor final de $-500\ 000\ J \cdot mol^{-1}$. La eficiencia termodinámica de segunda ley, η , que se establece en la ecuación (10) es una medida de la cantidad de energía libre de Gibbs del sistema que se disipa debido a la naturaleza irreversible de la reacción química que está ocurriendo, respecto al cambio de energía libre estándar de dicha reacción. Dicho cálculo arrojó resultados negativos para la eficiencia debido al hecho de que el cambio de energía libre estándar de la reacción es negativo mientras que la producción de entropía es siempre positiva. En tal sentido, valores más cercanos a cero (pequeños y negativos) son deseables, indicando una mayor eficiencia mientras que valores más alejados de cero (grandes y negativos) corresponden a menores eficiencias. Además, tal como se observa en la Figura 8 al aumentar la magnitud de la perturbación también aumenta la entropía generada por ciclo o disipación, indicando esto que una mayor concentración de P induce una mayor destrucción de energía útil del sistema en favor de la producción de entropía y ello significa una eficiencia energética cada vez menor.

5. CONCLUSIONES

Del análisis del modelo de Lotka-Volterra sin perturbación, comparando condiciones isotérmicas y no-isotérmicas, se concluye que a temperatura constante el sistema evoluciona a un ciclo límite de menor

amplitud y frecuencia y, que bajo las restricciones impuestas, la disipación termodinámica aumenta en un 54 % cuando la temperatura es variable. Así se pone en evidencia que la variación en la temperatura favorece la destrucción de energía útil del sistema durante el proceso.

Por otro lado, el efecto de la perturbación aplicada al modelo de Lotka-Volterra, sin inhibición de las oscilaciones, muestra que ésta genera una reducción de la amplitud de oscilación en el modelo isotérmico y un aumento en el modelo no-isotérmico. Así mismo se verifica el efecto disipativo de la temperatura, potenciado por la perturbación pues en este caso el modelo no-isotérmico presenta una entropía generada por ciclo un 240 % mayor que el isotérmico, bajo las restricciones impuestas.

En cuanto al estudio el efecto perturbativo con inhibición de la dinámica oscilatoria, tanto en condiciones isotérmicas como no-isotérmicas, se encuentra que cuando la dinámica oscilatoria reinicia después de la fase muerta, su amplitud es mayor. Ocurre algo similar con la generación de entropía, pero en este caso la amplitud de las oscilaciones después de la fase muerta es menor que al principio, y la magnitud de la disipación termodinámica durante la fase muerta es un 82 % mayor en condiciones de temperatura constante. Se concluye que el tránsito del sistema por el periodo de fase muerta modifica sustancialmente la disipación energética del sistema.

Es importante señalar que la magnitud de la perturbación es factor determinante para que se pueda obtener una respuesta observable y medible, es decir, a partir de ciertos valores el sistema responde a la perturbación de manera cuantificable. Hay que aclarar que este orden de magnitud difiere significativamente de datos experimentales. En algunos experimentos con la reacción BZ la perturbación puede ser del orden de magnitud micromolar a nanomolar (Barragán *et al.*, 2015; Uddin *et al.*, 2017), sin embargo, en este estudio fue necesario utilizar magnitudes del orden decimolar, debido a lo simplificado del modelo.

Finalmente, se puede establecer que existe una fuerte correlación de proporcionalidad directa entre la magnitud de la perturbación y la disipación termodinámica en ambos modelos, tanto con fase muerta como sin ella. A partir de lo anterior es posible afirmar que el modelo aquí presentado ofrece, a pesar de su simplicidad, la posibilidad de estudiar un amplio espectro de comportamientos dinámicos del sistema y de desarrollar potenciales aplicaciones analíticas basados en sistemas de reacción que exhiban dinámicas oscilatorias.

Referencias

- Bala, D. & Treindl, L. (2000). Temperature and oxygen effect on oscillations of the Belousov-Zhabotinsky reaction with 2-oxopentanedioic acid as substrate. *Collection of Czechoslovak Chemical Communications*, 65(12), 1839-1847.
- Barragán, D. (2015). Essentials of kinetics and thermodynamics for understanding chemical oscillations. *Foundations of Chemistry*, 17(2), 93-106.

- Barragán, D., Ágreda, J. & Parra, W. (2015). Entropy production in the Oregonator model perturbed in a calorimeter with a chemical pulse. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 119(1), 705-713.
- Berryman, A. A. (1992). The origins and evolution of predator-prey theory. *Ecology*, 73(5), 1530-1535.
- Biswas, S., Mukherjee, K., Mukherjee, D. C. & Moulik, S. P. (2001). Belousov - Zhabotinsky Oscillations in Bromate - Oxalic Acid - MnSO₄ - H₂SO₄ - Acetone System in Nonionic Surfactant Medium . A Calorimetric Study. *Journal of Physical Chemistry*, 105(39), 8857-8863.
- Boyce, W. E., DiPrima, R. C., Meade, D. B. (2017). Elementary Differential Equations. 11th Edition. Wiley.
- De Kepper, P. & Epstein, I. R. (1982). Mechanistic study of oscillations and bistability in the Briggs-Rauscher reaction. *Journal of the American Chemical Society*, 104(1), 49-55.
- Dolnik, M. & Marek, M. (1988). Extinction of oscillations in forced and coupled reaction cells. *The Journal of Physical Chemistry*, 92(9), 2452-2455.
- Dutt, A. K. & Mueller, S. C. (1993). Effect of stirring and temperature on the Belousov-Zhabotinskii reaction in a CSTR. *The Journal of Physical Chemistry*, 97(39), 10059-10063.
- Epstein, I. R. & Pojman, J. A. (1998). An introduction to nonlinear chemical dynamics: oscillations, waves, patterns, and chaos. Oxford University Press.
- Field, R. J., Koros, E. & Noyes, R. M. (1972). Oscillations in chemical systems. II. Thorough analysis of temporal oscillation in the bromate-cerium-malonic acid system. *Journal of the American Chemical Society*, 94(25), 8649-8664.
- Fort, H. (2018). On predicting species yields in multispecies communities: Quantifying the accuracy of the linear Lotka-Volterra generalized model. *Ecological modelling*, 387, 154-162.
- Fujieda, S. & Ogata, H. (1996). Calorimetry and potentiometry of chemical oscillations in Briggs-Rauscher reactions with simultaneous measurements of the produced oxygen volume. *Talanta*, 43(11), 1989-1995.
- Gray, P. (1980). Thermokinetic oscillations in gaseous systems. *Berichte der Bunsengesellschaft für physikalische Chemie*, 84(4), 309-315.
- Guerra, N. P. (2014). Modeling the batch bacteriocin production system by lactic acid bacteria by using modified three-dimensional Lotka–Volterra equations. *Biochemical engineering journal*, 88, 115-130.
- Hänggi, P.; Talkner, P. & Borkovec, M. (1990). Reaction-rate theory: Fifty years after Kramers. *Reviews of Modern Physics*, 62(2), 251-341.
- Incropera, Frank P. (1999). Fundamentos de transferencia de calor. Cuarta edición. Prentice Hall.

- Jimenez-Prieto, R., Silva, M. & Perez-Bendito, D. (1995). Analyte pulse perturbation technique: a tool for analytical determinations in far-from-equilibrium dynamic systems. *Analytical Chemistry*, 67(4), 729-734.
- Klotz, I. M. & Rosenberg, R. M. (2008). Chemical Thermodynamics: Basic concepts and methods. Seventh Edition. *Wiley-Interscience*.
- Kondepudi, D. (2008). Introduction to modern thermodynamics. Wiley.
- Murgatroyd, P. R., Sonko, B. J., Wittekind, A., Goldberg, G. R., Ceesay, S. M. & Prentice, A. M. (1993). Non-invasive techniques for assessing carbohydrate flux: I. measurement of depletion by indirect calorimetry. *Acta physiologica scandinavica*, 147(1), 91-98.
- Noszticzius, Z., Noszticzius, E. & Schelly, Z. A. (1983). Use of ion-selective electrodes for monitoring oscillating reactions. 2. Potential response of bromide-iodide-selective electrodes in slow corrosive processes. Disproportionation of bromous and iodous acids. A Lotka-Volterra model for the halate driven oscillators. *The Journal of Physical Chemistry*, 87(3), 510-524.
- Prigogine, I. (1961). Introduction to thermodynamics of irreversible processes New York: Interscience Publishers.
- Reddy, D. R., Sen, A. & Johnston, G. L. (1998). Time delay induced death in coupled limit cycle oscillators. *Physical Review Letters*, 80(23), 5109-5112.
- Ren, J., Zhang, X., Gao, J. & Yang, W. (2013). The application of oscillating chemical reactions to analytical determinations. *Open Chemistry*, 11(7), 1023-1031.
- Roelofs, M. G. (1988). Heat production in steady states and oscillations. *The Journal of chemical physics*, 88(9), 5516-5524.
- Schneider, F. W. (1985). Periodic perturbations of chemical oscillators: experiments. *Annual Review of Physical Chemistry*, 36(1), 347-378.
- Schüth, F., Song, X., Schmidt, L. D. & Wicke, E. (1990). Synchrony and the emergence of chaos in oscillations on supported catalysts. *The Journal of chemical physics*, 92(1), 745-756.
- Sen, S., Riaz, S. S. & Ray, D. S. (2008). Temperature dependence and temperature compensation of kinetics of chemical oscillations; Belousov-Zhabotinskii reaction, glycolysis and circadian rhythms. *Journal of theoretical biology*, 250(1), 103-112.
- Sgarlata, C., Zito, V. & Arena, G. (2013). Conditions for calibration of an isothermal titration calorimeter using chemical reactions. *Analytical and bioanalytical chemistry*, 405(2-3), 1085-1094.
- Skvortsov, A., Ristic, B. & Kamenev, A. (2018). Predicting population extinction from early observations of the Lotka–Volterra system. *Applied Mathematics and Computation*, 320, 371-379.

- Uddin, W., Hu, G., Sun, X., Zhang, H., Wang, Y. & Hu, L. (2017). Identification of two aromatic isomers between 3- and 4-hydroxy benzoic acid by their perturbation on the potential oscillations of a Belousov-Zhabotinsky system. *Arabian Journal of Chemistry*, 3-11.
- Vanag, V. K., Smelov, P. S. & Klinshov, V. V. (2016). Dynamical regimes of four almost identical chemical oscillators coupled via pulse inhibitory coupling with time delay. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 18(7), 5509-5520.
- Vidal, C. & Noyau, A. (1980). Some differences between thermokinetic and chemical oscillating reactions. *Journal of the American Chemical Society*, 102(22), 6666-6671.
- Villanueva-Marroquín, J. & Barragán, D. (2009). Análisis de la producción de entropía en una máquina térmica operada con un sistema químico no-lineal. *Revista mexicana de ingeniería química*, 8(1), 145-152.
- Wang, H., Fu, Z., Xu, X. & Ouyang, Q. (2007). Pattern formation induced by internal microscopic fluctuations. *The Journal of Physical chemistry A*, 111(7), 1265-1270.
- Xu, F. & Gan, W. (2019). On a Lotka–Volterra type competition model from river ecology. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 47, 373-384.
- Zeyer, K. P., Mangold, M. & Gilles, E. D. (2001). Experimentally coupled thermokinetic oscillators: phase death and rhythmogenesis. *The Journal of Physical Chemistry A*, 105(30), 7216-7224.
- Zhang, W., Uddin, W., Hu, G., Hu, L. & Fang, Z. (2018). Identification of four isomers of Dihydroxy-naphthalene by using a Briggs-Rauscher oscillating system. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 823, 378-387.

ENFOQUE BAYESIANO PARA OBTENER TASAS DE TRANSICIÓN EN UN MODELO DE MARKOV CON DOS ESTADOS RECURRENTES^a

BAYESIAN APPROACH TO OBTAINING TRANSITION RATES IN A MARKOV MODEL WITH TWO RECURRING STATES

ZULAY MARCELA GIRALDO BAUTISTA^{b*}, JUAN CARLOS SALAZAR-URIBE^c, RENÉ IRAL PALOMINO^d

Recibido 9-09-2020, aceptado 20-04-2021, versión final 30-06-2021.

Artículo Investigación

RESUMEN: La aplicación de modelos de estados múltiples ha sido determinante a la hora de realizar estudios de datos longitudinales, tales como la observación de la progresión de una enfermedad en el tiempo, la recurrencia de una enfermedad, el seguimiento intermitente de la misma, entre otras; usualmente la forma cómo se mide el avance del fenómeno, es mediante el estado en el cual se pueda encontrar al sujeto en diferentes puntos en el tiempo. Las tasas de transición entre estados del fenómeno de estudio permiten evaluar si el individuo experimenta un cambio positivo o negativo del mismo, por tanto, se modela la manera como los individuos en cierta población transitan de un estado a otro a través del tiempo lo cual es importante para comprender su dinámica. Las tasas de transición en un modelo de Markov de dos estados recurrentes en función de covariables se obtienen a través de un enfoque Bayesiano utilizando dos distribuciones apriori (No informativa e informativa); para esto se adoptó un esquema de análisis basado en el muestreador de Gibbs, mediante un estudio de simulación y aplicación a datos reales se ilustró el comportamiento de las tasas de transición bajo estas dos distribuciones y el efecto de una covariable.

PALABRAS CLAVE: Distribución Apriori; estados recurrentes; modelos de Markov; muestreador de Gibbs; probabilidad de transición; tasas de transición.

ABSTRACT: The application of multi-state models has been a decisive factor for studies of longitudinal data, such as observation of disease progression over time, recurrence of disease, intermittent monitoring, among others; usually the way to measure the progress of the phenomenon is to study the state in which the subject is found at different points in time. The transition rates between states of the phenomenon in study allows to assess whether the individual experiences a positive or negative change in its status, for this reason it is modeled how individuals in a certain population transit from one state to another through time, which is important to understand its dynamics. The transition rates in a Markov model of two recurrent states according to covariables are obtained by a Bayesian approach using two apriori distributions (Informative and Not Informative); to show this, an analysis scheme based on the Gibbs sampler

^aGiraldo Bautista, Z. M., Salazar-Uribe, J. C. & Iral Palomino, R. (2021). Enfoque Bayesiano para obtener tasas de transición en un modelo de Markov con dos estados recurrentes. *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 28–50. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.90438>

^bEstadística, Magister en Ciencias - Estadística Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia.

* Autor para la correspondencia: zmgirald@unal.edu.co

^cPh. D. en Estadística. Profesor Titular. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia

^dM. Sc. en Estadística. Profesor Asociado. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia

was taken into account. Based on both a simulation study and an application to real data, it was possible to show the behavior of the transition rates under these two distributions and the effect of a covariate.

KEYWORDS: Apriori distribution; Gibbs sampler; Markov models; recurrent states, transition probability; transition rate.

1. INTRODUCCIÓN

Los fenómenos donde se presenta la recurrencia, - un evento recurrente es aquel que sucede en varias ocasiones para un mismo individuo (Cook & Lawless, 2007; Cardenas & Díaz, 2013) - son más frecuentes de lo que uno se imagina. Por ejemplo, los resfriados son recurrentes en la medida que una persona sana los contrae, se enferma y luego se alivia de nuevo y esto puede sucederle varias veces durante un determinado período de tiempo, o por ejemplo, una máquina empacadora de leche puede fallar y ser puesta en funcionamiento varias veces durante su vida útil (Baena & Salazar, 2006).

Una técnica que permite modelar las situaciones anteriores es la estimación de tasas de intensidad de transición, o simplemente tasas de transición que caracteriza un proceso de Markov con estados recurrentes las cuales proporcionan información directa del riesgo asociado de pasar de un estado a otro. Es conveniente asumir que estas tasas son funciones constantes del tiempo, (Kay, 1986). En este artículo se estudia una metodología general para modelar la posible interrelación entre el tiempo y la recurrencia de los estados del fenómeno de interés, donde las tasas de transición no dependen del tiempo, pero si dependen de algunas covariables involucradas en objeto de estudio.

Puede ser común encontrar trabajos de investigación con modelos de estados múltiples en diferentes áreas de conocimiento, pero particularmente en el área de la salud son bastante utilizados, estos son de ayuda para medir la progresión de enfermedades crónicas como el cáncer (Green & Byar, 2006), el VIH (Guilheneuc *et al.*, 2000) o la Artritis Reumatoide (Iral & Salazar, 2007)) en donde se estiman modelos de regresión exponenciales (Green & Byar, 2006), tasas de transición vía algoritmos estocásticos (Guilheneuc *et al.*, 2000), en trabajos como el de Iral & Salazar (2007) se muestra un modelo de Markov con tres estados donde estiman las tasas de transición por medio de un algoritmo de Newton - Raphson a través de ecuaciones de Kolmogorov, midiendo el efecto de covariables en la estimación. En Correa *et al.* (2010) se aborda el problema de estimación de las tasas de transición en modelo de Markov de tres estados por el método bayesiano MCMC basado en la discretización del soporte de la distribución, el cual es comparado con el reportado en Iral & Salazar (2007), en estudios más recientes Salazar *et al.* (2014) propone la estimación de tasas de transición en modelos de estados múltiples por medio del muestreador de Gibbs y comparado con el algoritmo de Newton - Raphson presentado en Iral & Salazar (2007) y el método bayesiano MCMC propuesto en Correa *et al.* (2010). De estos últimos estudios nombrados se tienen que los métodos bayesianos son efectivos y consistentes para abordar este tipo de problemas.

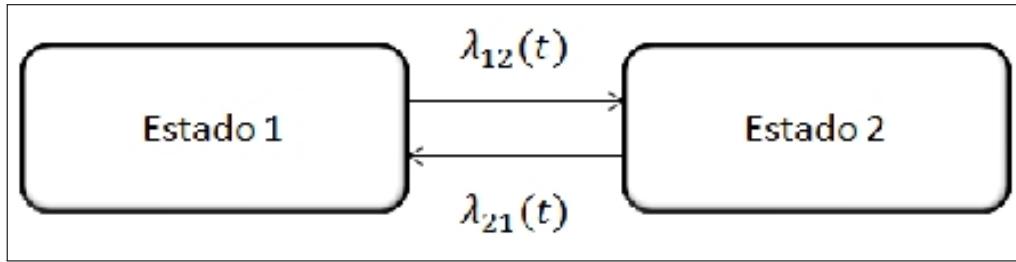


Figura 1: Proceso de Markov con dos estados recurrentes. Fuente: Elaboración Propia

A diferencia de los estudios mencionados anteriormente este artículo contempla el problema de recurrencia, el cual es tenido en cuenta en el modelo de estados múltiples con estados recurrentes, en trabajos como el de Jordan *et al.* (2008) se aborda la recurrencia a través de la aplicación de una cadena de Markov al problema de secuestro, aunque este tipo de problemas es principalmente abordado desde el análisis de supervivencia como por ejemplo Andersen y Gill (1982), Wei *et al.* (1989), Wang & Chang (1999), Peña *et al.* (2001), Martinez *et al.* (2009), Martinez *et al.* (2011), Cardenas & Díaz (2013). El aporte más original de este artículo consiste en la predicción de las tasas de transición por medio de estadística Bayesiana. Específicamente se recurre al muestreador de Gibbs y se usan dos distribuciones Apriori una no informativa (Laplace) y otra informativa (Exponencial). Los detalles de este aporte se discuten en la sección 2. Por medio de un estudio de simulación se exploran las ventajas y las desventajas de las metodologías estudiadas (sección 3), además, también son estudiadas con datos longitudinales reales acerca de la recurrencia de ataques de virus informáticos a los computadores de una entidad bancaria en la sección 4 y finalmente, se discuten los méritos y las limitaciones de este enfoque en la sección 5.

2. EL MODELO

Los procesos de Markov han demostrado ser de mucha utilidad no solo en el estudio de algunas enfermedades tales como cirrosis, Alzheimer y esquizofrenia (Hendrie *et al.*, 2001; Harezlak *et al.*, 2003; Eichelsbacher & Ganesh, 2004), cáncer (Kay, 1986), entre otras, sino también para el análisis de fenómenos sociales como el secuestro (Jordan *et al.*, 2008) y tecnológicos como la recurrencia de ataques informáticos a equipos de cómputo (Valencia & Salazar, 2012).

Tomando el caso particular de ataques de virus informáticos a equipo informático se tiene un modelo de Markov con dos estados, en este caso: Sano e Infectado, los cuales son recurrentes debido a que tienen una probabilidad de regresar al estado anterior o simplemente quedarse en aquel que se encontraba inicialmente. La Figura 1 ilustra mejor el modelo de estados múltiples que puede utilizarse en este caso.

Sea $X(t)$ un proceso de Markov (con dos estados recurrentes), sea S el espacio de estados, en el caso bajo estudio: $S = \{1, 2\}$, donde se admiten las transiciones $1 \rightarrow 1$, $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 2$ y sea $P = [P_{ij}(t)]$ la matriz de probabilidades de transición del proceso de Markov $X(t)$, donde:

$$P_{ij}(t) = P[\text{Estado } j \text{ en } t | \text{Estado } i \text{ en } t-1]$$

Es posible relacionar las tasas de transición con las probabilidades de transición por medio de un sistema de ecuaciones diferenciales hacia adelante de Kolmogorov, (Bhat, 1984; Lawless, 2002).

Sea la matriz P de probabilidades de transición asociada al proceso de Markov, la cual está relacionada con la matriz de tasas de transiciones Q a través de un sistema de ecuaciones diferenciales de Kolmogorov hacia delante; estas matrices son de orden $k \times k$, donde k representa el número de estados. Tomando el modelo que se ilustra en la Figura 1 las ecuaciones de Kolmogorov resultantes y sus soluciones exactas son:

$$\frac{\partial}{\partial t} P(t) = P(t) Q \quad ; \quad P(0) = I_k \text{ con } Q = [\lambda_{ij}] \quad (1)$$

La solución a este sistema de ecuaciones está dada por:

$$P_{11}(t) = \frac{1}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \left[\lambda_{21} + \lambda_{12} e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21})t} \right] \quad (2)$$

$$P_{12}(t) = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \left[1 - e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21})t} \right] \quad (3)$$

$$P_{21}(t) = \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \left[1 - e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21})t} \right] \quad (4)$$

$$P_{22}(t) = \frac{1}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \left[\lambda_{12} + \lambda_{21} e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21})t} \right] \quad (5)$$

2.1. Tasas de transición como función de covariables

Para el proceso de Markov descrito en la Figura 1, se propone una parametrización para las tasas de transición de acuerdo al modelo de Andersen et al. (1993), tal como lo sugieren Kay (1986), Harezlak *et al.* (2003) y Salazar *et al.* (2003). Dicha parametrización es de la forma: $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}^* e^{\beta_{ij}^T X}$, donde el vector β_{ij} mide los efectos del vector de covariables X sobre las tasas de transición del estado i al estado j . Para el caso de una sola covariable, usando el modelo de Andersen et al. (1993), las tasas de transición se expresan como:

$$\lambda_{12} = \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X} \quad (6)$$

$$\lambda_{21} = \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X} \quad (7)$$

2.2. Función de verosimilitud

Suponga un proceso de Markov de primer orden con dos estados recurrentes $\{1, 2\}$. Para un sujeto w considere las siguientes notaciones:

M_w : Número de observaciones para el sujeto w .

$\{t_0^{(w)}, t_1^{(w)}, \dots, t_{M_w}^{(w)}\}$: los tiempos en los cuales el sujeto w es monitoreado.

$S_i^{(w)}$: Estado observado para el sujeto w en el tiempo t_i .

$P_{S_{i-1}, S_i}^{(w)}(t_i^{(w)} - t_{i-1}^{(w)})$: Probabilidad de transición para el sujeto w del estado S_{i-1} al estado S_i en el intervalo de tiempo (t_{i-1}, t_i) .

\mathbf{T} : Es el vector que contiene todos los tiempos de monitoreo de todos los n sujetos.

La contribución del w -ésimo individuo a la verosimilitud está dada por:

$$\prod_{i=1}^{M_w} P_{S_{i-1}, S_i}^{(w)}(t_i^{(w)} - t_{i-1}^{(w)}) .$$

Por lo tanto, la verosimilitud para n sujetos está dada por:

$$\prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} P_{S_{i-1}, S_i}^{(w)}(t_i^{(w)} - t_{i-1}^{(w)}) .$$

Haciendo: $\tilde{t}_i^{(w)} = t_i^{(w)} - t_{i-1}^{(w)}$ y $\boldsymbol{\Theta} = (\lambda_{12}^*, \lambda_{21}^*, \beta_{12}, \beta_{21})$, la verosimilitud se expresa como:

$$L(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{X}) = \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} P_{S_{i-1}, S_i}^{(w)}(\tilde{t}_i^{(w)}) .$$

Para obtener una expresión que involucre todos los parámetros asociados al vector $\boldsymbol{\Theta}$, se definen las siguientes variables indicadoras (Correa *et al.*, 2010):

$$\delta_{jk}^{(w,i)} = \begin{cases} 1 & \text{Si el sujeto } w \text{ pasa del estado } j \text{ al } k \text{ en la } i\text{-ésima observación} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases}$$

Así, entonces la función de verosimilitud se expresa:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\Theta} | X, \mathbf{T}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} P_{11}^{\delta_{11}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) P_{12}^{\delta_{12}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) P_{21}^{\delta_{21}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) P_{22}^{\delta_{22}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) \\ &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} \left\{ \frac{1}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \left[\lambda_{21} + \lambda_{12} e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21})\tilde{t}_i^{(w)}} \right] \right\}^{\delta_{11}^{(w,i)}} \\ &\quad \times \left\{ \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \left[1 - e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21})\tilde{t}_i^{(w)}} \right] \right\}^{\delta_{12}^{(w,i)}} \\ &\quad \times \left\{ \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \left[1 - e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21})\tilde{t}_i^{(w)}} \right] \right\}^{\delta_{21}^{(w,i)}} \\ &\quad \times \left\{ \frac{1}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \left[\lambda_{12} + \lambda_{21} e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21})\tilde{t}_i^{(w)}} \right] \right\}^{\delta_{22}^{(w,i)}} \end{aligned}$$

Simplificando:

$$L(\boldsymbol{\theta}|X, \mathbf{T}) = \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} \left[\frac{1}{\lambda_{12} + \lambda_{21}} \right] \lambda_{12}^{(w,i)} \lambda_{21}^{(w,i)} \left[1 - e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21}) \tilde{t}_i^{(w)}} \right]^{\delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)}} \\ \times \left[\lambda_{21} + \lambda_{12} e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21}) \tilde{t}_i^{(w)}} \right]^{\delta_{11}^{(w,i)}} \left[\lambda_{12} + \lambda_{21} e^{-(\lambda_{12} + \lambda_{21}) \tilde{t}_i^{(w)}} \right]^{\delta_{22}^{(w,i)}}$$

Usando la expresión del modelo de Andersen et al. (1993) se obtiene:

$$L(\boldsymbol{\theta}|X, \mathbf{T}) = \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} \left[\frac{1}{\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}} \right] \\ \times [\lambda_{12}^*] \delta_{12}^{(w,i)} e^{\beta_{12} X_w} \delta_{12}^{(w,i)} [\lambda_{21}^*] \delta_{12}^{(w,i)} e^{\beta_{21} X_w} \delta_{21}^{(w,i)} \\ \times \left\{ 1 - e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\}^{\delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)}} \\ \times \left\{ \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} + \lambda_{12} e^{\beta_{12} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\}^{\delta_{11}^{(w,i)}} \\ \times \left\{ \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21} e^{\beta_{21} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\}^{\delta_{22}^{(w,i)}}$$

Donde cada una de las probabilidades de transición están dadas por la solución del sistema de ecuaciones diferenciales hacia adelante de Kolmogorov (ecuaciones 2, 3, 4, 5) y las covariables se involucran con la parametrización de tipo Andersen et al. (1993) (ecuaciones 6 y 7). Las densidades completas se pueden ver en los anexos de la sección 6.

2.3. Estimación bayesiana de las tasas de transición

La metodología bayesiana es muy útil para obtener aproximaciones de parámetros de interés (Gordon, 2001; Hans & Dunson, 2005). El no depender de supuestos asintóticos en las soluciones que se obtienen es una de las ventajas de la metodología bayesiana y todo el trabajo inferencial se realiza usando la distribución aposteriori (o posterior). La vigencia y utilidad de estos métodos de predicción justifican su uso para obtener estimaciones de las tasas de transición en un modelo de dos estados recurrentes.

Para utilizar el muestreador de Gibbs de acuerdo a Tanner (1996) se encuentran las distribuciones aposteriores y por medio de éstas las densidades condicionales con la cuales se programa el método del muestreador de Gibbs.

2.4. Distribuciones posteriores

Por el teorema de Bayes se sabe que la distribución posterior es proporcional a:

$$\xi(\boldsymbol{\theta}|X) \propto L(\boldsymbol{\theta}|X) \xi(\boldsymbol{\theta})$$

donde:

$L(\boldsymbol{\theta}|X)$: Es la verosimilitud de los datos, definida en la sección anterior.

$\xi(\boldsymbol{\theta})$: Es la distribución apriori para los λ_{ij} .

De acuerdo al principio de la razón insuficiente de Laplace (Gordon, 2001), si el espacio paramétral es finito, se puede utilizar una distribución apriori uniforme para reflejar ignorancia total. Para observar el efecto en las predicciones de las tasas de transición se selecciona una distribución apriori no informativa de la forma $\xi(\theta) = 1$ y una distribución apriori informativa exponencial con parámetros τ para λ_{12} y α para λ_{21} , sea λ_{ij} independientes y τ, α conocidos.

Por lo tanto las distribuciones posteriores están dadas por:

$$\begin{aligned}\xi(\theta|X) &\propto L(\theta|X)\xi(\theta) = \left[\prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} p_{11}^{\delta_{11}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) p_{12}^{\delta_{12}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) p_{21}^{\delta_{21}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) p_{22}^{\delta_{22}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) \right] 1 \\ \xi(\theta|X) &\propto L(\theta|X)\xi(\theta) = \left[\prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} p_{11}^{\delta_{11}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) p_{12}^{\delta_{12}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) p_{21}^{\delta_{21}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) p_{22}^{\delta_{22}^{(w,i)}}(\tilde{t}_i^{(w)}) \right] \tau e^{-\lambda_{12}^* \tau} \alpha e^{-\lambda_{21}^* \alpha}\end{aligned}\quad (8)$$

Para realizar la estimación se deben escribir las probabilidades de transición en términos de las tasas de transición por medio de las ecuaciones de Kolmogorov y el modelo de Andersen et al. (1993) por medio del cual se mide el efecto de las covariables.

Así, la distribución posterior para el vector de parámetros θ con una apriori no informativa es de la forma:

$$\xi(\theta|X) \propto L(\theta|X) \times 1$$

Se tiene entonces:

$$\begin{aligned}L(\theta|X, T) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} \left[\frac{1}{\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}} \right] \\ &\times [\lambda_{12}^*]^{\delta_{12}^{(w,i)}} e^{\beta_{12} X_w} \delta_{12}^{(w,i)} [\lambda_{21}^*]^{\delta_{12}^{(w,i)}} e^{\beta_{21} X_w} \delta_{21}^{(w,i)} \\ &\times \left\{ 1 - e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\}^{\delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)}} \\ &\times \left\{ \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} + \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\}^{\delta_{11}^{(w,i)}} \\ &\times \left\{ \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\}^{\delta_{22}^{(w,i)}}\end{aligned}$$

Haciendo:

$$\begin{aligned}A_w &= \left[\frac{1}{\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}} \right] \\ B_w^{(i)} &= \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} + \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \\ C_w^{(i)} &= \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \\ D_w^{(i)} &= \left\{ 1 - e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\}\end{aligned}$$

Se obtienen las condicionales completas:

$$\begin{aligned}
 L(\lambda_{12}^* | \lambda_{21}^*, \beta_{12}, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w [\lambda_{12}^*] \delta_{12}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)} \\
 L(\lambda_{21}^* | \lambda_{12}^*, \beta_{12}, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w [\lambda_{21}^*] \delta_{21}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)} \\
 L(\beta_{12} | \lambda_{12}^*, \lambda_{21}^*, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w e^{\beta_{12} X_w} \delta_{12}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)} \\
 L(\beta_{21} | \lambda_{12}^*, \lambda_{21}^*, \beta_{12}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w e^{\beta_{21} X_w} \delta_{21}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)}
 \end{aligned}$$

Y la distribución posterior para el vector de parámetros θ con una apriori informativa es de la forma:

$$\xi(\theta|X) \propto L(\theta|X) \times \tau e^{-\lambda_{12}^* \tau} \alpha e^{-\lambda_{21}^* \alpha}$$

Con τ y α conocidos, se tiene entonces:

$$\begin{aligned}
 L(\theta|X, \mathbf{T}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} \left[\frac{1}{\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}} \right] \\
 &\times [\lambda_{12}^*] \delta_{12}^{(w,i)} e^{\beta_{12} X_w} \delta_{12}^{(w,i)} [\lambda_{21}^*] \delta_{12}^{(w,i)} e^{\beta_{21} X_w} \delta_{21}^{(w,i)} \\
 &\times \left\{ 1 - e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\} \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)} \\
 &\times \left\{ \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} + \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\} \delta_{11}^{(w,i)} \\
 &\times \left\{ \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\} \delta_{22}^{(w,i)} \\
 &\times \tau e^{-\lambda_{12}^* \tau} \alpha e^{-\lambda_{21}^* \alpha}
 \end{aligned}$$

Haciendo:

$$\begin{aligned}
 A_w &= \left[\frac{1}{\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}} \right] \\
 B_w^{(i)} &= \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} + \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \\
 C_w^{(i)} &= \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \\
 D_w^{(i)} &= \left\{ 1 - e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}] \tilde{t}_i^{(w)}} \right\}
 \end{aligned}$$

Se obtienen las condicionales completas:

$$\begin{aligned}
 L(\lambda_{12}^* | \lambda_{21}^*, \beta_{12}, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w [\lambda_{12}^*] \delta_{12}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)} \tau e^{-\lambda_{12}^* \tau} \\
 L(\lambda_{21}^* | \lambda_{12}^*, \beta_{12}, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w [\lambda_{21}^*] \delta_{21}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)} \alpha e^{-\lambda_{21}^* \alpha} \\
 L(\beta_{12} | \lambda_{12}^*, \lambda_{21}^*, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w e^{\beta_{12} X_w} \delta_{12}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)} \\
 L(\beta_{21} | \lambda_{12}^*, \lambda_{21}^*, \beta_{12}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w e^{\beta_{21} X_w} \delta_{21}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} + \delta_{21}^{(w,i)}
 \end{aligned}$$

Así, con las densidades condicionales completas encontradas para cada distribución apriori se implementa el método de estimación por medio del muestreador de Gibbs.

3. ESTUDIO DE SIMULACIÓN

Basados en el esquema de muestreo de Correa *et al.* (2010) se asume un proceso estocástico de Markov de dos estados que se denotarán 1 y 2 donde los estados son recurrentes; por tanto las transiciones son 1 a 1, 1 a 2, 2 a 1 y 2 a 2. Para el muestreador de Gibbs se asume una distribución apriori no informativa (Laplace igual 1) y una distribución apriori informativa (Exponencial con parámetros $\tau = 40$ para λ_{12} y $\alpha = 91$ para λ_{21} con λ_{ij} independientes). Todas las simulaciones se llevaron a cabo usando el software SAS con el procedimiento IML del SAS (2004).

Para ejecutar las simulaciones se tomaron las condiciones descritas a continuación. Primero, se simularon 1000 muestras de tamaños $n = 50, 100, 200, 400$ unidades que contenían historias aleatorias de transiciones en el modelo de dos estados para los n sujetos simulados; luego para cada tamaño muestral se generaron un máximo de 3 y 4 medidas repetidas por unidad. La variable edad del equipo de cómputo se incorpora en el modelo con tres categorías: 1: ≤ 72 semanas, 2: 72 - 117 semanas y 3: > 117 semanas. La parametrización utilizada para las tasas de transición está basada en el modelo multiplicativo de Andersen *et al.* (1993), de la forma:

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ij}^* e^{\beta_{ij} X} \quad (9)$$

donde $X = (gedad)$. Los valores de los λ_{ij}^* para cada grupo de edad son tomados de los reportados en Correa *et al.* (2010), las parametrizaciones usadas para obtener los valores de referencia fueron:

$$\lambda_{12} = 0.025 * e^{0.1127 * gedad} \quad (10)$$

$$\lambda_{21} = 0.011 * e^{0.1074 * gedad}$$

3.1. Resultados numéricos de las tasas de transición simuladas

En cada simulación se evaluó la distribución posterior y se calcularon las respectivas tasas de transición descritas por el modelo de Andersen *et al.* (1993) para cada valor de la covariable de interés. Luego, se tomó una muestra aleatoria con reemplazo de tamaño 1000 que contenía, además de los valores de cada una de las tasas de transición, los valores de probabilidad especificados por la distribución posterior. Usando cada una de estas muestras se calculó el promedio aritmético, el cual se trató como el respectivo estimador de las tasas de intensidad asociadas al modelo de dos estados recurrentes.

En las Tablas 1 y 2 se puede observar que independiente del número de escaneos, cuando el grupo de edad del equipo de cómputo es menor de 72 semanas las tasas de intensidad λ_{21} están sobre estimadas respecto a los valores de referencia siendo menos sobreestimadas las predicciones de la distribución exponencial. Ahora las predicciones para λ_{12} en este grupo de edad se muestran muy cercanas a los valores de referencia

Tabla 1: Tasas de Intensidad. Número de observaciones repetidas = 3

Descripción		Valores Covariable					
		1		2		3	
50	Distribución Apriori	λ_{12}	λ_{21}	λ_{12}	λ_{21}	λ_{12}	λ_{21}
	Referencia	0.028	0.012	0.031	0.014	0.035	0.015
	Laplace	0.029	0.036	0.032	0.041	0.036	0.046
100	Exponencial	0.028	0.021	0.030	0.022	0.032	0.024
	Referencia	0.028	0.012	0.031	0.014	0.035	0.015
	Laplace	0.027	0.022	0.029	0.024	0.030	0.025
200	Exponencial	0.027	0.033	0.035	0.035	0.037	0.037
	Referencia	0.028	0.012	0.031	0.014	0.035	0.015
	Laplace	0.028	0.028	0.031	0.032	0.035	0.035
400	Exponencial	0.027	0.024	0.028	0.025	0.030	0.027
	Referencia	0.028	0.012	0.031	0.014	0.035	0.015
	Laplace	0.027	0.027	0.030	0.030	0.034	0.034
	Exponencial	0.028	0.026	0.029	0.028	0.031	0.029

Tabla 2: Tasas de Intensidad. Número de observaciones repetidas = 4

Descripción		Valores Covariable					
		1		2		3	
50	Distribución Apriori	λ_{12}	λ_{21}	λ_{12}	λ_{21}	λ_{12}	λ_{21}
	Referencia	0.028	0.012	0.031	0.014	0.035	0.015
	Laplace	0.030	0.161	0.033	0.181	0.038	0.204
100	Exponencial	0.028	0.022	0.029	0.023	0.031	0.024
	Referencia	0.028	0.012	0.031	0.014	0.035	0.015
	Laplace	0.028	0.030	0.032	0.033	0.036	0.037
200	Exponencial	0.027	0.023	0.029	0.025	0.030	0.026
	Referencia	0.028	0.012	0.031	0.013	0.035	0.015
	Laplace	0.028	0.028	0.031	0.031	0.034	0.035
400	Exponencial	0.028	0.025	0.029	0.027	0.031	0.028
	Referencia	0.028	0.012	0.031	0.014	0.035	0.015
	Laplace	0.027	0.027	0.030	0.030	0.034	0.034
	Exponencial	0.027	0.026	0.029	0.028	0.031	0.029

especialmente para el tamaño de muestra igual a 100.

Para el grupo de edad del equipo de cómputo entre 72 y 117 semanas y la distribución Laplace, se observa que los valores de referencia de λ_{12} se sobre estiman para el tamaño de muestra de 50, mientras que para los tamaños de muestra 100, 200 y 400 el valor predicho está subestimado, con más cercanía al valor de referencia la predicción cuando el tamaño de muestra es igual a 100. Ahora para la distribución exponencial se tiene que las predicciones λ_{12} están subestimadas respecto a los valores de referencia excepto para el tamaño de muestra igual a 100. Para λ_{21} en este grupo de edad las predicciones, con ambas distribuciones, se encuentra sobre estimadas pero menos con la distribución exponencial.

En el grupo de edad de mayores a 117 semanas con la distribución Laplace, se tiene que la tasa de intensidad estimada para λ_{12} con el tamaño de muestra igual a 50 está muy cercano al valor de referencia, cuando el tamaño de muestra es de 100, 200 y 400 las predicciones para λ_{12} son subestimadas.

Para λ_{21} se puede observar que independiente del grupo de edad y la distribución apriori utilizada se sobre estiman las predicciones respecto a los valores de referencia. Es de notar que las predicciones de λ_{21} realizadas con una distribución exponencial de parámetro 91 son menos sobre estimadas que las encontradas con una distribución Laplace. Además, se puede observar que a medida que el grupo de edad aumenta se observa un cambio en la predicción de la tasas, por tanto se muestra un efecto de la covariable en la obtención de las mismas.

3.2. Resultados distribucionales de las tasas de transición simuladas

En la Figura 2 se tiene que la distribución de las estimaciones para λ_{12} es similar a la distribución de las estimaciones para λ_{21} con una distribución apriori no informativa (Laplace). Se observa, también, que existe una diferencia por grupo de edad lo cual indica un efecto de la covariable en la estimación a nivel distribucional, note que en el grupo de edad 1 las distribución de las predicciones para λ_{12} con distribución apriori exponencial con parámetro 40 es similar a las obtenidas con la distribución apriori no informativa, pero a medida que cambia el grupo de ésta esa similitud va cambiando.

Para las predicciones de λ_{21} con un distribución apriori exponencial con parámetro 91 se tiene un comportamiento distribucional con valores más altos que los otros valores, además es un poco sesgada a la derecha, mientras que para las predicciones de λ_{12} con una distribución apriori exponencial de parámetro 40 se tiene un comportamiento distribucional similar al obtenido con la distribución no informativa. Es importante destacar que en este caso también se observa el efecto de covariable edad pues a medida que el grupo de edad del equipo de cómputo aumenta los valores de las predicciones van disminuyendo.

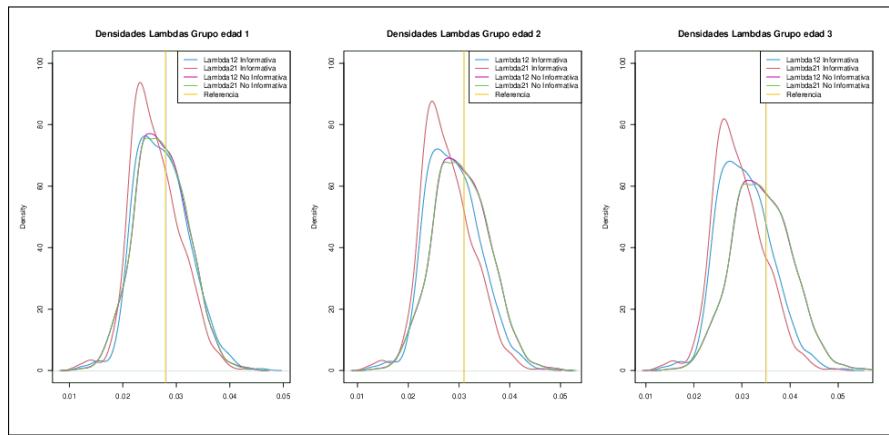


Figura 2: Densidades Tasas de transición. Fuente: Elaboración Propia

En las gráficas de la Figura 2 también se puede observar que las estimaciones de las tasas con una distribución no informativa tienen un comportamiento distribucional platicúrtico con colas no pesadas, en cuanto a la estimación de las tasas con una distribución informativa tienen comportamiento distribucional leptocúrtico. Gráficamente, se muestra una diferencia entre las predicciones con la distribución no informativa y la distribución informativa, por tanto se observa un efecto de la distribución apriori en las predicciones de las tasas.

En las Figuras 3 y 4 se puede observar que las cadenas simuladas se encuentran alrededor de una media y se ven estable a través del tiempo.

Para las predicciones de λ_{12} con tres escaneos se nota que la distribución no informativa es la que tiene más cercanía con los valores de referencia mientras que la distribución exponencial con parámetro 40, en casi todos los grupos de edad, está por debajo de los valores de referencia y las predicciones de la distribución apriori no informativa (Figura 5). Para el caso de las predicciones de λ_{21} se puede observar que para el grupo de edad 1 las predicciones con una apriori no informativa están muy por encima de los valores de referencia y los encontrados con distribución apriori exponencial con parámetro 91, este comportamiento es idéntico en los otros grupos de edades del equipo de cómputo pero es más evidente en el primer grupo (Figura 6). Este comportamiento no tiene un cambio muy significativo cuando se aumenta el número de escaneos a cuatro (Figuras 7 y 8).

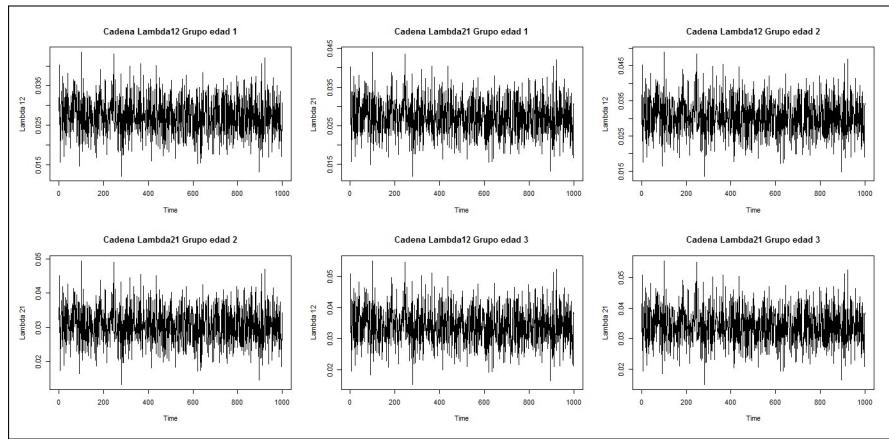


Figura 3: Cadenas de Markov apriori informativa Tamaño= 400 y medidas repetidas= 4. Fuente: Elaboración Propia

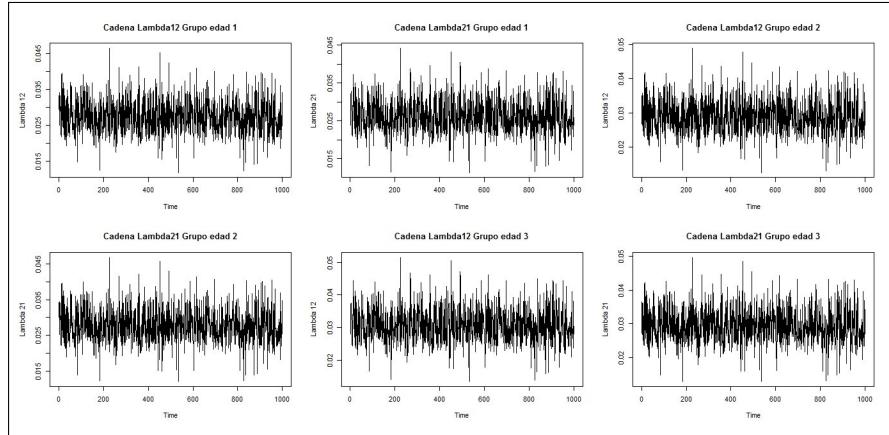


Figura 4: Cadenas de Markov apriori no informativa Tamaño= 400 y medidas repetidas = 4. Fuente: Elaboración Propia

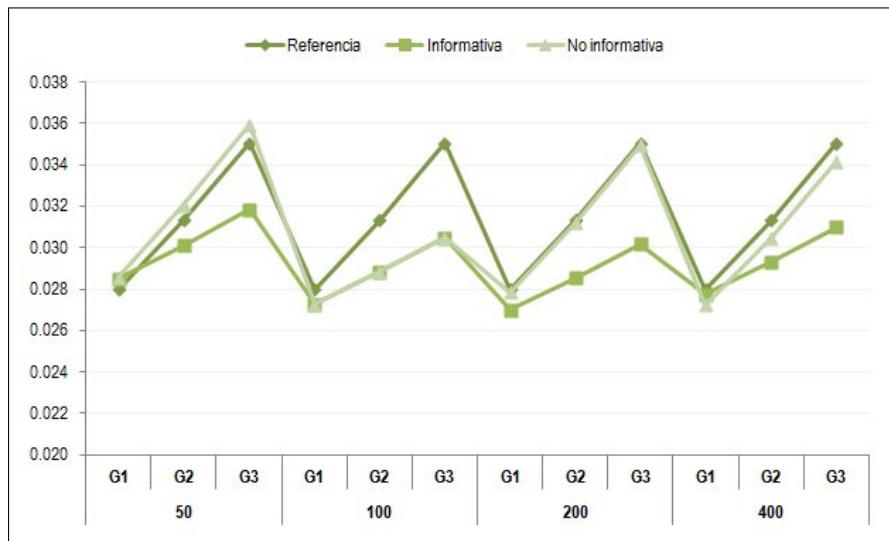


Figura 5: Estimación λ_{12} con 3 escaneos. Fuente: Elaboración Propia

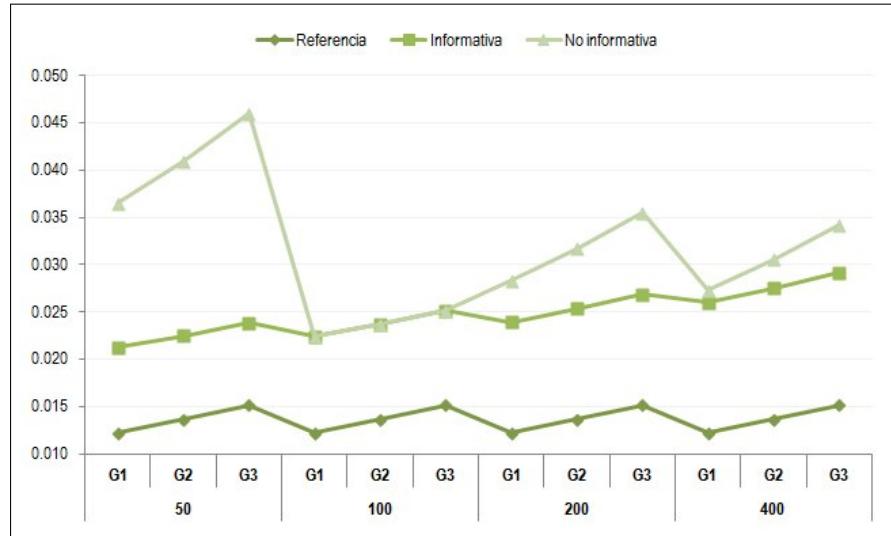


Figura 6: Estimación λ_{21} con 3 escaneos. Fuente: Elaboración Propia

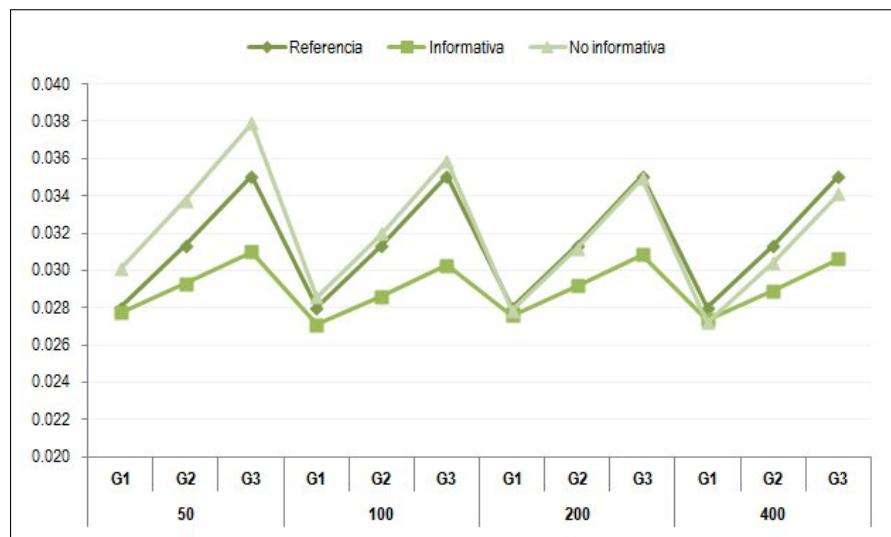
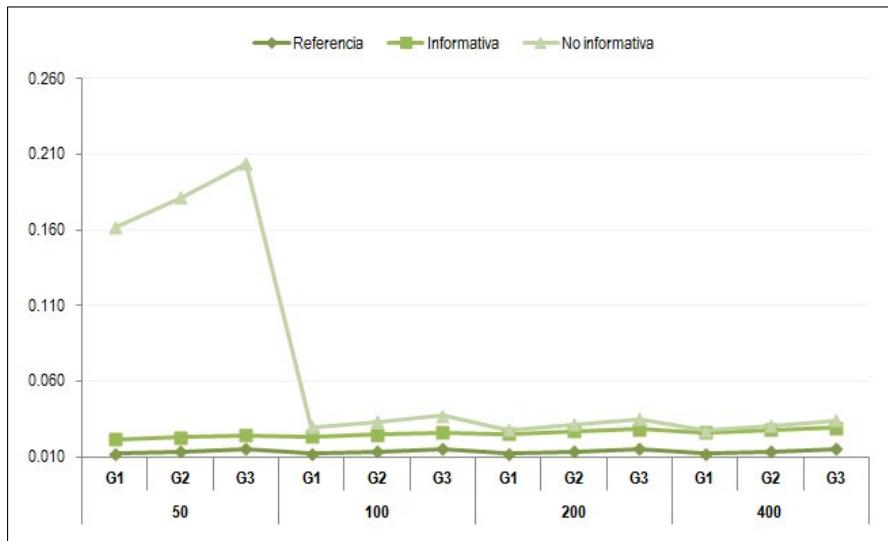


Figura 7: Estimación λ_{12} con 4 escaneos. Fuente: Elaboración Propia

Figura 8: Estimación λ_{21} con 4 escaneos. Fuente: Elaboración Propia

4. APLICACIÓN A DATOS REALES

Para ilustrar el modelo aquí expuesto se tomaron los datos recolectados en Valencia & Salazar (2012) de una entidad bancaria, estos provienen de una muestra aleatoria de 274 computadores, se tomó información en un periodo de 11 semanas, cada vez que se le registró información a un computador específico, se verificó si éste estaba en uno de estos dos posibles estados recurrentes: 1-sano ó 2-infectado.

La información recolectada está relacionada con: Edad de la máquina en meses, marca, clase, si tiene habilitado el puerto USB, cantidad de páginas web visitadas durante el período de observación, número de procesadores, tiempo de navegación y tipo de reloj del procesador. Para el modelo a evaluar sólo se tomó en consideración la variable clase, la cual es cualitativa con los siguientes valores: Portátil, CPU, Servidor. En la estructura de los datos utilizados, se tiene: la columna MAQUINA que identifica el código del equipo de cómputo observado, SEMANA que corresponde a la semana de observación del equipo de cómputo, la columna EP que indica el estado previo del equipo de cómputo, la columna EA que indica el estado actual del equipo, la columna DURACIÓN hace referencia al tiempo en semanas que transcurre entre cada observación y finalmente la columna CLASE que hace referencia al tipo de equipo de cómputo.

La matriz de transición cruda obtenida a partir de los datos, está dada por Frecuencia (Probabilidad de transición), ver Tabla 3. La frecuencia, se refiere al número de cambios de estado observados en todos los computadores del SI (1: sano, 2: infectado. Por ejemplo, dado que un computador está infectado, la probabilidad de que pase a estar sano es 0.127.

Tabla 3: Matriz de transición cruda

	1	2
1	2.219 (0.873)	322 (0.127)
2	284 (0.600)	189 (0.400)

Se considera un modelo de dos estados recurrentes, donde las tasas de transición serán funciones de la covariable "Clase". Si X denota la variable Clase, el modelo multiplicativo de Andersen et al. (1993) es de la forma:

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ij}^* e^{\beta_{ij} X} ; \quad i, j = 1, 2 .$$

Para poder incorporar en el modelo esta covariable, es necesario expresarla en una escala cuantitativa, por ejemplo 1 : CPU, 2: Portátil y 3: Servidor. El problema es que esta transformación no es adecuada ya que las nuevas categorías numéricas implican una jerarquía, mientras la variable original no es ordinal, y por lo tanto no es adecuado usar una escala numérica en reemplazo de una variable que no es ordinal. Como el interés está en evaluar el efecto de la covariable sobre la obtención de las tasas de intensidad de transición, se propone un modelo donde se tengan en cuenta las categorías de la variable clase.

Para ello defina las siguientes variables indicadoras:

$$X_1 = \begin{cases} 1; & \text{si tipo de computador es CPU} \\ 0; & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 1; & \text{si tipo de computador es Portátil} \\ 0; & \text{en otro caso} \end{cases}$$

De esta manera, las tasas de intensidad de transición se expresan como:

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ij}^* e^{\alpha_{ij} + \beta_{ij} X_1 + \Gamma_{ij} X_2}; \quad i, j = 1, 2. \quad (11)$$

El efecto asociado al computador tipo Servidor, se obtiene cuando $X_1 = 0$ y $X_2 = 0$.

Las soluciones del sistema de ecuaciones hacia adelante de Kolmogorov para el modelo de dos estados y la parametrización dada en la ecuación (10), son usadas para construir la función de verosimilitud para el vector de parámetros Θ . Para este caso particular, dicho vector está dado por:

$$\Theta = (\alpha_{12}, \lambda_{12}^*, \beta_{12}, \Gamma_{12}, \alpha_{21}, \lambda_{21}^*, \beta_{21}, \Gamma_{21}) .$$

La estimación de estos parámetros se hará usando el muestreador de Gibbs. Se consideran dos situaciones: aprioris uniformes y aprioris exponenciales para λ_{12}^* y para λ_{21}^* .

Para obtener los valores iniciales para λ_{12}^* y para λ_{21}^* , se usan las ecuaciones descritas en sección 2.

$$\lambda_{ij}^{*(0)} = \frac{m_{ij}}{T_{ij}}, \quad \beta_{ij}^{*(0)} \quad (12)$$

donde:

m_{ij} : representa el total de transiciones del estado i al estado j ,

T_i : representa el tiempo total en el estado i para todos los individuos,

$\beta_{ij}^{(0)}$: valores iniciales dados por el investigador.

Encontradas las ecuaciones para el vector de parámetros Θ se obtienen las predicciones para estos 8 parámetros con las cuales se calculan las tasas de intensidad de transición para λ_{12} y λ_{21} y las respectivas probabilidades de transición. Dado que la información fue recolectada en semanas, se muestra las probabilidades calculadas en un tiempo de una semana (Tabla 6) y dos semanas (Tabla 7) para cada una de las distribuciones aprioris.

De las Tablas 4 y 5 se puede observar que la probabilidades más altas en los tres tipos de computadores es la de estar en un estado sano, lo cual tiene sentido debido a los mantenimientos preventivos de los equipos de cómputo, los cuales están basados en mantener actualizado y tener corridas continuas de los sistemas antivirus lo cual influye en la probabilidad de mantenerse en este estado. Puede notarse también que a medida que el tiempo aumenta la probabilidad de quedarse en un estado de Infección disminuye lo cual también es explicado por el procedimiento realizado cuando se detecta un virus.

Cabe notar que el tipo de computadores más vulnerable a los ataques de virus son los servidores debido a que presentan la probabilidad más alta de transitar de un estado sano a un estado infectado, teniendo en cuenta que un servidor contiene información importante y de carácter confidencial de las compañías tiene sentido que sean los más atacados.

Tambien se puede ver que las probabilidades de pasar de un estado infectado a un estado sano son relevantes y mayores respecto a la probabilidad de pasar de un estado sano a infectado en los tres tipos de computadores esto se debe a que una de las formas de corregir este estado, una vez detectado el virus, es aplicar el antivirus influenciando así que los equipos tengan una mayor probabilidad de pasar de un estado de infección a un estado sano.

A nivel distribucional (Figura 9) y numérico no se observan diferencias significativas en las predicciones de las tasas de intensidad con las diferentes distribuciones aprioris escogidas para este estudio, cabe notar que en las densidades se percibe el impacto de aplicar un antivirus en la estimación de las tasas.

Tabla 4: Tasas de Intensidad

Descripción	Valores Covariable					
	Portátil		CPU		Servidor	
Distribución Apriori	λ_{12}	λ_{21}	λ_{12}	λ_{21}	λ_{12}	λ_{21}
Laplace	0.196	0.209	0.210	0.789	1.012	1.031
Exponencial	0.196	0.209	0.210	0.788	1.011	1.031

Tabla 5: Intervalos de Credibilidad

Descripción	Valores Covariable					
	Portátil		CPU		Servidor	
Distribución Apriori	λ_{12}	λ_{21}	λ_{12}	λ_{21}	λ_{12}	λ_{21}
Laplace	(0.180, 0.202)	(0.191, 0.223)	(0.224, 0.210)	(0.720, 0.847)	(0.900, 1.128)	(0.928, 1.141)
Exponencial	(0.180, 0.202)	(0.189, 0.223)	(0.190, 0.224)	(0.720, 0.847)	(0.892, 1.128)	(0.919, 1.152)

Tabla 6: Probabilidades de Transición con $t = 1$ Semana

Descripción	Valores Covariable											
	Portátil				CPU				Servidor			
Distribución Apriori	P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{22}	P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{22}	P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{22}
Laplace	0.838	0.161	0.172	0.828	0.867	0.133	0.499	0.501	0.569	0.431	0.439	0.561
Exponencial	0.839	0.161	0.172	0.828	0.867	0.133	0.499	0.501	0.569	0.431	0.439	0.561

Tabla 7: Probabilidades de Transición con $t = 2$ Semanas

Descripción	Valores Covariable											
	Portátil				CPU				Servidor			
Distribución Apriori	P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{22}	P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{22}	P_{11}	P_{12}	P_{21}	P_{22}
Laplace	0.730	0.269	0.287	0.713	0.818	0.182	0.682	0.318	0.513	0.487	0.496	0.504
Exponencial	0.731	0.269	0.287	0.713	0.818	0.182	0.682	0.318	0.513	0.487	0.496	0.504

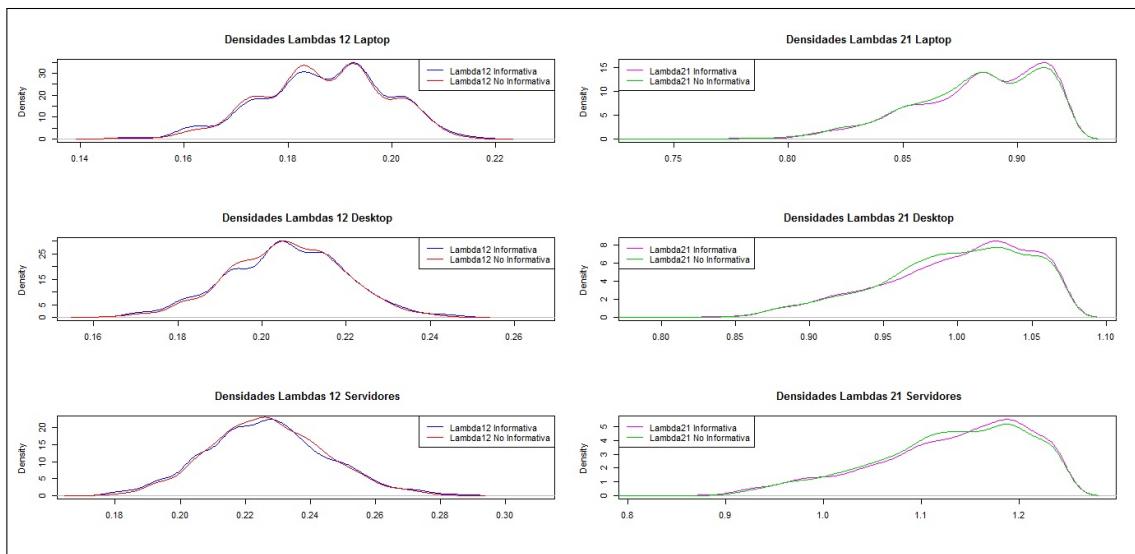


Figura 9: Densidades Tasas de transición distribuciones aprioris. Fuente: Elaboración Propia

5. CONCLUSIONES

5.1. Respeto al estudio de simulación

Por medio de un estudio de simulación se encontraron las predicciones para cada distribución apriori con diferentes números de individuos y diferentes números de escaneos, el cual se compara con los valores de referencia encontrados, de esto podemos observar que el comportamiento de las predicciones de λ_{21} para los individuos más jóvenes pertenecientes al grupo 1 de edad son sobreestimadas respecto a los valores de referencia pero a medida que incrementa el tamaño de muestra el diferencial con valores de referencia disminuye independiente del número de medidas repetidas, para las predicciones de λ_{12} en este grupo de edad se observan que para un tamaño de muestra igual a 50 se sobreestiman pero a medida que el tamaño de muestra aumenta la diferencia con los valores de referencia es mínima.

Es de notar que la covariable muestra un impacto en la estimación puesto que a medida que el grupo de edad aumenta los valores de referencia son mayores y las estimaciones también.

Respecto al comportamiento de las predicciones con las distribuciones de Laplace (Distribución no Informativa) y Exponencial con parámetros igual a 40 y 91 para λ_{12} y λ_{21} respectivamente (Distribución Informativa), las cuales fueron las escogidas como aprioris, se observan comportamientos diferentes en los tres grupos de edad y también a nivel distribucional principalmente en los picos figura 2 en los 3 grupos de edad, adicional se puede notar que el tamaño de muestra igual a 100 es el que mejor comportamiento presenta respecto a los valores de referencia, note también que los promedios estimados de las tasas de intensidad con una distribución apriori no informativa para λ_{12} son más cercanos a los valores de referencia, mientras que para λ_{21} las dos distribuciones aprioris son sobreestimadas pero la distribución a priori informativa es la que más cerca se encuentra a los valores de referencia (Figura 5 a 8). Por tanto se percibe un efecto en la estimación de las tasas de intensidad con las diferentes distribuciones aprioris estudiadas, por tanto podemos notar que para λ_{12} funciona mejor una distribución Laplace mientras que para λ_{21} ninguna de las dos distribuciones muestra un buen resultado.

5.2. Respeto a la aplicación a datos reales

En cuanto a la aplicación a datos reales tenemos que los equipo de computo más vulnerables son servidores por tanto se puede recomendar intensificar los escaneos semanales con el fin de reducir la probabilidad de transición de un estado sano a infectado, protegiendo así uno de los activos más importantes para la entidad, la información confidencial.

Por otro lado notamos que las distribuciones aprioris contempladas en este trabajo no tienen un impacto significativo en la estimación de las tasas de transición y por ende en la probabilidad de transición en estados recurrentes, es de notar que si se percibe un impacto en la estimación de λ_{21} debido al tratamiento

aplicado cuando se detecta un virus en el sistema, lo que implica una probabilidad mayor de transitar de un estado infectado a sano en cualquier tipo computador.

Pese a que al introducir más covariables al modelo se espera una mejor estimación de las tasas de intensidad esto a su vez complejiza el modelo lo cual dificulta la estimación de las tasas e implica un proceso de simulación y computacional arduo que impacta los tiempos haciéndolos mas extenso en estos procesos. Sin embargo, para variables categóricas recolectadas longitudinalmente, este tipo de modelamiento muestra ser efectivo siempre y cuando se tengan suficientes datos y número de medidas repetidas apropiados.

6. ANEXOS

6.1. Densidades Condicionales

Partiendo de la verosimilitud encontrada y haciendo:

$$\begin{aligned}
 A_w &= \left[\frac{1}{\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}} \right] \\
 B_w^{(i)} &= \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w} + \lambda_{12} e^{\beta_{12} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}]} \tilde{I}_i^{(w)} \\
 C_w^{(i)} &= \lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21} e^{\beta_{21} X_w} e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}]} \tilde{I}_i^{(w)} \\
 D_w^{(i)} &= \left\{ 1 - e^{-[\lambda_{12}^* e^{\beta_{12} X_w} + \lambda_{21}^* e^{\beta_{21} X_w}]} \tilde{I}_i^{(w)} \right\}
 \end{aligned}$$

Se obtienen las condicionales completas:

$$\begin{aligned}
 L(\lambda_{12}^* | \lambda_{21}^*, \beta_{12}, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w [\lambda_{12}^*] \delta_{12}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} \delta_{21}^{(w,i)} \\
 L(\lambda_{21}^* | \lambda_{12}^*, \beta_{12}, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w [\lambda_{21}^*] \delta_{21}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} \delta_{21}^{(w,i)} \\
 L(\beta_{12} | \lambda_{12}^*, \lambda_{21}^*, \beta_{21}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w e^{\beta_{12} X_w} \delta_{12}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} \delta_{21}^{(w,i)} \\
 L(\beta_{21} | \lambda_{12}^*, \lambda_{21}^*, \beta_{12}) &= \prod_{w=1}^n \prod_{i=1}^{M_w} A_w e^{\beta_{21} X_w} \delta_{21}^{(w,i)} [B_w^{(i)}] \delta_{11}^{(w,i)} [C_w^{(i)}] \delta_{22}^{(w,i)} [D_w^{(i)}] \delta_{12}^{(w,i)} \delta_{21}^{(w,i)}
 \end{aligned}$$

Referencias

- Andersen, P. & Gill, R. (1982). Cox's regression model for counting processes: A large sample study. *Annals of Statistics*, **10**, 1100-1120.
- Andersen, Pk., Borgan, Gill, R. D. & Keiding, N. (1993). Statistical Models Based on Counting Processes. Springer-Verlag. New York, U.S.A.

- Baena, J. & Salazar-Uribe, J.C. (2006). Análisis de recurrencia de falla aplicado a la determinación del tiempo esperado de falla de una empacadora de líquidos en la Cooperativa Lechera Colanta. *Memorias XVI Simposio de Estadística*, Bucaramanga, Colombia
- Bhat, U. (1984). Elements of applied Stochastic Processes. Wiley.
- Cardenas, M. & Díaz, L. G. (2013). Un modelo de sobrevida multivariado para eventos recurrentes por sujeto con evento terminal: deserción de clientes en la industria de las Telecomunicaciones. Departamento de Estadística, Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá. Bogotá, Colombia.
- Cook, R. J. & Lawless, J. F. (2007). The Statistical Analysis of Recurrent Events. Springer. New York, U.S.A.
- Correa, J. C., Salazar-Uribe, J. C. & Iral, R. (2010). Aproximación bayesiana al problema de la estimación de las tasas de transición en un modelo de estados múltiples. *Memorias XX Simposio de Estadística*, Santa Marta, Colombia.
- Eichelsbacher, P. & Ganesh, A. (2004). A shared random efect parameter approach for longitudinal dementia data with non-ignorable missing data. *Biometrics*, 23, 211-219.
- Gordon, P. (2001), Bayesian statistical John Wiley Sons. Chichester.
- Green, S. B. & Byar, D. P. (2006). The choice of treatment for cancer patients based on covariate information: Application to prostate Cancer. *Bulletin Cancer*, 67, 477-488.
- Guilheneuc-Jouyaux, C., Richardson, S. & Longini, Jr, IM. (2000), Modeling Markers of Disease Progression by a Hidden Markov Process: Application to Characterizing CD4 Cell Decline. *Biometrics*, 56(3), 733-741.
- Hans, C. & Dunson, D. (2005). Bayesian inference on umbrella orderings. *Biometrics*, 61, 1018-1026.
- Harezlak, J., Gao, S. & Hui, S. L. (2003). An illnes-death stochastic model in the analysis of longitudinal dementia data. *Statistics in Medicine*, 22, 1465-1475.
- Hendrie, H. C., Ogunniyi, A. & Hall, K. S., Baiyewu, O., Unverzagt, F. W., Gureje, O. & et al. (2001). Incidence of dementia and Alzheimer disease in 2 communities: Yoruba residing in Ibadan, Nigeria, and African Americans residing in Indianapolis, Indiana. *JAMA*, 285(6), 739-747.
- Iral, R. & Salazar-Uribe, J. C. (2007). Estimación de funciones de intensidad en un modelo de Markov de tres estados bajo el efecto de covariables con datos longitudinales. Tesis de Maestría: Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
- Joly, P. & Commenges, D. (1999). A penalized likelihood approach for a progressive three-state model with censored and truncated data: Application to AIDS *Biometrics*, 55, 887-890.

- Jordan, Y. , Lerma, L.F. and Toro, E.(2008). Aplicación de cadenas de Markov continuas a las estadísticas del secuestro en Colombia. *Scientia et Technica*, XIV(38), 235-240.
- Kay, R.(1986). Treatment Effects in Competing-Risks Analysis of Prostate Cancer Data. *Biometrics*, 42(1), 203-211.
- Lawless, J. F.(2002). Statistical Models and Methods for Lifetime Data. Wiley Series in Probability and Statistics.
- Martínez, C., Ramírez, G. & Vásquez, M.(2009). Pruebas no paramétricas para comparar curvas de supervivencia de dos grupos que experimentan eventos recurrentes. *Revista Ingeniería U.C.*, 5, 45-55.
- Martínez, C., Ramírez, G. & Vásquez, M.(2011). Pruebas estadísticas para comparar curvas de supervivencia de k grupos con eventos recurrentes. *Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias*, 6, 7-18.
- Peña, E., Strawderman, R.& Hollander, M.(2001). Nonparametric estimation with recurrent event data. *The computer Journal*, 99, 1299-1315.
- Salazar-Uribe, J. C., Tyas, S.L., Snowdon, D. A., Desrosiers, M. F., Riley, K. P., Mendiondo, M. S. & Kryscio, R. J. (2003), Estimating intensity functions on multi-state Markov models with application to the Nun Study. *JSM*, San Francisco, EEUU.
- Salazar-Uribe, J.C., Iral, R., Calvo, E., Rojas, A., Hincapíe, M. E., Anaya, J. M. & Díaz, F. J. (2001), Three state Markov model: comparing three parameterizations of the transition intensity rate. Application to rheumatoid arthritis data. *Revista Colombiana de Estadística*, 30(2), 213-229.
- Salazar-Uribe, J. C., Iral, R., Correa, J. C., Rojas, A. & Anaya, J. M.(2014). Enfoque bayesiano para obtener las tasas de transición en un modelo de estados múltiples. Aplicación a datos sobre artritis reumatoide. *Comunicaciones en Estadística*, 7(2), 201-220.
- SAS Institute Inc. (2004). SAS/IML 9.2 User's Guide. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Tanner, Martin A. (1996). Tools for Statistical Inference: Methods for the Exploration of Posterior Distributions and Likelihood Functions.Third Edition. Springer Series in Statistics. Springer-Verlag New York.
- Valencia, G. A. & Salazar, J. C. (2012). A statistical approach to reduce malware inside an information system in banking sector. *Proceeding of the 2012 World Congress in Computer Science, Computer Engineering, and Applied Computing*, Las Vegas Nevada, EEUU.
- Wang, M. & Chang, S. (1999). Nonparametric estimation of a recurrent survival function. *Journal of the American Statistical Association*, 94, 146-153.

Wei, L., Lin, D. & Weissfeld, L.(1989). Regression analysis of multivariate incomplete failure time data by modeling marginal distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 84, 1065-1073.

CÓDIGOS DE BARRA DE ADN PARA IDENTIFICACIÓN DE ESPECIES DEL GÉNERO *Lonchaea* FALLEN, 1820 (DIPTERA: LONCHAEIDAE) DE ANTIOQUIA^a

DNA BARCODING FOR IDENTIFICATION OF SPECIES OF THE GENUS *Lonchaea* FALLEN, 1820 (DIPTERA: LONCHAEIDAE) OF ANTIOQUIA

FRANCISCO JAVIER BALSEIRO TEHERÁN^{b *}, SANDRA INÉS URIBE SOTO^c

Recibido 2-03-2021, aceptado 20-04-2021, versión final 30-06-2021.

Artículo Investigación

RESUMEN: *Lonchaea* es el género con mayor número de especies y distribución dentro de la familia Lonchaeidae. Los individuos de esta familia son confundidos con los de la familia Tephritidae y ambos se encuentran afectando frutos. Los pocos estudios taxonómicos sobre el género hacen que la identificación de las especies sea difícil, especialmente con base en las hembras, colectadas más frecuentemente, ya que todas las claves existentes están basadas en la morfología de los machos. Se asignaron las secuencias código de barras de ADN para especímenes del género previamente identificados por morfología y verificados por especialistas, logrando mediante la agrupación en M-OTUs (Unidades Taxonómicas Operativas Moleculares) la asociación de genotipos machos-hembras, proporcionando información molecular valiosa como apoyo para identificar individuos de ambos sexos, e incluso inmaduros colectados en campo o especímenes presentes en colecciones entomológicas.

PALABRAS CLAVE: Códigos de barras de ADN; *Lonchaea*; taxonomía.

ABSTRACT: *Lonchaea* is the genus with the largest number of species and distribution within the Lonchaeidae family. Normally the individuals of this family are confused with those of the Tephritidae family when they are affecting fruits. The few taxonomic studies that exist on the genus make species identification really difficult, especially based on females since all the existing keys are based on males. The relationship between morphological and molecular variability was analyzed for specimens of the genus *Lonchaea*, considering an initial identification of the species based on the morphology of the males. DNA barcode sequences were assigned to specimens of the genus previously identified by morphology and verified by specialists, achieving by grouping in M-OTUs (Molecular Operating Taxonomic Units) the association of male-female genotypes, providing valuable molecular information as support to identify individuals of both sexes, and even immatures collected in the field or specimens present in entomological collections.

^aBalseiro-Teherán, J. & Uribe-Soto, S. I. (2021). Códigos de barra de ADN para identificación de especies del género *Lonchaea* Fallen, 1820 (Diptera: Lonchaeidae) de Antioquia. *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 51–66. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.94053>

^bEstudiante programa Maestría en Ciencias: Entomología, Universidad Nacional de Colombia-sede Medellín.

^{*}Autor para la correspondencia: fjbalsei@unal.edu.co.

^cProfesora Titular, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. Coordinadora GSM. suri-be@unal.edu.co

KEYWORDS: Barcode; *Lonchaea*; taxonomy.

1. INTRODUCCIÓN

Lonchaea Fallen (Lonchaeinae: Lonchaeini), es el género más grande de los nueve que se reportan actualmente para la familia Lonchaeidae a nivel mundial. Este género se encuentra en todas las regiones zoogeográficas, excepto la Antártida, con 218 especies descritas (MacGowan & Rotheray, 2019). De acuerdo con sus hábitos alimenticios y por sus efectos sobre la producción de frutas, el Instituto Colombiano Agropecuario ICA mediante la resolución 001 del 2011, estableció que algunas especies de la familia Lonchaeidae se consideran en la categoría de moscas de la fruta (ICA, 2011). Así mismo, en los planes de trabajo de exportación de frutas se incluyen especies de esta familia como de importancia cuarentenaria. En particular, el género *Lonchaea* ha sido reportado como plaga en cultivos comerciales de pasifloras (Chacón, 1984) y Pitahaya (Medina & Takumasa, 2012); sin embargo, no existen estudios epidemiológicos amplios para este grupo.

Se conoce muy poco sobre la taxonomía del género *Lonchaea*, el cual parece estar bien representado en América tropical. Aunque solamente 29 especies se han registrado para la región Neotropical, existen seguramente muchas especies por describir, cuya gran similitud morfológica, hace sumamente difícil su determinación (Korytkowski & Ojeda, 1971).

La identificación taxonómica de los especímenes causantes de daño y pertenecientes al género *Lonchaea*, se basa principalmente en los caracteres morfológicos de los machos, condición de uso general para muchos insectos especialmente en el orden Diptera. Dado el alto porcentaje de hembras recuperado con las metodologías tradicionales de muestreo y su difícil identificación, se hace necesario considerar metodologías complementarias a la morfología tradicional para asegurar una adecuada identificación. Para este caso se ha considerado de importancia la metodología del código de barras; que no es más que un sistema de identificación y descubrimiento de especies usando una sección corta de ADN de una región estandarizada del genoma (Hébert *et al.*, 2003).

De acuerdo con Lanteri (2007) uno de los aspectos positivos de la iniciativa “códigos de barras de ADN” es que posibilita la asociación de los distintos estados de desarrollo ontogénico o de sexo de la misma especie. En concordancia con lo anterior, la presente investigación asignó las secuencias código de barras a individuos del género colectados en campo, incluyendo algunos determinados hasta especie o morfoespecie mediante estudio detallado de su morfología y trabajo con un especialista. De esta forma se asignó la identidad a las hembras de acuerdo con su ubicación en los M-OTUs definidos por las secuencias. Este se considera un avance importante hacia el uso de la taxonomía integrativa y en particular la incorporación de caracteres moleculares para el trabajo con el género *Lonchaea*.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Muestras estudiadas

Del material colectado por el sistema de monitoreo de moscas de la fruta del Instituto Colombiano Agropecuario ICA en el departamento de Antioquia entre marzo de 2018 y enero de 2019, se seleccionaron 100 muestras. De estas, 44 fueron obtenidas a través de muestreo de frutos de pasifloras y 56 de trampas McPhail cebadas con proteína hidrolizada de maíz, enriquecida con bórax. Del material colectado en las trampas se seleccionaron los especímenes del género *Lonchaea* los cuales fueron previamente identificados con base en caracteres morfológicos utilizando las diagnósticas y claves taxonómicas propuestas por Korytkowski & Ojeda (1971); Luna (1987) y que fueron corroborados por el experto en el grupo Iain MacGowan y posteriormente depositados en la colección del Museo Entomológico Francisco Luis Gallego de la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín MEFLG (NC MEFLG 50849 a MEFLF 50950); finalmente, se tomó una submuestra de especímenes de cada sitio con el fin de realizar la extracción de ADN, la amplificación de la región de interés y los demás procesos hasta la obtención de las secuencias a partir de cada uno de los especímenes del género; las cuales fueron subidas al Genbank con códigos de accesión MZ189743 a MZ189778.

2.2. Extracción de ADN

Para la extracción se utilizó el kit DNeasy 250 Blood & Tissue (Qiagen, Alemania) y se siguió el protocolo sugerido por el fabricante. De cada individuo se tomó el tórax y dos patas, las demás estructuras se guardaron para los montajes de genitalias y como referencia para la identificación con base en caracteres morfológicos. El éxito de las extracciones se verificó mediante cuantificación de ADN, inicialmente en un espectrofotómetro UV-VIS de barrido espectral y posteriormente en una electroforesis en un gel de agarosa al 0.1 % con GelRed a 80 voltios durante 45 minutos.

2.3. Amplificación y secuenciación de *coxI*

La amplificación, usando la técnica de Reacción en Cadena de la Polimerasa, PCR se realizó en un volumen de reacción final de 30 μ l y los primers universales; LCO-1490 (5' - GGTCAACAAATCATAA-AGATATTGG-3') y HCO-2198 (5'-TAAACTTCAGGGTGACCAAAAAATCA-3') (Folmer *et al.*, 1994), incluyendo 3 μ L de buffer 5x, 1.92 μ L de 10 mM dNTPs, 2.6 μ L de 25 mM MgCl₂, 0,5 μ L Taq DNA Polimerasa de (5 U/ml) (Promega, USA), 0.96 μ L de 10 μ M de cada oligonucleótido; 15.26 μ L H₂O ultrapura y 4.8 μ L de ADN. El programa de ciclo térmico de PCR consistió en desnaturalización inicial de 5 min (94 °C), seguida por 35 ciclos de 94 °C durante 1 min (desnaturalización), 45 °C durante 1.50 min (alineamiento), 72 °C durante 1.50 min (extensión), y una extensión final a 72 °C durante 5 min y finalmente manteniendo a –25 °C hasta su análisis.

Luego de verificar la amplificación del fragmento de ADN objetivo se procedió a una purificación simple de los productos de PCR a través de un proveedor externo (Macrogen, Corea) y finalmente a la secuenciación por el método de Sanger a través de un proveedor externo con un secuenciador automático ABI 3730xl (Applied Biosystems™).

2.4. Análisis de secuencias

La calidad de las secuencias obtenidas fue verificada a través de programas bioinformáticos. Inicialmente a través del programa Geneious Prime 2020.2 se verificó la calidad del electroferograma y seguidamente se halló la secuencia consenso.

Durante el análisis para detectar la presencia de ADN mitocondrial nuclear NUMTS en las secuencias, según lo sugerido por Song *et al* (2008), se examinó la presencia de ambigüedades, lectura espectral ambigua y el ruido, entendido como difícil lectura de los picos. Posteriormente, se examinó la composición nucleotídica para detectar sesgos y se verificó la ausencia de acumulación de mutaciones, codones de parada e inserción o delección. Posteriormente con el fin de verificar que las secuencias pertenecían al grupo estudiado se realizó un BLAST (Altschul, 2005) tomando como referencia el genoma de *Ceratitis capitata* Wiedemann, 1824 (NCBI: NC_000857.1), se alineó cada una de las secuencias para confirmar la identidad del gen.

Las secuencias consenso obtenidas para cada individuo se alinearon usando el algoritmo MUSCLE (Edgare, 2004). El alineamiento final fue caracterizado en términos de variabilidad nucleotídica y frecuencia de transiciones y transversiones. El número de haplotipos se estimó en el programa DnaSP versión 6.0 (Rozas *et al*, 2017). El análisis de divergencia entre las secuencias que correspondían a los individuos de 9 localidades, medido por distancias genéticas, se realizó a través del programa MEGA X (Kumar *et al*, 2018) las cuales fueron calculadas utilizando el modelo de distancia de Kimura 2 parámetros - K2P (Kimura, 1980), con base en el cual se calcularon las distancias inter e intraespecíficas con bootstrap de 10000 réplicas. De acuerdo con los valores obtenidos se realizó el análisis Neighbour-Joining (NJ), el cual provee una representación gráfica de los patrones de divergencia entre especies.

2.5. Evaluación de la correspondencia morfología-molecular y asignación de identidad a las hembras con base en las secuencias

Para asignar la identidad de las hembras con base en su inclusión en M-OTUs de machos previamente identificados por morfología y corroborados por expertos se utilizaron dos criterios de amplio uso en estudios de esta índole:

1. Los rangos de divergencia expresados como distancias genéticas: “la divergencia de la secuencia de código de barras de ADN entre la mayoría de las especies congéneres es generalmente superior al 2 %”

(Hébert *et al*, 2003), mientras que la variación intraespecífica suele ser inferior al 1% (Avise, 2000). Sin embargo, estudios realizados para el orden Diptera arrojan datos variables y se hace necesario realizar análisis puntuales; por ejemplo: Meier *et al* (2006) encontró que la variación intraespecífica e interespecífica se superpone ampliamente en las secuencias coxI de Diptera (0% a 15.5%) con el 99% de todas las distancias congénéricas que caen en este intervalo.

En grupos cercanos a Lonchaeidae como la familia Tephritidae, las divergencias genéticas intraespecíficas basadas en el modelo K2P de las secuencias coxI entre 42 taxones de moscas de la fruta variaron de 0 a 10.3% y las divergencias genéticas interespecíficas mínimas oscilaron entre 0% y 16.3% con un promedio de 5.3% (Kunprom & Pramual, 2019).

2. Las unidades taxonómicas moleculares operacionales (M-OTUs) fueron identificadas de acuerdo con las distancias genéticas intra e inter-especie calculadas y según las agrupaciones dentro de un dendrograma inferido por el algoritmo de “Neighbor-Joining” (NJ) (Saitou & Nei, 1987) (modelo K2P, “bootstrap” = 10.000 réplicas) (Felsenstein, 1985).

Adicionalmente, se llevó a cabo un análisis a través de un procedimiento automático usando el software ABGD (Automatic Barcode Gap Discovery), a través del sitio web del fabricante (<https://bioinfo.mnhn.fr/abi/public/abgd/abgdweb.html>) (día de ingreso 30 de julio, 2020), este software permite ordenar las secuencias en especies hipotéticas en función de la brecha de código de barras, que se puede observar siempre que la divergencia entre organismos pertenecientes a la misma especie es menor que la divergencia entre organismos de diferentes especies (Puillandre *et al*, 2012).

El programa ofrece tres modelos de distancia o separación, K2P (Kimura dos parámetros), JC69 (Jukes & Cantor, 1969) y un modelo de sustitución simple. En el presente estudio se realizaron los análisis usando la versión online, y el modelo escogido para las agrupaciones fue K2P.

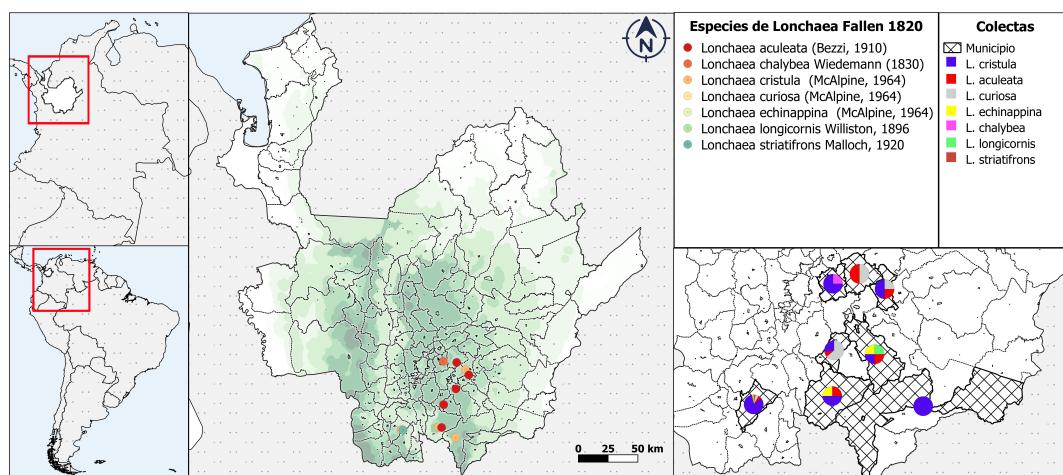


Figura 1: Sitios de muestreo de especímenes de *Lonchaea* en Antioquia utilizados en este estudio. Los detalles de los sitios de muestreo se dan en la Tabla 1. Fuente: Elaboración propia.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 1: Códigos de las secuencias coxI de especies de *Lonchaea* colectados en Antioquia, Colombia relacionando especie, localidad, sexo e identificación de la secuencia.

Especie	Sexo	Localidad	Secuencia	ID por morfología	Código de accesión
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, Jericó, Vallecitos, La Aurora	Lcr88-1	SI	MZ189751
<i>L. cristula</i>	H	Antioquia, La Ceja, Llanadas, Manantial	Lcr82-2	NO	MZ189759
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, La Ceja, Llanadas, Manantial	Lcr82-1	SI	MZ189760
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lcr81-1	SI	MZ189761
<i>L. cristula</i>	H	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lcr81-2	NO	MZ189763
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lcr66-1	SI	MZ189764
<i>L. cristula</i>	H	Antioquia, Abejorral, La Esperanza, Agroaves s.a. s	Lcr44-2	NO	MZ189762
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, La Ceja, Llanadas, Manantial	Lcr29-1	SI	MZ189771
<i>L. cristula</i>	H	Antioquia, Guarne, NI, El Tesoro	Lcr28-2	NO	MZ189770
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, Guarne, NI, El Tesoro	Lcr28-1	SI	MZ189769
<i>L. cristula</i>	H	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Lcr25-2	NO	MZ189767
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Lcr25-1	SI	MZ189768
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, Guarne, Las Hojas, NR	Lcr19-1	SI	MZ189766
<i>L. cristula</i>	H	Antioquia, Guarne, Las Hojas, NR	Lcr19-2	NO	MZ189765
<i>L. cristula</i>	H	Antioquia, Abejorral, NI, San Felipe	Lcr11-2	NO	MZ189772
<i>L. cristula</i>	M	Antioquia, El Peñol, Horizonte, San Bartolo	Lcr5-1	SI	MZ189773
<i>L. longicornis</i>	H	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Llo26-2B	NO	MZ189748
<i>L. longicornis</i>	M	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Llo26-1C	SI	MZ189750
<i>L. longicornis</i>	M	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Llo26-1A	SI	MZ189755
<i>L. longicornis</i>	M	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Llo26-1B	SI	MZ189757
<i>L. longicornis</i>	H	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Llo26-2A	NO	MZ189749
<i>L. longicornis</i>	H	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Llo26-2C	NO	MZ189747
<i>L. aculeata</i>	H	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lac20-2B	NO	MZ189777
<i>L. aculeata</i>	M	Antioquia, San Vicente, NI, La Tomatera	Lac23-1	SI	-
<i>L. aculeata</i>	H	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Lac26-2	NO	MZ189776
<i>L. aculeata</i>	M	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lac70-1	SI	-
<i>L. aculeata</i>	M	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Lac26-1	SI	MZ189775
<i>L. aculeata</i>	H	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lac20-2A	NO	MZ189778
<i>L. curiosa</i>	H	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lcu70-2	NO	MZ189754
<i>L. curiosa</i>	M	Antioquia, El Peñol, Horizonte, San Bartolo	Lcu5-1	SI	MZ189758
<i>L. curiosa</i>	M	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lcu20-1	SI	MZ189752
<i>L. curiosa</i>	M	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lcu70-1	SI	MZ189753
<i>L. striatifrons</i>	M	Antioquia, Jericó, Vallecitos, La Aurora	Lst90-1A	SI	MZ189744
<i>L. striatifrons</i>	M	Antioquia, Jericó, Vallecitos, La Aurora	Lst90-1B	SI	MZ189743
<i>L. chalybea</i>	M	Antioquia, Guarne, NI, El Tesoro	Lch28-1	SI	MZ189774
<i>L. echinappina</i>	M	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lec17-1	SI	MZ189756
<i>Lonchaea sp. 3</i>	M	Antioquia, Jericó, La Mama, Benedictinos	Lsp17-1	NO	MZ189758
<i>Lonchaea sp. 5</i>	M	Antioquia, El Carmen de Viboral, Betania, Los Papayos	Lsp25-1	NO	-
<i>Lonchaea sp. 4</i>	M	Antioquia, Abejorral, NI, San Felipe	LspCL12-1	NO	-
<i>Lonchaea sp. 3</i>	M	Antioquia, Abejorral, NI, San Felipe	LspGB12-1	NO	MZ189745

Se purificaron y secuenciaron en ambos sentidos de la cadena de ADN, un total de 40 secuencias del mismo número de muestras para un total de 80 reacciones. Se obtuvieron 40 secuencias consenso del fragmento 5' del gen coxI, con un tamaño aproximado de 674 pb, cuyos números de accesión se encuentran en la Tabla 1. Del total, 22 secuencias corresponden a especímenes morfológicamente identificados de 7 especies del género *Lonchaea* y 14 secuencias de hembras sin identificación a nivel de especie además de 4 secuencias provenientes de morfotipos de machos sin asignación por morfología. En cuanto a los sitios de ubicación de las trampas utilizados en este estudio, los detalles en la Tabla 1. Además, se indica los datos de cada una de las secuencias obtenidas. Todos los especímenes analizados provenían de colectas trampas McPhail ubicadas en cultivos de gulupa (*Passiflora edulis* f. *edulis* Sims 1818).

Tabla 2: Haplótipos de las secuencias coxI

Haplótipo	# de secuencias	Composición individuos
HAP_1	3	<i>L. cristula_81-1 L. cristula_81-2 L. cristula_66-1</i>
HAP_2	2	<i>L._striatifrons_90-1B L._striatifrons_90-1A</i>
HAP_3	1	<i>Lonchaea_sp._GB12-1</i>
HAP_4	1	<i>Lonchaea_sp._CL12-1</i>
HAP_5	1	<i>Lonchaea_sp._17-1</i>
HAP_6	1	<i>Lonchaea_sp._25-1</i>
HAP_7	1	<i>L._longicornis_26-2C</i>
HAP_8	2	<i>L._longicornis_26-2B L._longicornis_26-2A</i>
HAP_9	2	<i>L._longicornis_26-1C L._longicornis_26-1B</i>
HAP_10	1	<i>L._longicornis_26-1^a</i>
HAP_11	1	<i>L._echinapina_17-1</i>
HAP_12	1	<i>L._curiosa_70-2</i>
HAP_13	1	<i>L._curiosa_70-1</i>
HAP_14	4	<i>L. aculeata20-2B L. aculeata20-2A L. aculeata26-2 L. aculeata26-1</i>
HAP_15	1	<i>L._curiosa_20-1</i>
HAP_16	1	<i>L._curiosa_5-1</i>
HAP_17	1	<i>L. cristula_88-1</i>
HAP_18	6	<i>L. cristula_82-2 L. cristula_44-2 L. cristula_25-1 L. cristula_19-2 L. cristula_19-1 L. cristula_5-1</i>
HAP_19	1	<i>L. cristula_82-1</i>
HAP_20	1	<i>L. cristula_29-1</i>
HAP_21	1	<i>L. cristula_28-2</i>
HAP_22	1	<i>L. cristula_28-1</i>
HAP_23	1	<i>L. cristula_25-2</i>
HAP_24	1	<i>L. cristula_11-2</i>
HAP_25	1	<i>L. L._chalybea_28-1</i>
HAP_26	1	<i>L._aculeata_23-1</i>
HAP_27	1	<i>L._aculeata_70-1</i>

La verificación de la identidad de las secuencias realizada por comparación con el alineamiento de referencia de *Ceratitis capitata* Wiedemann, 1824 (NCBI: NC_000857.1) indicó que las secuencias corresponden a las posiciones 1558 a 2234 del genoma mitocondrial de referencia, confirmando la amplificación de la región de interés que presentó un tamaño de 674 nucleótidos en promedio.

Las secuencias consenso fueron comparadas con secuencias del Genbank de la especie *Lonchaea ragnarri* (HQ582074.1) y *Lonchaea corea* (KR660353.1) a través de la herramienta BLAST (Altschul, 2005) del Genbank, usando el algoritmo MegaBLAST en principio, para evaluar la brecha e identidad entre las secuencias. Se obtuvieron identidades por encima del 87 % y brechas menores a 2/651.

Posteriormente se realizó un alineamiento múltiple utilizando el método de unión de vecinos simple a través del programa MEGA X. Para las 40 secuencias se obtuvieron 27 haplotipos (ver Tabla 2), donde todas las hembras sin identificar se agruparon en M-OTUs que incluían con machos previamente identificados por morfología y molecular.

Los haplotipos asignados a especímenes previamente identificados por métodos morfológicos y corroborados por el experto fueron comparados con los haplotipos de hembras y machos sin determinar, para hallar la correspondencia entre los mismos. Para los 22 especímenes identificados correspondientes a 7 especies, se encontraron 17 haplotipos. En las 14 secuencias obtenidas a partir de las 14 hembras se encontraron 9

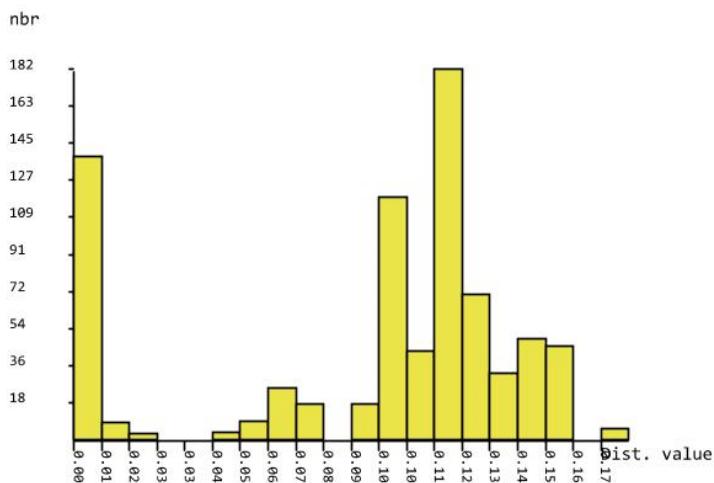


Figura 2: Distribución de frecuencias de divergencia genética intraespecífica e interespecífica de especímenes del género *Lonchaea* de Antioquia. Fuente: Elaboración propia.

haplotipos que correspondían a cuatro de las especies identificadas por morfología.

La divergencia medida como distancia genética para los individuos previamente identificados por morfología como de una misma especie estuvo entre 0 y 2% con dos excepciones, *L.aculeata* 70-1 que varió entre 0 y 5.4% y *L.aculeata* 23-1 con una variación entre 0 y 6.5%. Para las secuencias de *L. cristula* la divergencia osciló entre 0 – 0.5% siendo la especie con menor tasa de divergencia entre sus individuos con 9 individuos analizados con identificación previa por morfología. *L. curiosa* presentó una divergencia entre 0.3% y 0.5% para tres individuos analizados, *L. longicornis* presentó distancias que fluctuaron entre 0% y 0.8%, *L. striatifrons* presentó una divergencia de 0% entre sus dos individuos. Para *L. aculeata* la variación estuvo entre 2.2% y 6.5% siendo esta especie la de mayor divergencia y la que presenta valores que se solapan con la menor distancia entre especies.

Las divergencias medidas como distancias genéticas entre especies para las secuencias obtenidas de 22 individuos con igual número de secuencias y separados por morfología en 7 especies, estuvieron entre 6.1% (*L. cristula* - *L. striatifrons*) y 16.9% (*L. cristula* - *L. longicornis*). Así, usando las 22 secuencias que representan 7 especies, se comprobó la presencia de un “gap de código de barras” (ver Figura 2), con una separación intraespecífica entre 0.0 - 5.1%, y una variabilidad interespecífica entre 6.1%-16.9%. Las distancias obtenidas son congruentes comparándolas con las de grupos cercanos como Tephritidae; donde variaron entre de 0 a 10.3% intraespecie y entre 0% y 16.3% entre especies (Kunprom & Pramual, 2019).

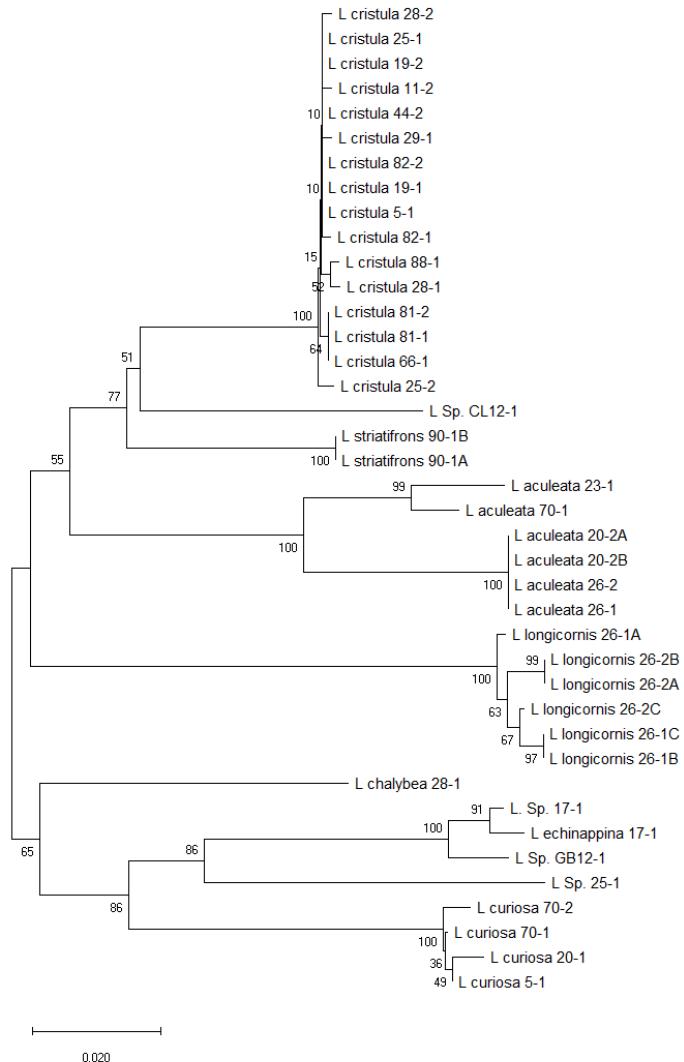


Figura 3: Dendrograma de NJ con el modelo K2P y bootstrapp de 10000 réplicas para las 40 secuencias obtenidas. Machos: 1, Hembra: 2. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3: Distribución de los M-OTUs obtenidos a través de ABGD (Results of the Automatic Barcode Gap Discovery)

M-OTUS	# de individuos	Composición
1	16	<i>MZ189751, MZ189759, MZ189760, MZ189761, MZ189763, MZ189764, MZ189762, MZ189771, MZ189770, MZ189769, MZ189767, MZ189768, MZ189766, MZ189765, MZ189772, MZ189773</i>
2	2	<i>MZ189744 y MZ189743</i>
3	3	<i>MZ189756, MZ189756 y MZ189745</i>
4	1	<i>Lonchaea_sp...CL12-1</i>
5	1	<i>Lonchaea_sp...25-1</i>
6	6	<i>MZ189748, MZ189750, MZ189755, MZ189757, MZ189749, MZ189747</i>
7	4	<i>MZ189754, MZ189758, MZ189752 y MZ189753</i>
8	4	<i>MZ189777, MZ189776, MZ189775 y MZ189778</i>
9	1	<i>MZ189774</i>
10	2	<i>L.aculeata_23-1 L.aculeata_70-1</i>

3.1. Asignación de identidad de las hembras y morfotipos sin asignación por morfología

3.1.1. Análisis NJ de las secuencias para el género *Lonchaea* con material propio

El análisis de NJ (Figura 3) confirmó la identidad de las 14 secuencias obtenidas de especímenes hembra al ubicarlas en los M-OTUs correspondientes con base en sus haplotipos. También aparecen separadas cada una de las especies asignadas por morfología con M-OTUs con soporte bootstrap del 100 %. Las unidades donde se incluyen especímenes para cada especie, recogen los especímenes provenientes de las diferentes localidades de las cuales estos provenían, cuyas distancias geográficas máximas fueron 200 km. Dado que el análisis separa las secuencias de *L. aculeata* en dos M-OTUs, después de verificar las variaciones encontradas en morfología y los caracteres con que fue descrita inicialmente la especie, se infiere que, en efecto, las secuencias 70-1 y 23-1 pueden pertenecer a otra especie o que puede existir un complejo de especies, lo cual merece ser estudiado con mayor detalle.

3.1.2. Especies hipotéticas basadas en el Barcoding-gap

El análisis a través del programa ABGD separó las 40 secuencias propias en 10 grupos o M-OTUs (Ver Tabla 3, Figura 2), entendiendo éstas como agregaciones de secuencias unidas por algún índice de similitud (normalmente un corte de distancia predefinido) denotando que corresponden a una entidad biológica.

El número de grupos o M-OTUs, que equivale a las especies hipotéticas para este caso, no varió en la partición inicial realizada bajo los tres modelos (simple, JC y K2P), sugiriendo la existencia de 10 agrupaciones. Variando el porcentaje de divergencia hasta 5, el número M-OTUs no varía, solamente una de las secuencias se mueve a otro grupo. Los resultados sugieren la existencia de 10 M-OTUs para todas las particiones con el modelo simple y de 10 con los modelos de JC Y K2P excepto cuando el porcentaje de divergencia es igual a 1 lo cual es poco probable entre especies de Diptera, donde p aumenta a 18. (Tabla 4). Bajo el modelo de sustitución K2P se identificaron 8 potenciales “gaps” del código de barras. El total de secuencias se agrupó separando las especies que morfológicamente corresponden a una misma. Las 14 secuencias de hembras sin una determinación a nivel de especie por morfología quedaron separadas en 4 de

Tabla 4: Resultados del análisis ABGD (Results of the Automatic Barcode Gap Discovery)

Modelo de Sustitución	X	Partición	Divergencia intraespecífica							
			0.001000	0.001668	0.002783	0.004642	0.007743	0.012915	0.021544	0.035938
simple	1.0	Inicial	10	10	10	10	10	10	10	10
		Recursiva	10	10	10	10	10	10	10	10
JC	1.0	Inicial	18	10	10	10	10	10	10	10
		Recursiva	18	10	10	10	10	10	10	10
K2P	1.0	Inicial	10	10	10	10	10	10	10	10
		Recursiva	18	10	10	10	10	10	10	10

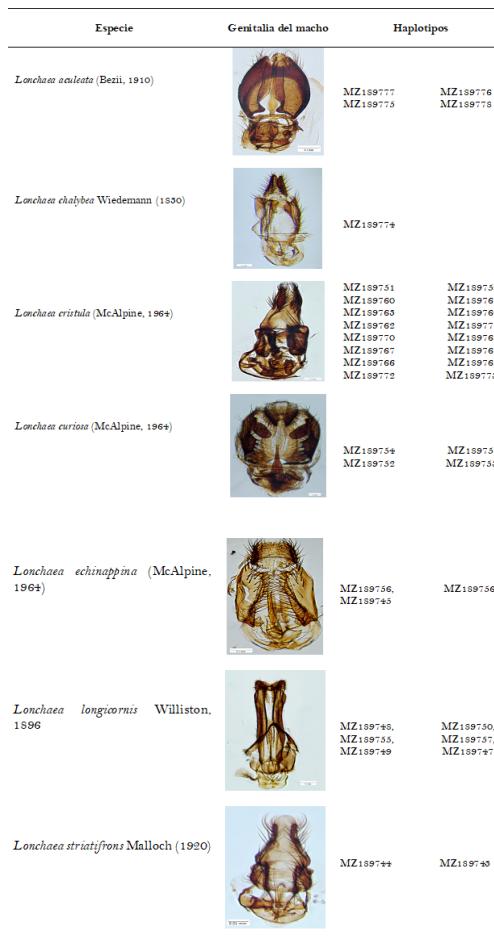


Figura 4: Especies para las cuales se asignaron los haplotipos e información como herramienta para la identificación Fuente: Elaboración propia.

los 10 M-OTUs correspondientes a las especies *L. cristula* (6), *L. curiosa* (2), *L. longicornis*(3) y *L. aculeata* (3). Las siete especies encontradas por morfología incluyeron todos los machos analizados excepto *L. aculeata*, que como se analizó en las distancias intraespecíficas contenía dos individuos con una divergencia por encima del 5 % y que posiblemente pertenecen a una especie críptica o morfológicamente similar. Para las siete especies se provee una herramienta integrativa que permite asociar la identidad de organismos del género *Lonchaea* sin importar el sexo (ver Figura 4). Usando 40 secuencias de las especies encontradas y 26 secuencias de 11 especies de la región paleártica y neártica extraídas del Bold System, las secuencias utilizadas con origen en las bases de datos fueron sometidas a un proceso de depuración con el fin de identificar si cumplían con todos los criterios que garantizaran que su determinación taxonómica fue correcta por lo cual se trabajó con secuencias de 11 de las 24 reportadas en BOLD. Se obtuvo el dendograma correspondiente (Ver Figura 5); el cual exhibe una bifurcación inicial donde una rama contiene a la mayoría de especies tropicales y la otra rama incluye especies de la región paleártica y neártica como también algunas especies tropicales. En el M-OTU de las especies árticas se alinearon *L. curiosa*, *L. echinappinay* *L. chalybea*, estando esta última más cercana a las especies del grupo de especies tropicales. Lo anterior también corrobora lo encontrado por morfología donde se observa una gran similitud entre las especies *L. cristula*, *L. striatifrons*, *L. longicornis* y *L. aculeata*, que además son las especies de mayor ocurrencia en Colombia. Las especies encontradas no cuentan con secuencias en las bases de datos, por lo que el presente estudio se muestra como un aporte importante a la taxonomía del grupo. Cuando se incluyeron las secuencias de BOLD al análisis por NJ se observaron datos interesantes, por ejemplo, existe una clara separación entre las especies tropicales y las de origen neártico y paleártico (distancias intraespecíficas vs distancias entre especies de 0.0 - 2.0 % y 6.1 - 16.9 % para las secuencias propias, 0 - 0.8 % y 6.4 - 15 % respectivamente, para las secuencias de BOLD cuando se analizan de forma independiente), evidenciando que el origen geográfico ha modificado las características de las especies del género, lo anterior también se soporta en los datos de distancias para todos los individuos analizados en conjunto.

En las bases de datos por ejemplo BOLD se cuenta con un gran número de registros, sin embargo, el número de especies del género *Lonchaea* solo asciende a 24 de las 218 reportadas a nivel mundial; los valores de distancias encontrados en el presente estudio coinciden con los estimados para las demás secuencias disponibles en las bases de datos. El 88 % de las secuencias encontradas en las bases de datos tienen como origen Centro de Genómica de la Biodiversidad de Canadá (ver Figura 6) por lo que el presente estudio aportaría un mayor número de secuencias que los demás depositarios de muestras reportados, además de ser las primeras secuencias reportadas para toda la región tropical incluyendo Latinoamérica y el trópico africano. En cuanto a secuencias reportadas por países el estudio coloca a Colombia dentro del mapa como el segundo país con mayor número de secuencias de este grupo después de Canadá y por encima de Estados Unidos, donde por tecnología y capacidad económica se debería tener un mayor número de registros.

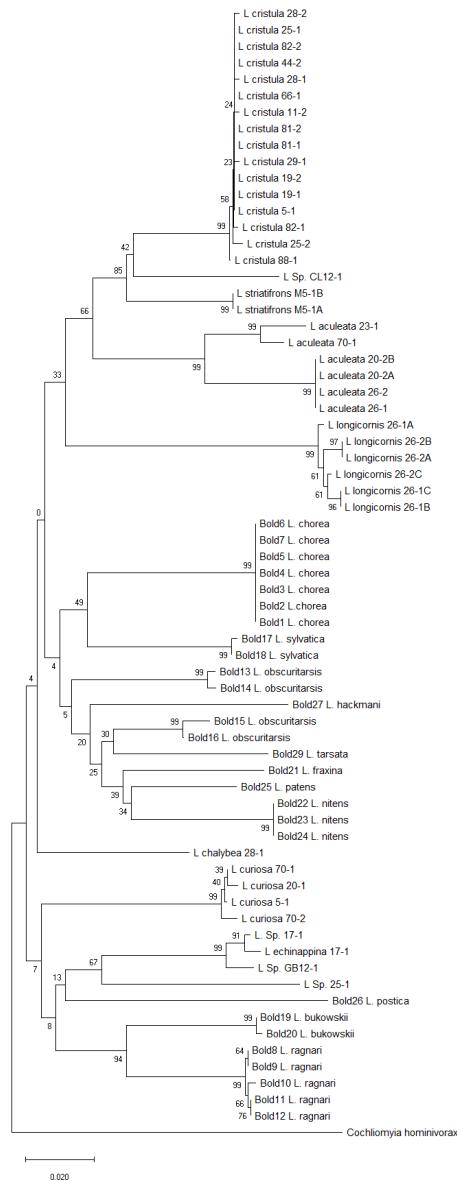


Figura 5: Dendrograma NJ con el modelo K2P y Bootstrap de 10000 réplicas para todas las secuencias obtenidas más 26 secuencias del género *Lonchaea* de las bases de datos. Fuente: Elaboración propia.



Figura 6: Depositorios de secuencias de muestras del género *Lonchaea* en el mundo. Fuente: Elaboración propia.

4. CONCLUSIONES

A través del uso de la metodología del código de barras se logró conferir la secuencia correspondiente a 36 individuos distribuidos en 7 especies del género *Lonchaea*. Todas las secuencias obtenidas pertenecen a especies que no contaban con datos en las bases de datos. Esto contribuye a ampliar la librería genética de esta secuencia para este grupo de insectos y evaluar la consistencia de esta región como marcador como herramienta para la identificación de especies. Además, se asignaron las secuencias de 14 hembras sin identidad a nivel específico a M-OTUs con especies identificadas por morfología y corroboradas por expertos, además se logró determinar la presencia de tres morfotipos pertenecientes al género *Lonchaea* a los cuales no se logró asignar a ninguna especie por morfología ni por molecular. Un mayor estudio de este grupo en las diferentes regiones mejorará la capacidad de crear un sistema de identificación basado en códigos de barras en *Lonchaea* y, en consecuencia, facilitará futuros estudios relacionados con la biología de estos insectos que en la actualidad es desconocida en muchos aspectos.

Referencias

- Altschul, S. F. (2005). BLAST Algorithm. *Encyclopedia of Life Sciences*, 1-4. <https://doi.org/10.1038/npg.els.0005253>.
- Avise, J. C. (2000). Cladists in Wonderland. *Evolution*, 54(5), 1828-1832. <https://doi.org/10.1111/j.0014-3820.2000.tb00728.x>.
- Chacón, P. (1984). Entomofauna asociada a Passiflora mollissima, P. edulis, P. flavicarpa y P. quadrangularis en el departamento del Valle del Cauca. *Turrialba*, 34, 297-311.
- Edgar, R. C. (2004). MUSCLE: Multiple sequence alignment with high accuracy and high throughput. *Nucleic Acids Research*, 32(5), 1792 - 1797. <https://doi.org/10.1093/nar/gkh340>.
- Felsenstein, J. (1985). Confidence Limits on Phylogenies: An Approach Using the Bootstrap Author (s): Joseph Felsenstein Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2408678>. *Evolution*, 39(4), 783-791.

- Folmer, O., Black, M., Hoeh, W., Lutz, R. & Vrijenhoek, R. (1994). DNA primers for amplification of mitochondrial cytochrome c oxidase subunit I from diverse metazoan invertebrates. *Mol Marine Biol Biotechnol.* 3(5), 294-299.
- Hébert, P. D. N., Ratnasingham, S. & DeWaard, J. R. (2003). Barcoding animal life: Cytochrome c oxidase subunit 1 divergences among closely related species. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 270(SUPPL. 1). <https://doi.org/10.1098/rsbl.2003.0025>.
- ICA (2011). Resoluciones fitosanitarias. Recuperado el 30 de noviembre de 2011. En <http://www.ica.gov.co/Normatividad/Normas-Ica/Resoluciones.aspx>.
- Jukes, T. H. & Cantor, C. R. (1969). Evolución de moléculas de proteínas. En Munro HN, editor, *Mammalian Protein Metabolism*, 21-132, Academic Press, Nueva York.
- Kimura, M. (1980). A simple method for estimating evolutionary rates of base substitutions through comparative studies of nucleotide sequences. *Journal of Molecular Evolution*, 16(2), 111-120. <https://doi.org/10.1007/BF01731581>.
- Korytkowski, C. A. & Ojeda, D. (1971). Revisión de las especies de la familia Lonchaeidae En El Perú (Diptera: Acalyptratae). *Revista Peruana de Entomología*, 14(1), 87-116. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>.
- Kumar, S., Stecher, G., Li, M., Knyaz, C. & Tamura, K. (2018). MEGA X: Molecular evolutionary genetics analysis across computing platforms. *Molecular Biology and Evolution*, 35(6), 1547-1549. <https://doi.org/10.1093/molbev/msy096>.
- Kunprom, C. & Pramual, P. (2019). DNA barcoding of fruit flies (Diptera: Tephritidae) in Thailand: Ambiguity, misidentification and cryptic diversity. *Mitochondrial DNA Part A: DNA Mapping, Sequencing, and Analysis*, 30(8), 861-873. <https://doi.org/10.1080/24701394.2019.1693550>.
- Lanteri, A. (2007). Código de barras del ADN y sus posibles aplicaciones en el campo de la Entomología. *Revista de la Sociedad Entomológica Argentina*, 66, 15-25.
- Luna, G. I. (1987). Clave taxonómica para la identificación del género *Lonchaea* Fallen en la región neotropical (Lonchaeidae: Diptera). Universidad de Panamá.
- MacGowan, I. & Rotheray, G. E. (2019). Lonchaeidae. En *Manual of Afrotropical Diptera*. 3, 1383-1392.
- Medina, J. & Takumasa, K. (2012). Listado taxonómico de organismos que afectan la pitaya amarilla, *Selenicereus megalanthus* (K. Schum. Ex Vaupel) Moran (Cactaceae) en Colombia. *Revista Corporica - Ciencia y Tecnología Agropecuaria*.
- Meier, R., Shiyang, K., Vaidya, G. & Ng, P. K. L. (2006). DNA barcoding and taxonomy in Diptera: A tale of high intraspecific variability and low identification success. *Systematic Biology*, 55(5), 715-728. <https://doi.org/10.1080/10635150600969864>.

- Puillandre, N., Lambert, A., Brouillet, S., Achaz, G. (2012). ABGD, Automatic Barcode Gap Discovery for primary species delimitation. *Mol Ecol*, 21, 1864-1877 Pennington J, Wells M. The adult Midgut Structure and Function. En: Biology of disease vectors. 2005. 2da. Ed. Marquardt Pp. 785.
- Rozas, J., Ferrer-Mata, A., Sánchez-DelBarrio, J.C., Guirao-Rico, S., Librado, P., Ramos-Onsins, S. E.& Sánchez-Gracia, A. (2017). DnaSP 6: Análisis de polimorfismo de secuencia de ADN de grandes conjuntos de datos. *Mol. Biol. Evol.* 34, 3299-3302. DOI: 10.1093/molbev/msx248
- Saitou, N. & Nei, M. (1987). The neighbor-joining method: A new method for reconstructing phylogenetic trees. *Molecular biology and evolution*, 4(4), 406-425. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.molbev.a040454>.
- Song, H., Buhay, J. E., Whiting, M. F. & Crandall, K. A. (2008). Many species in one: DNA barcoding overestimates the number of species when nuclear mitochondrial pseudogenes are coamplified. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 105(36), 13486-13491. <https://doi.org/10.1073/pnas.0803076105>

CARACTERIZACIÓN DE LA CELULOSA PROVENIENTE DEL LODO PAPELERO Y SU ESTERIFICACIÓN^a

CHARACTERIZATION OF CELLULOSE FROM PAPER SLUDGE AND ITS ESTERIFICATION

HENRY LABRADOR^{b*}, STEFFANY OSTO^b

Recibido 1-03-2021, aceptado 26-06-2021, versión final 28-06-2021.

Artículo Investigación

RESUMEN: El tratamiento de efluentes de la industria de papel suave, genera un residuo denominado “lodo”, el cual es una mezcla de caolín y de fibras de celulosa. Debido a la importancia tanto biológica como comercial que este carbohidrato posee, se realizó la separación de la celulosa del lodo papelero para su caracterización y su modificación por una reacción de esterificación, encontrándose que el porcentaje másico presente de celulosa en el lodo papelero fue de 33 % (m/m), lo cual hace factible su obtención a partir de este residuo orgánico, en el análisis semicuantitativo de la superficie por MEB-EDX, se encontró presencia de cloruro debido al método usado para su obtención, en el cual se usó hipoclorito de sodio. A la celulosa se le realizó reacción de esterificación, obteniéndose el acetato de celulosa (monoester), el cual fue comprobado por el FTIR y por su solubilidad en diclorometano.

PALABRAS CLAVE: Celulosa; esterificación; lodo; acetato; papelero.

ABSTRACT: The treatment of effluents in the soft tissue paper industry generates a residue known as “mud”, which consists in a mixture of kaolin and cellulose fibers. Due to the biological and commercial importance this carbohydrate possess, the paper mud was separated for its characterization and modification through an esterification reaction, finding that the cellulose mass percentage in the paper mud was 33 % (m/m), which means the obtention of this organic residue is viable; In the semiquantitative analysis of the surface by SEM-EDX, the presence of chloride was found due to the method used to obtain it, in which sodium hypochlorite was used. An esterification reaction was carried out on the cellulose, obtaining the cellulose acetate (monoester), which was verified by the FTIR and for its solubility in dichloromethane.

KEYWORDS: Cellulose; esterification; sludge; acetate; papermaker.

^aLabrador, H. & Osto, S. (2021). Caracterización de la celulosa proveniente del lodo papelero y su esterificación. *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 67–81. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.94003>

^bLaboratorio de Petróleo, Hidrocarburos y Derivados, Departamento de Química, Facultad Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo. Venezuela.

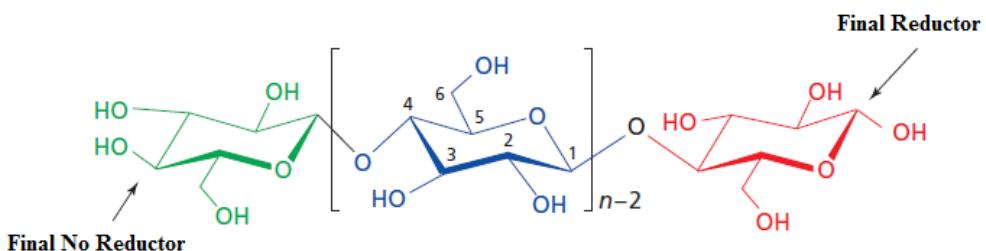
* Autor para la correspondencia: hjlabrad@uc.edu.ve

1. INTRODUCCIÓN

La celulosa es el principal componente de la mayoría de las fibras naturales, tales como algodón, lino, cáñamo, yute, etc (Lima & Borsali, 2004; Tayeb *et al.*, 2018; Habibi *et al.*, 2010). Este biopolímero representa cerca de un tercio de los tejidos vegetales y puede regenerarse mediante fotosíntesis. La composición química de las fibras naturales, varía en función del tipo y del origen de la fibra. Contienen principalmente distintas proporciones de: celulosa, hemicelulosa, pectina y lignina. Usualmente, la composición está dada por un 60 y 80 % de celulosa y hemicelulosa, entre 5 y 20 % de lignina hasta un 5 % de pectina y agua. Además, las fibras contienen bajos porcentajes de cera (Madsen & Gamstedt, 2013; Ummartyotin & Manuspiya, 2015). En relación a la microestructura, las fibras naturales están formadas por microfibrillas de celulosa embebidas en una matriz de lignina (amorfa) y hemicelulosa (semicristalina) (Madsen & Gamstedt, 2013). A su vez, las microfibrillas se encuentran fuertemente unidas entre sí por puentes de hidrógeno, por lignina y la presencia de pectina. Estas microfibrillas de celulosa, están formadas por regiones amorfa y cristalina. Ellas son las principales responsables de las propiedades mecánicas de las fibras naturales. Los dominios cristalinos de las microfibrillas de celulosa tienen excelentes propiedades mecánicas, con un módulo elástico del orden de 150 GPa, mayor que el módulo elástico de las fibras de vidrio 85 GPa y de aramida 65 GPa. (Abduk *et al.*, 2016; Morán, 2008).

Por su parte, el tratamiento de efluentes de la industria de papel suave, genera un residuo denominado “lodo”, el cual es una mezcla de sustancia orgánica e inorgánica en diferentes cantidades dependiendo del origen de la fibra de la celulosa y del método de su producción (Lekha *et al.*, 2017; Morán, 2008), estos lodos son generalmente: celulosa, hemicelulosa, lignina, aditivos del papel, caolilita (arcilla), carbonato de calcio (CaCO₃), metales pesados (Gallardo *et al.*, 2010), estos lodos papeleros en la mayoría de los casos son incinerados (Monte *et al.*, 2009). Las características químicas estos lodos, muestran una gran fuente de celulosa (Ochoa de Alda, 2008), dando un gran valor y pueden usarse para su obtención y modificación por reacciones químicas. Gilbril *et al.* (2018), utilizando celulosas provenientes del lodo papelero, las convirtieron en nanocelulosa cristalina, dando un alto potencial para funcionalizarla, en donde la estabilidad térmica es deseable, esto con un costo de producción menor haciéndolo económicamente viable.

De acuerdo al contenido de celulosa existente en estos lodos, una extracción de ésta para su modificación química, resulta ser innovador y aplicativo en diversos procesos a nivel industrial, además de favorecer la reutilización óptima de estos lodos y darle valor agregado. Tal es el caso del acetato de celulosa, el cual posee diversas aplicaciones como: artículos del hogar, productos de alta absorbencia, producto de higiene femenino, cigarrillos, productos quirúrgicos, entre otros. Es por ello, que esta investigación se extrajo la celulosa de los residuos papeleros, caracterizándola fisicoquímicamente, análisis espectroscópico, Microscopía de Barrido y Difracción de Rayos X, para posteriormente aplicar una esterificación sobre ella y verificar el cambio en sus propiedades fisicoquímicas y con esto poder comprobar la viabilidad de la síntesis en las condiciones de laboratorio.

Figura 1: Estructura molecular de la celulosa (Wertz *et al.*, 2010)

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Estructura de la celulosa

La molécula de celulosa es un biopolímero lineal de unidades de glucopiranosa D-anhidro, unidos entre sí por enlaces β -1,4-glicosídicos. La numeración convencional de los átomos de carbono en el anillo, se muestra en la Figura 1, se emplean para describir los constituyentes de la estructura molecular de la celulosa, como: dos átomos de oxígeno unidos en C1, hidroxilos en C2 y C3, un átomo de oxígeno unido en C4 y un grupo hidroximetilo en C5. Las posiciones 1 y 4, están implicados en la unión entre unidades. O1 en la formación del enlace glucosídico, O5 corresponde al heteroátomo del anillo, O2 y O3 alcoholes secundarios y O6 en el alcohol primario. C1 es un centro de acetal a lo largo de toda la cadena, excepto para el extremo de la derecha, donde se trata de un hemiacetal con propiedades reductoras. De este modo la celulosa, tiene un extremo reductor que contiene un hemiacetal no sustituido, y uno no reductor final que contiene un grupo hidroxilo adicional en C4 (Wertz *et al.*, 2010; Ummartyotin & Manuspiya, 2015).

Las moléculas de celulosa tienden a formar puentes de hidrógeno intramoleculares (entre las unidades de glucosa de la misma cadena) e intermoleculares (entre unidades de glucosa de cadenas adyacentes), al primer tipo de interacciones, se le atribuye la cierta rigidez de cadenas unitarias y la segunda de la formación de la fibra vegetal, es decir, los biopolímeros de celulosa, se alinean formando microfibrillas, las cuales forman las fibrillas que se ordenan para formar las paredes celulares de fibra. En estos haces o microfibrillas, algunas áreas se creen estar ordenadas, paralelas entre sí y reducidamente empacadas, las cuales poseen un arreglo similar al de un cristal (Krassig, 1993). En otras zonas, por su parte, las moléculas dentro de las fibrillas están desarregladas y su ajuste es por azar. Dado que las zonas cristalinas compactas son más tenaces que las áreas no cristalinas o amorfas, estas son más resistentes al ataque químico (Carreño & Murcia, 2005).

Debido a su cristalinidad, es difícil disolver la celulosa en disolventes comunes, pero su modificación por reacciones química dependiendo de su grado de sustitución lo hace soluble en los disolventes (Deng *et al.*, 2008; Chen *et al.*, 2007), los grupos hidroxilos de una molécula de celulosa, se adosan muy íntimamente frente a los de una molécula vecina. Estas cadenas de celulosa, se soportan entre sí por fuerzas secundarias, algunas de las cuales se les conceden a las fuerzas de Van der Waals y otras a los puentes de hidrógeno.

Aunque las primeras son más pequeñas en resistencia que las segundas, a ellas se deben en parte las sorprendentes propiedades de resistencia a las fibras de celulosa. Es en las zonas amorfas de estas fibrillas en donde se experimenta la actividad química de la celulosa; el acceso de reactivos a las regiones cristalinas se hace tardío y complicado. A estas zonas se le atribuye la alta firmeza de la fibra, a las áreas amorfas se les puede atribuir la elasticidad y la disposición de hinchamiento, particularidades éstas de la celulosa (Carreño & Murcia, 2005).

2.2. Reacciones de sustitución

Las reacciones de sustitución en la celulosa, ocurren en los grupos hidroxilos. Los derivados de celulosa contienen una alta proporción de grupos hidroxilos y las propiedades de los derivados varían con el porcentaje de sustitución de estos grupos. Esta sustitución ocurre principalmente por la accesibilidad en la fibra y pocos grupos hidroxilos pueden ser sustituidos, mientras que otros quedan intactos (Carreño & Murcia, 2005). Las fibras de celulosa están presentes en un medio que no favorezca su hinchamiento, las reacciones de sustitución se limitaran a las superficies. Si por el contrario las fibras de celulosa se encuentran en un medio que favorezca su hinchamiento, expandiendo sus superficies internas, será sustituida mayor cantidad de grupos hidroxilos (Liu *et al.*, 2021; Kondo, 1997; Habibi *et al.*, 2010).

Los grupos hidroxilos en las moléculas de celulosa, pueden ser esterificados o eterificados, sin embargo los éster de celulosa reportado más comunes son los monoester, lo que puede dar restricciones en algunas aplicaciones, la mezcla de éster puede compensar los inconvenientes del monoester. Tres de los éster celulosa más comunes son los acetato butirato de celulosa (ABC), acetato propianato de celulosa (APC) (Chen *et al.*, 2007; Kang *et al.*, 2012; Huang *et al.*, 2016) y acetato de celulosa (AC), tienen numerosas ventajas, son solubles, estructuras estables y son resistente a la luz y al calor, son transparentes y son utilizados en muchas aplicaciones (Kang *et al.*, 2012).

La reacción de acetilación se deja transcurrir durante el tiempo necesario, para sustituir casi a totalidad los tres grupos hidroxilo en cada uno de la unidad D-anhidro glucosa con grupos acetilo (véase Figura 2). El triacetato de celulosa plazo, o simplemente triacetato, se puede utilizar como una descripción genérica de la fibra en la que al menos 92 % de los grupos hidroxilo son acetilados. Es aislado y procesado, o se hidroliza para formar el acetato de celulosa secundario, con un grado de sustitución de aproximadamente 2,4. El triacetato de celulosa es sintetizado por tres procesos, de los cuales el proceso de disolución es el más común. En este método de acetilación, se lleva a cabo con anhídrido acético usando ácido acético glacial como disolvente. El proceso de disolución con un disolvente específico es el segundo proceso más común, en el que está sustituido en su totalidad o parte del ácido acético y se utiliza como un disolvente diclorometano para el triacetato formado (ver Figura 2). Con respecto a las propiedades del material, el acetato de celulosa y el acetato de triacetato secundario, adoptan buenas propiedades mecánicas y una buena estabilidad en condiciones atmosféricas y resistencia al agua. La descomposición entre 225 y 250 °C para el acetato secundario y por encima de 300 °C para el triacetato primario (Liu *et al.*, 2021).

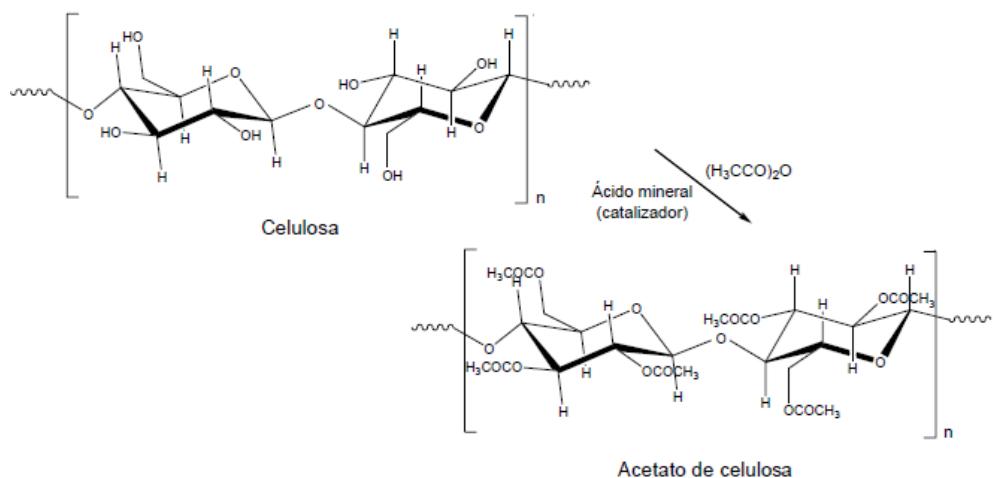


Figura 2: Reacción de acetilación de la celulosa (Carreño & Murcia, 2005)

3. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

3.1. Descripción de la muestra

Lodo papelero donado por una empresa manufacturera de papel.

3.2. Descripción de celulosa patrón

Cellulose 764-098. Leco Corporation. 3000. Lakeview Avenue (aspecto de algodón).

3.3. Obtención de celulosa del lodo papelero

Se realizó empleando la técnica de pulpeo, la cual constó primeramente de una hidrólisis ácida suave con ácido nítrico (HNO_3) al 0.5 % m/v durante 1 h, bajo agitación constante con 20 g de muestra; seguida de un lavado con HNO_3 . Posteriormente, se realizó una cloración con hipoclorito de sodio ($NaClO$) al 3.5 % m/v, seguido de uno lavados con agua destilada hasta la neutralidad; posteriormente se efectuó una extracción alcalina con hidróxido de sodio ($NaOH$) al 5 % m/v en agitación por 1 h y por último se ejecutó el blanqueo con una disolución de $NaClO$ al 1 % m/v, con agitación continua por 1 h y un lavado final hasta pH neutro. El producto obtenido se llevó a una estufa por 30 min a 100°C y posteriormente se pesó (López & Arroyo, 2003). El porcentaje de celulosa del lodo papelero obtenida, se determinó a partir de la ecuación (1)

$$\% \text{ Porcentaje de celulosa} = \frac{\text{masa de celulosa}}{\text{masa de lodo}} \times 100 \quad (1)$$

3.4. Caracterización de celulosa

Los procedimientos que se describen a continuación, se le realizaron a la celulosa del lodo papelero (CLP) y a la celulosa patrón (CP).

3.4.1. Contenido de humedad

Se pesó cierta cantidad de muestra y se procedió de acuerdo a lo descrito por Carreño & Murcia (2005). Se determinó la cantidad de humedad de acuerdo a la ecuación (2).

$$\% \text{ Humedad} = \frac{\text{peso muestra inicial} - \text{peso muestra seca}}{\text{peso muestra inicial}} \times 100 \quad (2)$$

3.4.2. Contenido de cenizas

Se pesó cierta cantidad de muestra y se procedió de acuerdo a lo descrito por Carreño & Murcia (2005). Se determinó la cantidad de cenizas de acuerdo a la ecuación (3).

$$\% \text{ Cenizas} = \frac{\text{peso residuo final}}{\text{peso residuo seco}} \times 100 \quad (3)$$

3.4.3. Solubilidad

Se realizó la prueba de solubilidad con los siguientes disolventes: ácido fosfórico (H_3PO_4) concentrado, ácido sulfúrico (H_2SO_4) concentrado (98% m/v), hidróxido de sodio ($NaOH$) al 5 y 20% m/v , cloroformo ($CHCl_3$), éter metílico (CH_2O_2), *n*-heptano (C_7H_{16}), ácido acético (CH_3COOH) glacial, ácido nítrico (HNO_3) concentrado (53% m/v), ácido clorhídrico (HCl) concentrado (35% v/v) y agua destilada.

3.4.4. Espectroscopía de infrarrojo con transformada de Fourier

Se realizó el análisis empleando la metodología para muestras sólidas (elaboración de pastilla con KBr) en un Espectrómetro infrarrojo Nicolet Impact 410 con transformada de Fourier (*FTIR*) (Impact *TM* 410 *FT – IR*).

3.4.5. Difracción de rayos

Difractómetro de rayos X (*DRX*) (Rigaku Corporation, The woodlands, TX, USA). El *DRX* usó radiaciones de $CuK\alpha$ como fuente de rayos X. Las intensidades se midieron en un intervalo de 5 a 90 grados de 2θ . El instrumento opera a 40kV y 444 Ma con un tamaño de paso 0,02 grados y tiempo de medición de 2.0 grado por minuto, fue realizado tanto la *CLP* y la *CP*.

3.4.6. Microscopía electrónica de barrido

Se utilizó un Microscopio Electrónico de Barrido con Detector de Energía Dispersiva de rayos X (*SEM – EDX*) (estudio micrográfico y análisis semicuantitativo superficial) marca *FEI* Quanta 250 FEG.

3.5. Síntesis de acetato de celulosa

Se pesaron 4.5 g de celulosa en un matraz Erlenmeyer. Luego se vertieron anhídrido acético ($C_4H_6O_3$) y H_3PO_4 en relación 3.7 : 1 (v/v) respectivamente, bajo un baño de hielo. Se llevó a un baño térmico durante 5 h bajo agitación constante a un intervalo de temperatura entre 60 y 80C. Al terminar la reacción, se dejó que alcanzara temperatura ambiente y se vertió agua destilada para favorecer la precipitación del acetato. Se realizaron lavados con agua destilada, hasta obtener un pH de 7 y luego se llevó a estufa a 105C durante 30 min aproximadamente. Seguidamente, se purificó el éster de celulosa, empleando cloroformo ($CHCl_3$). Finalmente, se pesó el éster obtenido (Carreño & Murcia, 2005; Adebajo & Frosto, 2004), este procedimiento se realizó por triplicado y también fue realizado a una celulosa comercial (patrón).

3.6. Caracterización de acetato de celulosa

Se determinó contenido de humedad, cenizas, solubilidad, *FTIR*, *DRX* y *SEM – EDX*, empleando los mismos procedimientos que se le aplicaron a la celulosa.

3.6.1. Determinación de acidez libre

Se pesaron 1 g de acetato de celulosa y se vertió 30 mL de agua hervida, se tapó y se dejó en reposo por 3 h; luego se filtró. Se tituló el filtrado con una disolución de 0.01 *N* de *NaOH*, usando fenolftaleína como indicador. Se empleó un blanco de determinación sobre agua, usando el mismo volumen como se usa en la extracción de la muestra. Los resultados se expresaron como porcentaje de ácido acético libre, determinándose de acuerdo a la ecuación (4) (Carreño & Murcia, 2005).

$$\%AA = \left(\frac{MB(VB - VBL)}{VA} \right) \times MM \times 0.001 \times \left(\frac{1}{d} \right) \times 100 \quad (4)$$

Donde: AA = Ácido libre

MB = molaridad de disolución de *NaOH*

VB = mililitros de disolución de *NaOH* adicionados a la muestra

VBL = mililitros de disolución de *NaOH* adicionados al blanco

MM = masa molar de ácido acético (60.02 g/mol)

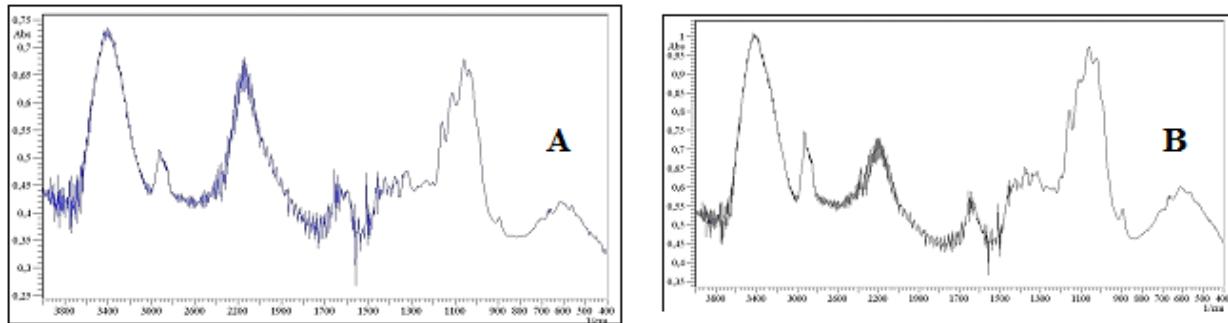
d = densidad de ácido acético (1.049 g/mL)

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Tabla 1, se presentan los porcentajes de celulosa de lodo papelero, humedad y cenizas de la *CLP* y *CP*. También se muestra que el porcentaje de *CLP* fue de 33 %, un valor alto para provenir de un residuo de la industria papelera, lo que lo hace viable para la obtención de *CLP* a nivel industrial, lo que se puede brindar al mercado una alternativa de aprovechamiento de estos residuos papeleros. El porcentaje de humedad fue de 8.2 % siendo más alto con respecto *CP*, lo que indica que debe presentar más zonas amorfas que

Tabla 1: Porcentaje (%) de celulosa, de humedad y de cenizas de la celulosa del lodo papelero y celulosa patrón.

Muestra	% de celulosa (± 1) % <i>m/m</i>	% de humedad (± 0.5) % <i>m/m</i>	% de cenizas (± 0.2) % <i>m/m</i>
CLP	33 ± 1	8.2	1.1 ± 0.1
CP	—	3.9	1.0 ± 0.2

Figura 3: Espectro de *FTIR* de la A) CLP y B) CP. Fuente: Elaboración propia.

la *CP*, lo que puede quedar más agua ocluida entre su red de celulosa, el porcentaje de ceniza es bajo dando que la presencia de inorgánico es baja y es similar al patrón, se puede indicar que este porcentaje de inorgánico es asociado a la celulosa, lo que confirma que el procedimiento de obtención de la celulosa fue efectivo.

Las muestras *CP* y *CLP* fueron evaluadas con diferentes disolventes, se observó que la *CLP* presenta el mismo comportamiento de solubilidad que la *CP*, las celulosas son biopolímeros poco solubles en pocos los disolventes. Este ensayo de solubilidad se realizó también con temperatura, observando que ocurrió reacción con los ácidos (HNO_3 y HSO_4) presentando ambas celulosa el mismo comportamiento, esto nos confirma mucha sus semejanza entre las dos celulosas. En el caso cuando se usó agua caliente como disolvente se observa una diferencia, la *CP* presentó un mayor hinchamiento y este se debe a diferencias en la zona amorfa de la celulosa; este efecto se puede incrementar por la acción de la temperatura, a causa de que el desorden entrópico aumenta, acercando en mayor medida a las moléculas de agua (Woodins, 2003; Klemm *et al.*, 1998).

En la Figura 3, se observan los espectros de *FTIR* obtenidos de la *CLP* y *CP*. Ambos espectros de *FTIR* presentados en las Figuras 3 A y B, son semejantes, en la zona entre 1500 y 700 cm^{-1} representa la huella dactilar, se encuentra que son muy parecidos, lo que indica que el producto obtenido del lodo papelero es celulosa. Entre 3600 y 3200 cm^{-1} es el estiramiento de los grupos $O - H$ (alcohol), entre 3000 y 2850 cm^{-1} estiramiento asimétrico y simétrico del $C_{sp^3} - H$ (alcanos), entre 1200 y 1050 cm^{-1} estiramiento $C - O$ (alcohol), (Youssef *et al.*, 2012), estos son los grupos funcionales presente en la celulosa (ver Figura 3).

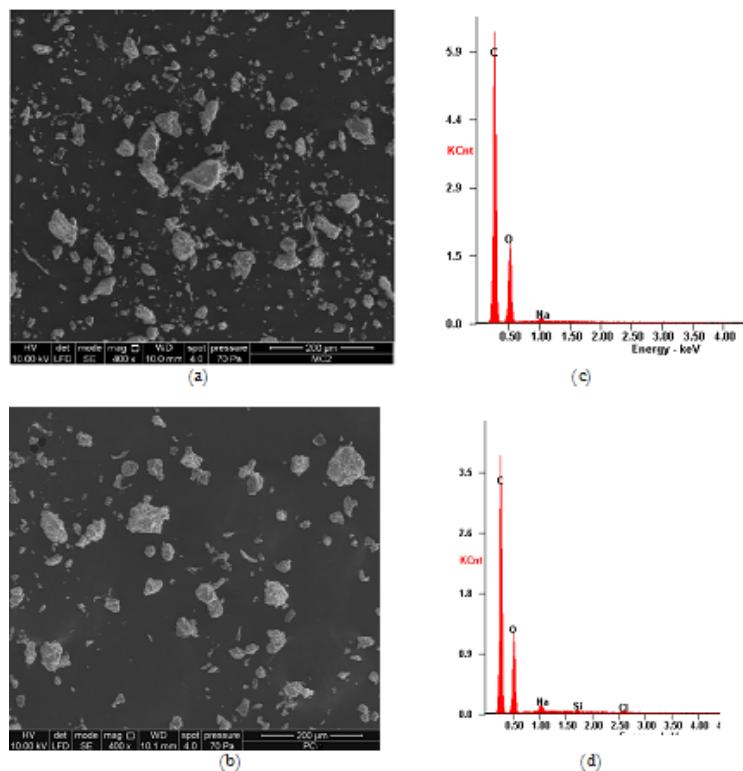


Figura 4: Micrografía SEM de la Celulosa: a) CLP y b) CP, y espectro de EDX de las muestras: c) CLP y d) CP. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4 se muestran las imágenes de las celulosas obtenidas con el *MEB* a un aumento de 400X. En las Figuras 4 a y b, se observa una diferencia en la distribución de las partículas de las celulosas de tamaños, observando una mejor distribución de tamaño en la *CP*, como se indicó anteriormente esto se debe a dos posibles causas al origen de la biomasa y al proceso de obtención de la celulosa, pero tiene semejanza en su apariencia.

En las Figuras 4 c y d, se muestran los espectros de *EDX* de las celulosas, en ambas presentan: carbono, oxígeno y sodio, dando semejanza, la diferencia se presenta que es detectado los elementos silicio y cloro, que sólo está presente en la *CLP* esto se debe al origen de la biomasa, y del proceso de blanqueo que se utilizó, que fue usado el *NaOCl* aportando el cloro a la celulosa, en el caso de la obtención de la *CP* no se usó este oxidante.

En la Figura 5 se muestra los difracción de Rayos X de la *CP* y *CLP*. En la Figura 5 se muestran las difracción de Rayos X, obtenidas para la *CP* y *CLP*, observándose picos cristalinos definidos, alrededor de $2\theta = 22$ y no se observa un doblete en $2\theta = 22$ (Klemm *et al.*, 2005), ambas difracciones son semejantes, indicando que la celulosa obtenida desde el lodo papelero presenta una cristalinidad parecida al *CP*, en este

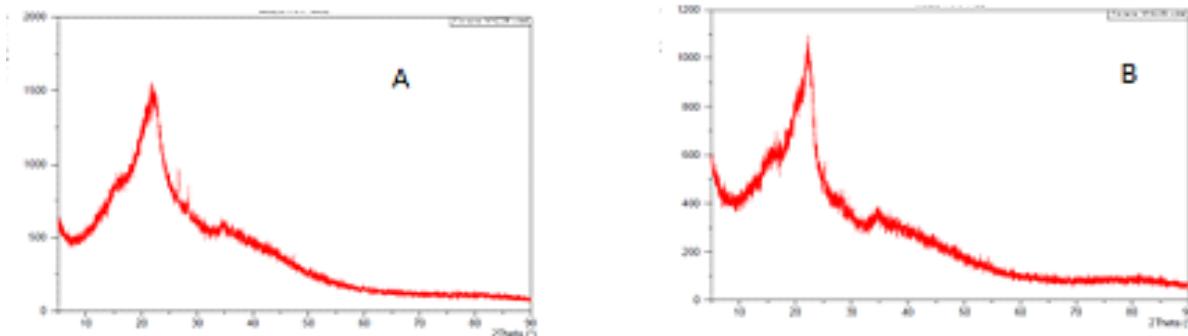


Figura 5: Patrón de Difracción de Rayos X de la A) CP y B) CLP. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2: Porcentaje de humedad, de cenizas y masa del ACP y ACLP.

Muestra Acetato	% de humedad ($H \pm 0.4$) %	% de cenizas ($C \pm 0.2$) %
ACP	10.8	0.7
ACLP	9.8	0.8

caso dando una celulosa tipo I (Sebe *et al.*, 2013), la celulosa presenta cristalinidad en su estructura contrario a la hemicelulosa y la lignina, los cuales son amorfos, la celulosa presenta una estructura cristalina debido a los enlaces de hidrógenos y las interacciones de Van der Waals (Zhang & Lynd, 2004). Este resultado indica que la biomasa usada y el proceso de obtención es muy efectivo, para obtener una celulosa semejante a un patrón comercial.

En la Tabla 2 se muestran los valores de humedad y cenizas de los acetatos: acetato de la celulosa patrón (ACP) y del acetato de la celulosa del lodo papelero (ACLP), fueron obtenidos por la reacción de esterificación.

En la Tabla 2, se puede destacar un incremento de humedad con respecto a las obtenidas en ambas celulosas (ver Tabla 1). Lo cual puede atribuirse a la posible disminución del grado de polimerización por las condiciones de acidez de la reacción; con lo cual favorece a que la muestra adopte mayor susceptibilidad a absorber humedad del medio a causa del posible aumento de las regiones amorfas (Isogai & Atalla, 1991). En cuanto al porcentaje de cenizas, es evidente la disminución del mismo con respecto a la celulosa (véase Tabla 1), lo cual sugiere que más del 90 % del producto obtenido se encuentra libre de material inorgánico y en consecuencia prevalece la composición orgánica del mismo. Por otra parte, se puede destacar el incremento del porcentaje de humedad en el ACP, siendo semejante al acetato de ACLP.

En la Figura 6 se presenta el posible mecanismo planteado de la esterificación de la celulosa (Takeuchi &

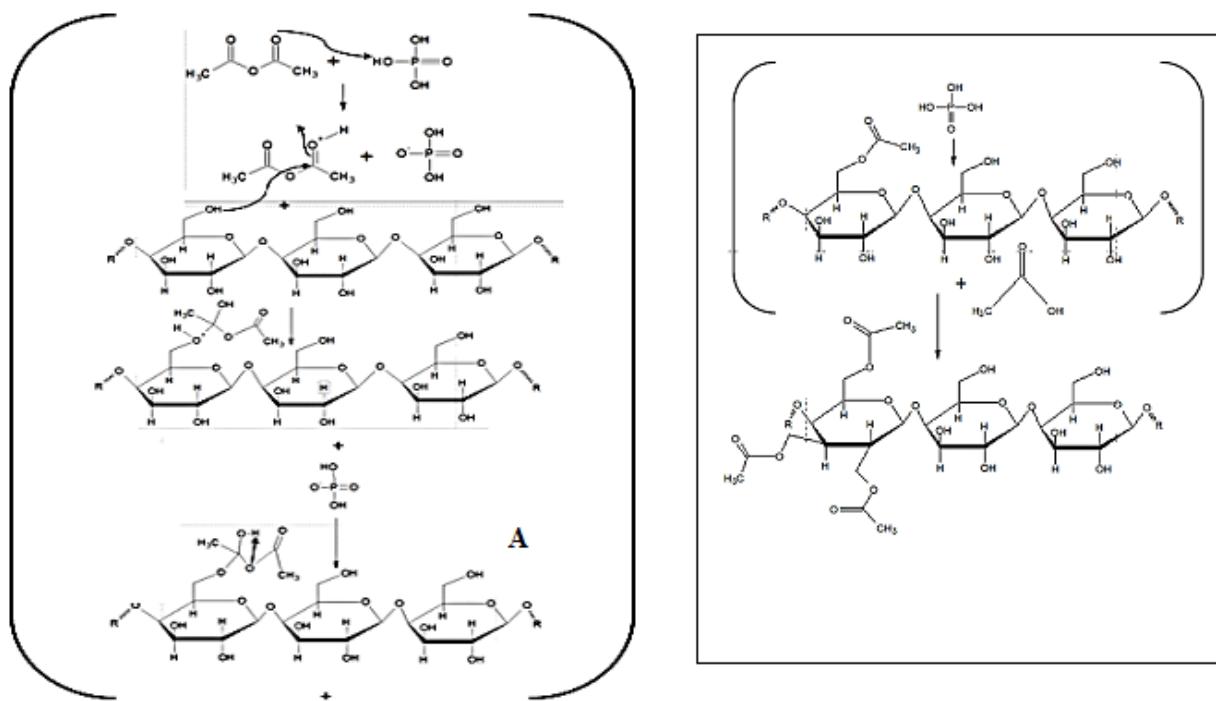


Figura 6: El mecanismo de reacción de la acetilación de la celulosa. Fuente: Elaboración propia.

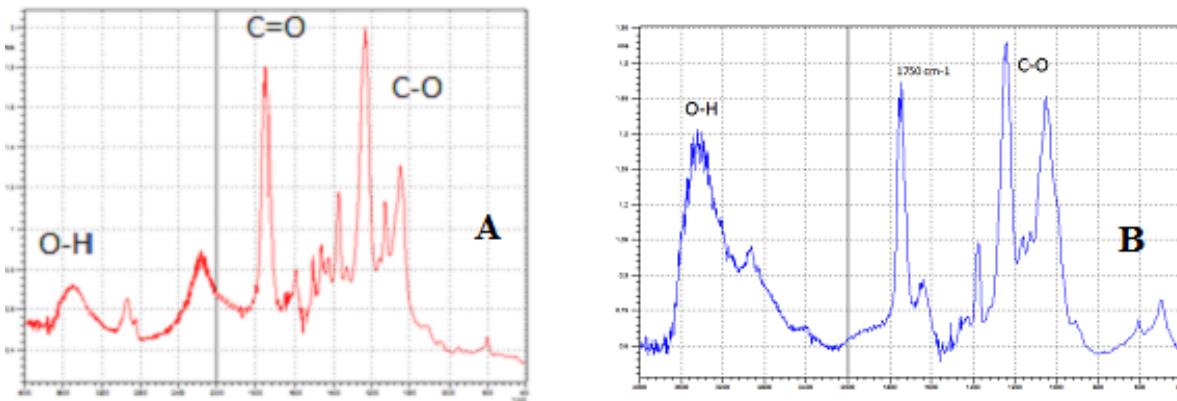
Takasu, 2019).

En el mecanismo de reacción (véase Figura 6), se detalla que en primer lugar ocurre la protonación del grupo acetilante (anhídrido acético) en el que se incrementa el carácter electrofílico del compuesto; seguidamente se produce el ataque nucleofílico por el grupo $-OH$ del C6 de la celulosa siendo el más reactivo; para generar un intermediario con densidad de carga positiva, que rápidamente es neutralizada por la base conjugada del ácido fosfórico, formando A. Posteriormente, A en medio ácido y en presencia de calor, produce la reacción de eliminación de manera concertada en el que el par electrónico del oxígeno, que forma parte del enlace de acetato produce una reacción ácido-base con el protón del grupo $-OH$, generando la ruptura del enlace y finalmente se libera al ácido acético formado (CH_3COOH) (véase Figura 4). La función que cumple el H_3PO_4 es de agente hinchador, ya que por su carácter polar favorece al hinchamiento interacristalino de la celulosa, para que pueda ingresar de manera efectiva el grupo acetilante ($C_4H_6O_3$), propiciar en gran medida el carácter electrofílico de este grupo y hacerlo más susceptible al ataque nucleofílico del grupo $-OH$ de la celulosa, la reacción de esterificación vuelve a ocurrir aumentando el grado de sustitución de la celulosa.

Se evaluó la solubilidad de los productos obtenidos de la esterificación de las CP y CLP, se determinó que ambas fueron solubles en diclorometano (CH_3Cl), indicando que ocurrió la reacción, debido que se pudo disolver en un disolvente orgánico, en donde la celulosa es insoluble, esto nos dice que ocurrió una modifi-

Tabla 3: Porcentaje de ácido acético libre en el acetato de celulosa del lodo papelero y en el patrón.

Muestra	% AA ± 0.009
<i>ACLP</i>	0.102
<i>ACP</i>	0.058

Figura 7: Espectro de *FTIR*: A) *ACLP* y B) *ACP*. Fuente: Elaboración propia.

cación de la estructura, favoreciendo su interacción con el disolvente. Además, los productos *ACP* y *ACLP* reaccionan con el HNO_3 y el H_2SO_4 , nos comprueba que hubo una modificación de la estructura de la celulosa producto de la esterificación.

En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos de acidez libre (AA) tanto del *ACLP* y *ACP*. También se nota la diferencia en la cantidad de ácido acético libre presente los *ACP* y *ACLP*, obteniéndose un valor mayor para la *ACLP*, esto indica que el proceso de esterificación fue diferente alcanzando grados de sustitución no iguales, lo cual sugiere que según la fuente de origen de la celulosa de partida, además, de sus características morfológicas pueden haber sido factores influyentes en la reacción de esterificación. Sin embargo, con los valores obtenidos de acidez libre pudiese concluirse que gran parte de la celulosa de partida tanto del lodo papelero como del patrón fueron acetilados, y que parte de ese porcentaje obtenido se debe a la hidrolisis espontánea del agente acetilante ($C_4H_6O_3$), a CH_3COOH .

En la Figura 7, se muestran los espectros de infrarrojo del *ACLP* y *ACP*. En las Figuras 7 A y B, se muestran los espectros de *FTIR*, donde se observa una banda entre 1780 y 1720 cm^{-1} , correspondiente al estiramiento de grupo $-C=O$ del grupo éster, y a una banda entre 1200 y 1100 cm^{-1} corresponde el estiramiento del $C-O$ del grupo éster (Bolin *et al.*, 2015), el *FTIR* está demostrando que se obtuvo el acetato de celulosa, ambos espectros presentan diferencias en las intensidades de las bandas, esto se debe a diferencias en su grado de sustitución, producto en la materia de partida que es la celulosa, la cual depende de la biomasa

utilizada y del procedimiento de su obtención teniendo incidencia en la reacciones de sustitución.

5. CONCLUSIONES

El lodo papelero presentó un alto porcentaje de celulosa, indicando como una excelente fuente para la obtención de celulosa, biopolímero muy utilizado en la industria. El espectro de *FTIR* presentó las señales características de los grupos funcionales presentes en la celulosa y el *DRX* indicó que es una celulosa Tipo I la que se obtiene de lodo papelero. El *SEM – EDX* nos confirma que presenta una polidispersidad de tamaños en la celulosa y el espectro nos indica la presencia de los elementos *Si* y *Cl* los cuales son producto de su origen de la biomasa y del proceso de obtención. El espectro de *FTIR* del acetato de celulosa mostró la banda característica de estrechamiento $-C=O$, indicando que se obtuvo la esterificación y su solubilidad en un disolvente polar.

Referencias

- Abduk, H., Davoudpour, Y., Saurabh, C., Hossain, M., Adnan, A., Dungani, R., Paridah, M., Sarker, M., Fazita, M. & Syakir, M. (2016). A review on nanocellulosic fibres as new material for sustainable packaging: Process and applications. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 64, 823-836.
- Adebajo, O. & Frosto, R. (2004). Acetylation of raw cotton for oil spill cleanup applicatiin: an FTIR and ^{13}C MAS NMR Spectroscopic Investigation. *Spectrochimica Acta Part A*, 60, 2314-2321.
- Bolin, J., Peixin, T., Kelu, Y. & Gang S. (2015). Catalytic actions of alkaline salts in reactions between 1,2,3,4-butanetetracarboxylic acid and cellulose: II. Esterification. *Carbohydrate Polymers*, 132, 228-236.
- Carreño, S. & Murcia L. (2005). Obtención de acetato de celulosa a partir de residuos celulósicos postconsumo. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia. p. 8-20, 25, 34-35, 39-43, 101-102.
- Chen, Y., Bao, Y., Huang, Z. & Weng, Z. (2007). Synthesis and characterization of cellulose acetate propionate. *J. Cell. Sci. Technol.*, 15 (2), 18-21.
- Deng, Z., Leng, Y. & Jiang, C. (2008). Research on synthesis of cellulose acetate butyrate. *Chem. Res. Appl.*, 20, 418-421.
- Gallardo, F., Bravo, C., Briceño, G. & Diez, M. (2010). Use of sludge from kraft mill wastewater treatment as improver of volcanic soils: effect on soil biological parameters. *Revista de la Ciencia del Suelo y Nutrición Vegetal*, 10, 48-61.

- Gilbril, M., Lekha, P., Andrew, J., Sithole, B., Tesfaye, T. & Ramjugernath, D. (2018). Beneficiation of pulp and paper mill sludge: production and characterization of functionalised crystalline nanocellulose. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 20, 1835-1845.
- Habibi, Y., Lucia, L. & Rojas, O. (2010). Cellulose nanocrystals: Chemistry, self-Assembly and Applications. *Chem. Rev.* 110, 3479-3500.
- Huang, K., Wang, B., Cao, Y., Li, H., Wang, J., Lin, W., Mu, C. & Liao, D. (2011). Homogeneous Preparation of Cellulose Acetate Propionate (CAP) and Cellulose Acetate Butyrate (CAB) from Sugarcane Bagasse Cellulose in Ionic Liquid, *J. Agric. Food Chem.* 59, 5376-5381.
- Isogai, A. & Atalla, R. (1991). Amorphous celluloses stable in aqueous media: Regeneration from SO₂ - amine solvent systems. nd graft copolymers blocks for functional materials. *Journal of Polymer Science Part A: Polymer Chemistry*, 29(1), 113-119.
- Kang, H., Liu, R., Xu, & Huang, Y. (2012). Cellulose derivatives and graft copolymers blocks for functional materials. *Polym Int*, 62, 338-394.
- Klemm D., Philipp, B., Heinze, T., Heinze, U. & Wagenknecht, W. (1998). Comprehensive Cellulose Chemistry: Fundamentals and Analytical Methods, Wiley-VCH, Weinheim. 1, 150.
- Klemm, D., Heublein, B., Fink, H. & Bohn, A. (2005). Cellulose: fascinating biopolymer and sustainable raw material. *Angew. Chem. Int. Ed.* 44, 3358-3393.
- Kondo, T. (1997). La relación entre los enlaces de hidrógeno intramoleculares y ciertas propiedades físicas de derivados de celulosa sustituidos regioselectivamente. *Jornada de ciencia de polímeros. Parte B*. 35(4), 717-723.
- Krassig H. (1993). Cellulose - Structure, Accessibility and Reactivity, *Polymer Monographs*. Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam. 11, p. 200.
- Lekha, P., Andrew, J., Gibril, M. & Sithole, B. (2017). Pulp and Paper mill sludge: a potential resource for producing high-value products. *TAPPSA*, 1,16-19.
- Lima, M. & Borsali, R. (2004). Rodlike cellulose microcrystals: structure, properties, and applications. *Macromol. Rapid Commun.*, 25, 771-787.
- Liu, Y., Ahmed, S., Sameen, D., Wang, Y., Lu, R., Dai, J., Li, S. & Qin, W. (2021). A review of cellulose and its derivatives in biopolymer-based for food packaging application. *Trends in Food Science Technology*, 112, 532-546.
- López, M. & Arroyo M. (2003). Fibras naturales como refuerzos de matrices poliméricas. *Revista de plásticos modernos: Ciencias y Tecnología de Polímeros*, 564, 594-600.

- Madsen, B. & Gamstedt, E. (2013). Wood versus plant fibers: Similarities and differences in composite applications. *Adv. Mater. Sci. Eng.* 2013, 1-14.
- Monte, M., Fuente, E., Blanco, A. & Negro, C. (2009). Waste management from pulp and paper production in the European Union. *Waste Manag.* 29, 293-308.
- Morán, J. (2008). Extracción de celulosa y obtención de nanocelulosa a partir de fibra sisal caracterización. Universidad Nacional de Mar del Plata. Mar del Plata, Argentina. p. 1.
- Ochoa de Alda, J.A.G. (2008). Feasibility of recycling pulp and paper mill sludge in the paper and board industries. *Resour Conserv Recycl.* 52, 965-972.
- Sebe, G., Ham-Pichavant, F., Ibarboure, E., Koffi, A. & Tingaut, P. (2013). Supramolecular Structure Characterization of Cellulose II Nanowhiskers Produced by Acid Hydrolysis of Cellulose I Substrates, *Biomacromolecules*, 13, 570-578.
- Takeuchi, S. & Takasu, A. (2019). Facile rare-earth triflate-catalyzed esterification of cellulose by carboxylic anhydrides under solvent-free conditions, *Polymer*, 84, 12196.
- Tayeb, H., Amini, E., Ghasemi, S. & Tajvidi, M. (2018). Cellulose nanomaterials - Binding properties and applications, *A review. Molecules*, 23, 2684.
- Ummartyotin, S. & Manuspiya, H. (2015). A critical review on cellulose: From fundamental to an approach on sensor technology, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 41, 402-412.
- Wertz, J., Mercier, J. & Bédué, O. (2010). Celullose Science and Technology. First edition. Editorial EPFL Press. Italy. p. 24
- Woodins C. (2003). Encyclopedia of Polymer Science and Technology - Cellulose Fibers, Regenerated, John Wiley & Sons, Inc. p 100.
- Youssef, M., Kamel, S., El-Sakhawy, M. & El Samahy M. (2012). Structural and electrical properties of paper-polyaniline composite. *Carbohydr Polym*, 90, 1003-1007.
- Zhang, Y. & Lynd, L. (2004). Toward an aggregated understanding of enzymatic hydrolysis of cellulose: noncomplexed cellulose system. *Biotechnol. Bioeng.* 88, 797-824.

CONDICIONES PALEOCLIMÁTICAS MIOCENICAS EN LAS CAPAS ROJAS Y EN LOS PALEOSUELOS DE LOS GRUPOS LA ARENOSA Y LA VENTA, TATACOA, HUILA, COLOMBIA^a

MIOCENIC PALEOCLIMATIC CONDITIONS IN THE RED LAYER AND THE PALEOSOILS OF LA ARENOSA GROUPS AND LA VENTA, TATACOA, HUILA, COLOMBIA

MARÍA TERESA FLÓREZ-MOLINA^{b*}

Recibido 16-12-2020, aceptado 16-04-2021, versión final 30-06-2021.

Artículo Investigación

RESUMEN: Del Mioceno del Valle Superior del Magdalena, Colombia, se resaltan los Grupos La Venta y La Arenosa. En La Venta (13.8-11.6 Ma, pos oscilaciones), la sedimentación la produjo ríos aluviales y fluviales que dejaron enormes depósitos arenosos, limosos y gravillosos rosados en base y techo, al interior capas líticas grises y, limos rojos, duros y meteorizados y paleosuelos. Sobresale dentro del grupo la Formación Villavieja por su riqueza fosilífera y en ella la Unidad Arenas Ferruginosas. En esta los paleosuelos (Sodic Haplotorrerts), se formaron en un clima estacionalmente muy contrastado, bajo un régimen térmico (inviernos fríos y húmedos y veranos muy cálidos y más secos). La Arenosa es contemporánea con el Óptimo Climático del Mioceno Medio (MMCO), la Transición Climática del Mioceno Medio (MMCT) y la Anomalía Isotópica de Oxígeno (Mi-3b). Su sedimentación la produjo enormes ríos caudalosos que dejaron depósitos arenosos y limosos grises. En él se resalta La Formación La Borrega que tiene cuatro Paquetes Colorados (PC) duros y meteorizados, coetáneos con el MMCO. En los limos y arenas que los separan, cinco paleosuelos (Lithic Haplusterts), formados en un clima estacional, contrastado, bajo un régimen ústico (inviernos fríos y extremadamente húmedos). La Venta y La Arenosa, tienen capas rojas altamente meteorizadas enriquecidas en carbonatos, sales, Fe y Al, sin evidencias de pedogénesis. Los paleosuelos contenidos dentro de ellas, también son de color rojo. Este color podría ser debido a la liberación de hierro de los minerales primarios, por meteorización y/o pedogénesis. Su difusión dentro de la matriz y posterior oxidación, se propone como el mecanismo responsable del color dominante en las capas rojas del desierto de La Tatacoa.

PALABRAS CLAVE: Borrega; paleosuelos; Óptimo Climático del Mioceno Medio (MMCO); Villavieja.

ABSTRACT: From the Miocene of the Upper Magdalena Valley, Colombia, the La Venta and La Arenosa Groups stand out. In La Venta (13.8-11.6 Ma, post-oscillations), sedimentation was produced by alluvial and fluvial rivers that

^aFlórez-Molina, M. T. (2021). Condiciones paleoclimáticas miocénicas en las capas rojas y en los paleosuelos de los grupos La Arenosa y La Venta, Tatacoa, Huila, Colombia. *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 82–104. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.92422>

^bUniversidad de Antioquia, Facultad de Ingeniería, Departamento de Materiales, Grupo GAIA, Sede de Investigación Universitaria, UdeA, <http://orcid.org/0000-0001-6623-3219>. CvLAC-RG: https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0000093025

* Autor para la correspondencia: maria.florez@udea.edu.co.

left huge pink sandy, silty and gravelly deposits at the base and roof, gray lithic layers and red, hard and weathered silts and paleosols inside. The Villavieja Formation excels within the group for its fossil richness and in it the Arenas Ferruginosas Unit. In this the paleosols (Sodic Haplitorrerts), were formed in a seasonally very contrasting climate, under a torrid regime (cold and humid winters and very hot and drier summers). The Sandy is contemporaneous with the Middle Miocene Climate Optimum (MMCO), the Middle Miocene Climate Transition (MMCT) and the Oxygen Isotopic Anomaly (Mi-3b). Its sedimentation was produced by huge mighty rivers that left gray sandy and silty deposits. In it, the La Borrega Formation stands out, which has four hard and weathered Red Packs (PC), contemporaneous with the MMCO. In the silts and sands that separate them, five paleosols (Lithic Haplusterts), formed in a seasonal climate, contrasted, under a ustic regime (cold and extremely humid winters). La Venta and La Arenosa have highly weathered red layers enriched in carbonates, salts, Fe and Al, without evidence of pedogenesis. The paleosols contained within them are also red. This color could be due to the release of iron from the primary minerals, due to weathering and / or pedogenesis. Its diffusion within the matrix and subsequent oxidation is proposed as the mechanism responsible for the dominant color in the red layers of the La Tatacoa desert.

KEYWORDS: Borrega; Optimal Climate of the Middle Miocene (MMCO); paleosoils; Villavieja.

1. INTRODUCCIÓN

Anomalías en $\delta^{18}\text{O}$ medidas en conchas de organismos marinos probaron que los océanos templados del mundo experimentaron amplias oscilaciones climáticas durante el Mioceno entre 17 – 11.6 Ma, las cuales tienen gran interés por su similitud con el cambio climático moderno. Esas oscilaciones constan de tres etapas:

1. Un periodo inicial cálido entre 17 – 14.8 Ma, donde se incrementó la temperatura (terrestres y marinas) entre 3 – 5°C por encima de las actuales, conocido como el Óptimo Climático Del Miocene Medio (MMCO). Se desarrolló un clima seco que avanzó hacia una condición de aridez en casi todo el planeta, disminuyó la extensión de los bosques y se extendió la tundra y los desiertos.
2. Una Transición Climática del Mioceno (MMCT), entre 16.4 – 15.8 Ma, (Mi-2) y,
3. Un máximo de enfriamiento, con estabilización de las capas de hielo en la Antártida, una caída en el nivel del mar y un vuelco en la biota marina.

Entre 15.97 – 13.65 Ma, las temperaturas fueron más cálidas (Langhian). Mientras que entre 13.65 – 11.60 Ma, ligeramente más frías y la estacionalidad climática más contrastante (Mi-3b) (Serravallian), (Methner *et al.*, 2020; Peterson, 2018; Herbert *et al.*, 2016; Foster *et al.*, 2012; Cox *et al.*, 1993; Emiliani, 1992).

En la actualidad se trata de ver cómo se reflejan las oscilaciones de las temperaturas oceánicas miocénicas (17 – 11.6 Ma) en las condiciones de estacionalidad con respecto a las temperaturas o humedad de los ambientes continentales. En particular, los estudios en paleosuelos han sido de gran ayuda, en tal sentido, Methner *et al.* (2020), indican que $\delta^{18}\text{O}_{\text{Carbonatos}}$ en paleosuelos europeos, revela que las temperaturas terrestres y marinas estuvieron sincronizadas durante el cambio climático extremo del MMCO-MMCT. La

Tatacoa, hace parte del Valle Superior del Magdalena y alberga, al menos, cuatro unidades litoestratigráficas continentales Terciarias, de piso a techo, Barzaloza (aprox 22 – 18 Ma). La Arenosa (15 – 17 Ma). La Venta (13.8 – 12 Ma) y Gigante (menos de 9 – 7 Ma) (Parra, 2018). La Arenosa y La Venta, están separadas por una discordancia y fueron depositadas entre 17 – 11.6 Ma, estas podrían relacionarse con el MMCO, MMCT y el Mi-3b.

Diversos autores en el desierto rojo han tratado de dilucidar el origen de las capas rojas y el de los paleosuelos. En la Formación Villavieja se conocen tres paquetes de capas rojas y al Este de ellas, otros cuatro paquetes de sedimentos con colores similares que hacen parte de la Formación La Borrega que es más antigua. Considerado este aspecto no queda duda de la importancia estratégica de la región frente a un entorno de cambio climático acelerado en el inmediato futuro, por lo cual, cobra gran relevancia la posibilidad de utilizar el pasado como clave del futuro.

Al respecto, Flórez *et al.* (2013, 2018) y Flórez-Molina (2018) comprobaron la existencia de paleosuelos alcalinos en las capas rojas inferiores y en la Unidad Arenas Ferruginosas de La Formación Villavieja. Estos autores, resaltaron la presencia de Vertisoles ricos en carbonatos y sodio, la variabilidad espacial en el espesor y en la posición de estos con respecto a las capas líticas. En su formación involucran procesos pedogenéticos de iluviaciación, lixiviación de arcilla, mineralización de la materia orgánica (MO), solodización, rubefacción, fersialitización, carbonatación, adensamiento y erosión hídrica. Dicha pedogénesis se llevó a cabo en un clima estacional contrastado en humedad (veranos largos, calientes y secos seguidos de otros lluviosos y cortos), condiciones prevalentes hasta poco después del evento global de enfriamiento Mi-3b. Estos autores proponen la liberación de hierro (Fe) desde los minerales primarios y su difusión dentro de la matriz del material geológico con su posterior oxidación, como el mecanismo responsable del color de las capas rojas en la Formación Villavieja.

Sotelo (2020), identifica e interpreta las condiciones paleoambientales asociadas con el régimen de humedad y sus posibles variaciones, dominantes durante la génesis de los paleosuelos en las capas Ferruginosa y La Venta, Miembro Baraya, en La Tatacoa. Este autor plantea que los indicadores geoquímicos permitieron estimar la cantidad de precipitación media anual (MAP) y la Temperatura Media Anual (MAT). Reporta valores entre 1261 – 1684 y entre 820 – 1307 mm/año en las capas Ferruginosa y la Venta, respectivamente. Dichos rangos coinciden con un régimen de humedad údico a ústico. Los cálculos de la MAT, arrojaron valores entre 12 – 23.6 y entre 13.3 – 19.3C para las respectivas capas. Estos valores estarían indicando un régimen de temperatura térmica, con variaciones a mésico. Con estos datos el autor sugiere que, durante el Mioceno Medio, el desierto de La Tatacoa correspondía a una zona de vida de bosque húmedo, muy contrastante con el bosque seco que domina en la actualidad.

Este artículo hace parte de los resultados obtenidos en la investigación realizada durante el año sabático (2020-2021), en la cual se quiso comprobar:

- a) la existencia de paleosuelos en la Formación La Borrega (Grupo La Arenosa),
- b) las condiciones paleoclimáticas ocurridas durante su evolución,
- c) determinar si el color rojo de los paquetes colorados (PC) tenía el mismo origen que el de las capas líticas de la Formación Villavieja (Grupo La Venta) y,
- d) establecer su relación con los paleosuelos del intervalo 17 – 12 Ma.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Área de estudio

El desierto de La Tatacoa, se localiza en el Valle Alto del Magdalena, departamento del Huila (313' Norte y 7510' Oeste). La región está vegetada por ecosistemas secos, excepto en los bosques de galería donde persisten algunas especies no tolerantes a la sequía (Universidad Surcolombiana, 2006). El levantamiento de los paleosuelos se realizó sobre un transecto en la Vereda Espinaloza, a 8 km, desde el municipio de Baraya, al frente del Cerro El Bagal y cerca de la hacienda La Borrega. La sección tipo se ubicó en las coordenadas 312°47', 10'' N y 755°10', 53'' W (Figura 1) . En gran parte de la superficie de La Tatacoa, los suelos actuales son de tonalidad clara, parda, rojiza y amarillenta, algunas áreas de colores grises oscuros. Muchos de estos paleosuelos han sido erosionados y reemplazados por afloramientos rocosos.

2.2. Trabajo de campo

Se revisó la estratigrafía del Grupo La Arenosa (Parra, 2018) y la presencia de paleosuelos, los cuales, se describieron y se clasificaron (Soil Survey Staff, 2014). Tanto los paleosuelos, como algunas capas líticas se muestrearon para su descripción detallada, análisis de laboratorio y secciones delgadas para micromorfología. Se tomaron las respectivas fotografías de campo, se hicieron anotaciones y los respectivos diagramas estratigráficos.

2.3. Propiedades evaluadas en laboratorio

Las muestras de suelo y de las capas líticas colectadas en campo se llevaron a los laboratorios de la Universidad de Antioquia (UdeA) (GAIA, Catálisis y Absorbentes, Microscopía SEM) para los respectivos análisis físico químicos, de arcillas y microscopía electrónica. En el Laboratorio de Suelos del Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), se realizaron las secciones delgadas, las cuales fueron descritas en el GAIA, por microscopía óptica (Olympus CX31 utilizando objetivo de 10, 20 y 40x, de acuerdo con el requerimiento del detalle).

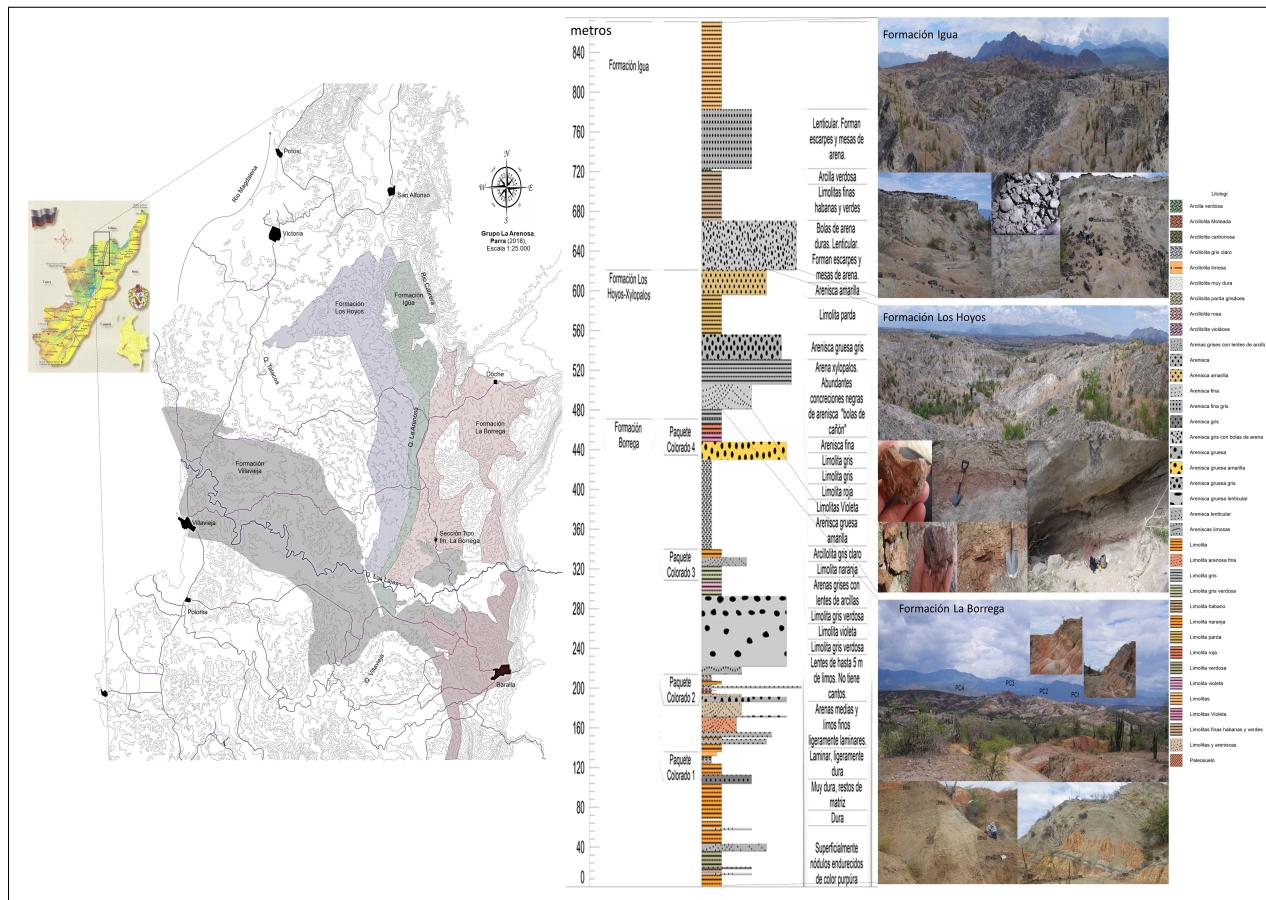


Figura 1: Localización y litoestratigrafía del Grupo La Arenosa comprendido por las formaciones, de base a techo, La Borrega, Los Hoyos o Xilópalos e Iguá, Tatacoa, Huila, Colombia, de acuerdo a Parra (2018). A la izquierda el mapa geológico simplificado que expresa la localización y extensión del grupo, en el centro la litoestratigrafía del grupo, y a la derecha, fotografías de cada una de las formaciones, en ellas, en la parte superior una panorámica y en la parte inferior un detalle de los paleosuelos encontrados. A la escala de la figura fue imposible detallar los paleosuelos en la Formación La Borrega ya que estos no sobrepasan los 30 cm de espesor. Fuentes: Mapa y estratigrafía: (Parra, 2018), Fotos: Elaboración propia.

Inicialmente, las muestras se pesaron y se secaron en un horno durante 24 horas a 105°C, se disgregaron con rodillo de madera y se pasaron por un tamiz de 2mm. A las muestras secas y tamizadas se les midió el pH en una relación suelo y agua de 1 : 1. El contenido de bases intercambiables (Ca, Mg, K y Na) y la capacidad de intercambio catiónico (CIC), se determinaron por extracción con acetato de amonio 1M (pH 7), su cuantificación se realizó por absorción atómica, los resultados se expresaron en cmol (+) /kg suelo.

El porcentaje de materia orgánica (MO) se determinó por oxidación con dicromato de potasio y ácido sulfúrico (Walkley-Black). La capacidad de intercambio catiónico efectiva (CICe) se determinó por la suma de bases extraídas con acetato de amonio normal y neutro, más la acidez intercambiable extraída con KCl. El contenido de Fe, Mn, Cu y Zn, por el método de Olsen modificado. El fósforo disponible (P) por el método Bray II. Todos los elementos menores y el P se cuantificaron en mg/kg suelo (Flórez *et al.*, 2013, 2018).

Se realizó la caracterización mineralógica de las capas líticas del PCI y de los paleosuelos muestreados. Se tomaron fotografías en campo, en el laboratorio de todos los procesos, a la mineralogía óptica y de Barrido SEM y, a muestras de mano de paleosuelos y sedimentos líticos. Con los datos de laboratorio se calcularon los índices: Pedológico de Parker (1970), (WIP). De la relación limo-arcilla (L/Ar), (Van Wambeke, 1991; Young, 1976). El Porcentaje de arcilla (%Ar), (Birkeland, 1984; Wilding *et al.*, 1983). El Índice de la materia Orgánica (IMO) (Quiroga *et al.*, 2006; Honna *et al.*, 1988) y, el Índice de la relación hierro extraído por oxalato/ditionito, (Feo/Fed), (Shoji *et al.*, 1993). Los datos obtenidos de todos los análisis se reportan en la Tabla 1.

3. RESULTADOS

3.1. Grupo La Arenosa

Se trata de un paquete de sedimentos arenosos, limosos y arcillosos de colores grises, pardos y rojos definidos inicialmente por Henao (1950) a los cuales denomina “Arenosa Sandstones and siltstones”, les estima un espesor en 700 m y lo separa en tres subunidades sin asignarles nombres específicos. Anota que el conjunto podría ser del Mioceno medio y no es tan fosilífero como La Venta. Parra (2018), retoma esta información, precisa su delimitación y asigna nombres informales a las tres unidades a quien llama “formaciones” de techo a base así: Igua, Los Hoyos y La Borrega. Confirma la diferencia que estas tienen con La Venta a través del Monoclinal de La Venta. La Arenosa tiene rumbos cercanos a la línea N-S y pliegues de eje buzante (fallas inversas menores subparalelas a los ejes y otras subverticales). En la Figura 1, este autor muestra la extensión de este grupo bastante mayor al reportado por Henao (1950).

Parra (2018), en La Formación Igua, incluye otros dos cuerpos separados, uno en Aipe y otro en las cabeceras de la quebrada Peralta e indica que al costado Oeste de Cerro Gordo existe una faja de esta formación en contacto discordante con la Formación Victoria y en cuyo extremo Sur se ha desarrollado el sinclinal de Las Acacias, acompañado de fallas subverticales NE-SW de corta extensión y una débil componente de rumbo.

Tabla 1: Resultados físico químicos realizados a los segmentos de paleosuelos y a las capas líticas del Paquete Colorado Uno (PCI), Formación La Borrega, Grupo La Arenosa, Tatacoa, Huila, Colombia. Fuente: Elaboración propia.

Tabla 1a. Propiedades* físicas y químicas. Fuente: Elaboración propia.																		
Horizonte	A	L	Ar	IMO	pH	Ca	Mg	Na	K	CIC	CICe	SB	PSI	P	Mn	Cu	Fe	Al
PALEOSUELOS ENTRE LOS PAQUETES COLORADOS 1 Y 2																		
Btkss	2.61	43.39	54	0.12	8.5	17.85	15.02	11.04	60.17	104.05	112.16	7.76	10.61	0.16	0.32	0.09	44.94	8.08
2Btkss	2.58	52.42	45	0.10	8.5	5.56	14.19	8.32	38.43	66.50	79.88	19.66	12.51	0.15	1.06	0.68	33.84	13.07
3Btkss	2.43	55.57	42	0.12	8.0	42.8	8.71	7.45	39.74	98.69	109.03	10.45	7.54	0.10	0.27	0.06	34.8	10.34
4Btkss	2.19	67.81	30	0.13	8.0	40.11	1.16	9.32	40.35	90.93	103.99	14.36	10.84	0.13	0.92	0.08	38.11	13.06
5Btss	1.7	70.3	28	0.07	8.0	5.2	16.2	7.3	30.0	63.9	75.93	18.82	11.42	0.93	1.0	0.52	30.8	12.03
CAPAS LÍTICAS DEL PAQUETE COLORADO 1																		
sPCI	1.98	68.02	30	0.10	8.0	28.0	12.1	28.1	38.3	106.5	118.7	11.45	26.35	0.10	0.20	0.1	37.31	12.2
2PCI	0	5.0	95	0.14	8.0	1.41	2.35	4.92	34.83	43.50	131.68	0.0	11.31	0.03	0.05	0.09	11.39	7.93
PCI-1	1.98	8.02	90	0.10	8.0	42.73	27.86	14.13	38.41	123.13	126.09	9.40	11.47	0.18	0.10	0.05	27.31	20.02
PCI-2	2.13	22.87	75	0.10	8.0	1.31	6.93	3.74	63.25	77.23	80.23	3.88	4.84	0.18	0.05	0.02	13.25	2.96
PCI-3	2.19	7.81	90	0.08	8.5	0.95	3.07	3.76	35.74	40.54	45.95	13.42	9.25	0.13	0.05	0.02	14.68	9.99
PCI-4	2.07	13.93	84	0.06	8.5	1.16	6.19	5.15	37.74	50.26	54.35	8.15	10.25	0.13	0.79	0.03	23.13	5.44
PCI-5	2.07	13.93	84	0.06	8.5	1.53	3.97	5.08	35.87	46.15	54.08	17.18	11.05	0.23	0.08	0.03	26.05	4.10
+ A. L. Ar: Arena, llimo y arcilla. MO: Porcentaje de materia orgánica. CIC: Capacidad de Intercambio catiónico. CICE: Capacidad de Intercambio Catiónico efectiva. %SB: Porcentaje Saturación de bases. %PSI: Porcentaje de sodio intercambiable. CIC = (Ca + Mg + K + Na). CICe = (Ca + Mg + K + Na + Al). %SB = [CIC / CICe] * 100. %PSI = (Na / CIC) * 100.																		
Tabla 1b. Índices pedológicos. Fuente: Elaboración propia.																		
Horizonte	A	L	Ar	IMO	Ca	Mg	Na	K	Na/0.35	Mg/0.9	K/0.25	Ca/0.7	WIP	L/Ar	Ca/Mg			
PALEOSUELOS ENTRE LOS PAQUETES COLORADOS 1 Y 2																		
Btkss	2.61	43.39	54	0.04	17.85	15.02	11.04	60.17	31.55	16.69	55.36	25.50	129.10	0.8	1.19			
2Btkss	2.58	52.42	45	0.014	5.56	14.19	8.32	38.43	23.77	15.77	35.36	7.94	82.84	1.16	0.39			
3Btkss	2.43	55.57	42	0.013	42.8	8.71	7.45	39.74	21.27	9.65	36.56	61.14	128.65	1.32	4.91			
4Btkss	2.19	67.81	30	0.013	40.11	1.16	9.32	40.35	26.62	1.29	37.12	57.30	122.32	2.26	34.63			
5Btss	1.7	70.3	28	0.011	5.2	16.2	7.3	30.0	20.86	18.0	12.0	7.42	55.28	2.5	0.32			
CAPAS LÍTICAS DEL PAQUETE COLORADO 1																		
sPC	1.98	68.02	30	0.1	28.0	12.1	28.1	38.3	80.28	13.44	153.2	40.0	186.92	2.26	2.31			
2PC	0	5.0	95	0.14	1.41	2.35	4.92	34.83	14.05	2.61	32.04	2.01	50.71	0.05	0.60			
PCI-1	1.98	8.02	90	0.1	27.86	14.13	38.41	42.73	40.36	30.96	35.34	61.05	167.70	0.09	1.53			
PCI-2	2.13	22.87	75	1.31	6.93	3.74	65.25	1.31	10.67	7.70	60.03	1.87	80.28	0.3	0.19			
PCI-3	2.19	7.81	90	0.95	3.07	3.76	32.74	0.98	10.75	3.41	30.12	1.39	45.67	0.08	0.32			
PCI-4	2.07	13.93	84	1.18	6.19	5.15	37.74	1.18	14.72	6.88	34.72	1.68	58.00	0.17	0.19			
PCI-5	2.07	13.93	84	1.23	3.97	5.08	35.87	1.23	14.53	4.41	33.00	1.75	53.68	0.17	0.31			
Tabla 1c. Valores de la relación Alo/Ald y Feo/Fed. Fuente: Elaboración propia.																		
Horizonte	Alo	Ald	Alo/Ald	Feo	Fed	Feo/Fed												
PALEOSUELOS ENTRE LOS PAQUETES COLORADOS 1 Y 2																		
Btkss	8.08	4.09	1.98	44.94	112.34	0.40												
2Btkss	13.07	2.51	5.21	33.84	100.98	0.34												
3Btkss	10.34	6.14	1.68	34.8	271.83	0.13												
4Btkss	13.06	2.51	5.20	38.11	95.05	0.40												
5Btss	12.03	1.9	6.3	31.6	180.3	0.17												
CAPAS LÍTICAS DEL PAQUETE COLORADO 1																		
sPC	12.2	5.9	2.06	10.28	211.11	0.04												
2PC	7.93	3.2	2.47	7.02	125.08	0.008												
PCI-1	2.96	6.93	0.43	13.28	411.11	0.03												
PCI-2	2.99	4.01	0.75	14.68	427.4	0.03												
PCI-3	5.44	4.17	1.31	23.13	323.69	0.07												
PCI-4	4.10	3.69	1.11	26.05	369.62	0.07												
PCI-5	7.93	3.02	2.63	11.39	315.0	0.04												



Figura 2: En la parte superior fotografías de la Unidad Arenas Ferruginosas en la Formación Villavieja, Grupo La Venta. En la parte inferior fotografías de la Formación La Borrega, Grupo La Arenosa. En ambas formaciones se observan capas rojas, dentro de ellas, paleosuelos, Tatacoa, Huila, Colombia. Fuente: Elaboración propia.

El flanco Este, formado, por al menos, cinco bancos gruesos de areniscas separadas por limolitas (Figura 1).

Para la Formación Los Hoyos destaca tres bancos muy gruesos de areniscas grises, en especial, la arenisca del techo que es bien reconocible por su carácter fuertemente noduloso y algunos lentes ricos en feldespato. Grandes fragmentos de xilópalos son comunes, Figura 1. En esta formación se encontró un paleosuelo (Btss), en el borde derecho, aguas abajo, de la quebrada Los Hoyos (314°39' N y 7506°02' W), formado a partir de un pantano dado su contenido de tallos de ciperáceas y las condiciones redoximórficas que presenta, clasificado como Vertic Rhodoxeralfs. Para La Borrega, resalta su espesor en alrededor de 480 m, indica que consta de limolitas, arcillolitas y areniscas que varían internamente en espesor y color desde pardo claro, pardo rojizo hasta gris, duros y ásperos al tacto. Entre estos sedimentos se incluye, al menos, cuatro paquetes colorados (PC) muy notorios que sirven de capas guías, aunque varían en espesor entre 6 y 12 m. Dichos sedimentos son limo-arcillosos, de coloraciones desde granate, rojo, ocre hasta naranja y, su parte basal redoximórficas.

Los PC fueron nombrados de base a techo como: *PCI*, *PC2*, *PC3* y *PC4*. Todos son ligeramente similares y están separados por capas líticas que alternan entre areniscas grises (finas y medias) y limos y limos arcillosos (pardos a pardo rojizos, muy duros altamente alterados). Entre los *PCI* – *PC2* se encontraron cinco paleosuelos, separados, entre sí, por capas líticas, Figura 2.

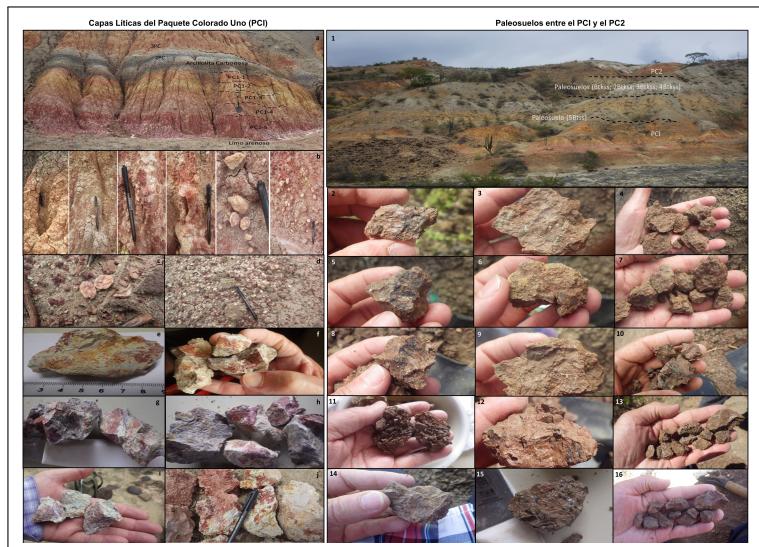


Figura 3: Evidencias de alteración en capas líticas del *PCI* (imágenes izquierda) y, de los rasgos pedogenéticos en los paleosuelos *PCI* y *PC2* (imágenes derecha), La Borrega, Tatacoa, Huila, Colombia. En las capas líticas (a) se resaltan materiales fuertemente alterados, sesquióxidos y óxidos de Fe y Mn (a, b, c, d), hematita y goethita (e, f, g, h) en minerales, tejidos, agregados y rellenando grietas. Moteos amarillos, marrones, rojos, granates y negros (e, f, g, h, i, j). En los paleosuelos (1) los rasgos pedogenéticos más evidentes son el color pardo a pardo rojizo oscuro, estructura en *Bsa* y cuneiforme (4, 7, 10, 13, 16), *slickensides* (2, 12, 15), manganes (2, 5, 8, 12), argilanes (6, 8, 9, 12, 14), ferranes (7, 12), carbonatos de calcio (3, 8, 9). Fuente: Elaboración propia.

3.1.1. Descripción de techo a base del Paquete Colorado Uno (PCI)

Se describe en detalle el *PCI* (base de la formación La Arenosa) como referencia para los otros tres paquetes. Este tiene siete capas líticas continuas, nombradas de techo a base, como: *3PCI*, *2PCI*, *PCI - 1*, *PCI - 2*, *PCI - 3*, *PCI - 4* y *PCI - 5*. En las Figuras 3, 4 y 5, se presenta las evidencias de alteración, mineralogía (óptica y de barrido SEM), Difracción de Rayos X (DRX) y la micromorfología, respectivamente. En la Tabla 1, se expresan los resultados (Propiedades físicas y químicas (Tabla 1a), Índices pedológicos (Tabla 1b) y Relación Alo/Ald y Feo/Fed (Tabla 1c)).

3PCI: 7.2 m. Capa lítica limosa, color 5YR5/8 (rojo amarillento) con 20% de color 5YR6/1 (gris). Sin estructura, masiva y muy dura. Ligeramente plástica (Lp) y ligeramente pegajosa (Lp). Límites netos, el superior marcado por la presencia de un paleosuelo poco desarrollado y el inferior por una arcilla carbonosa. Su mineralogía la integran piroxenos, anfíboles, plagioclasas y feldespatos, algunas biotitas y cuarzos pequeños, circones largos. Algunos minerales con superficies o bordes impregnados por óxidos de Fe y Mn, estos, a veces, están como agregados o placas aislados (Figuras 3, 4 y 5).

2PCI: 2.2 m. Arcilla carbonosa con intercalaciones laminares que varían entre un gris oliva (5Y5/2) con manchas pardo rojizo oscuro (2.5YR3/4) en los extremos y en el centro un gris muy oscuro casi negro

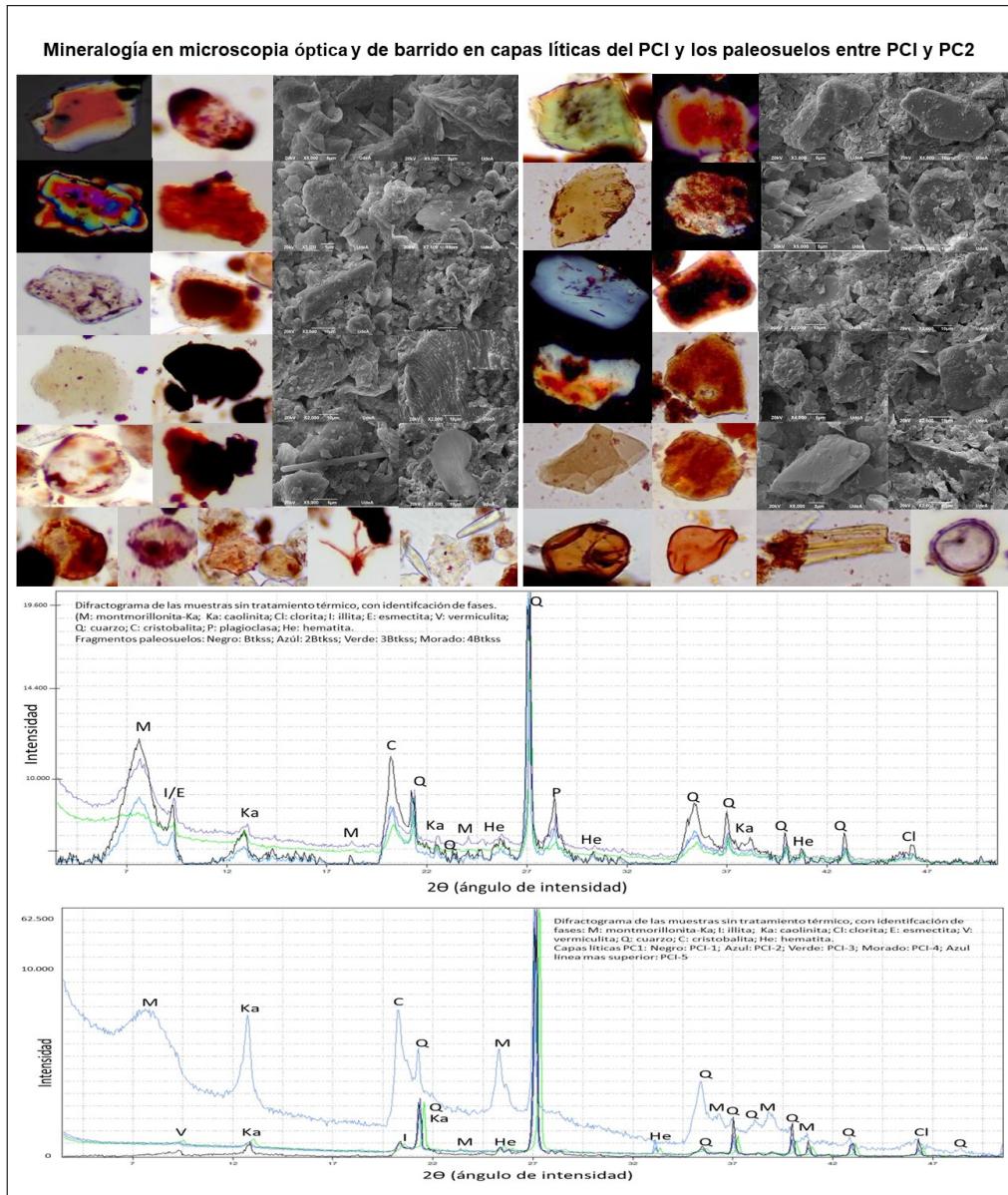


Figura 4: Mineralogía en las capas líticas del PCI (izquierda) y, en paleosuelos localizados entre PCI y PC2 (derecha). Observe en ambos casos, el recubrimiento de óxidos de Fe y Mn en minerales y su estado de alteración. Partículas orgánicas y diatomeas en capas líticas, mientras que en los paleosuelos polen y esporas de color ocre. Abajo los diagramas de DRX, el superior corresponde a los paleosuelos y el inferior a las capas líticas, La Borrera Tatacoa, Huila, Colombia. Fuente: Elaboración propia.

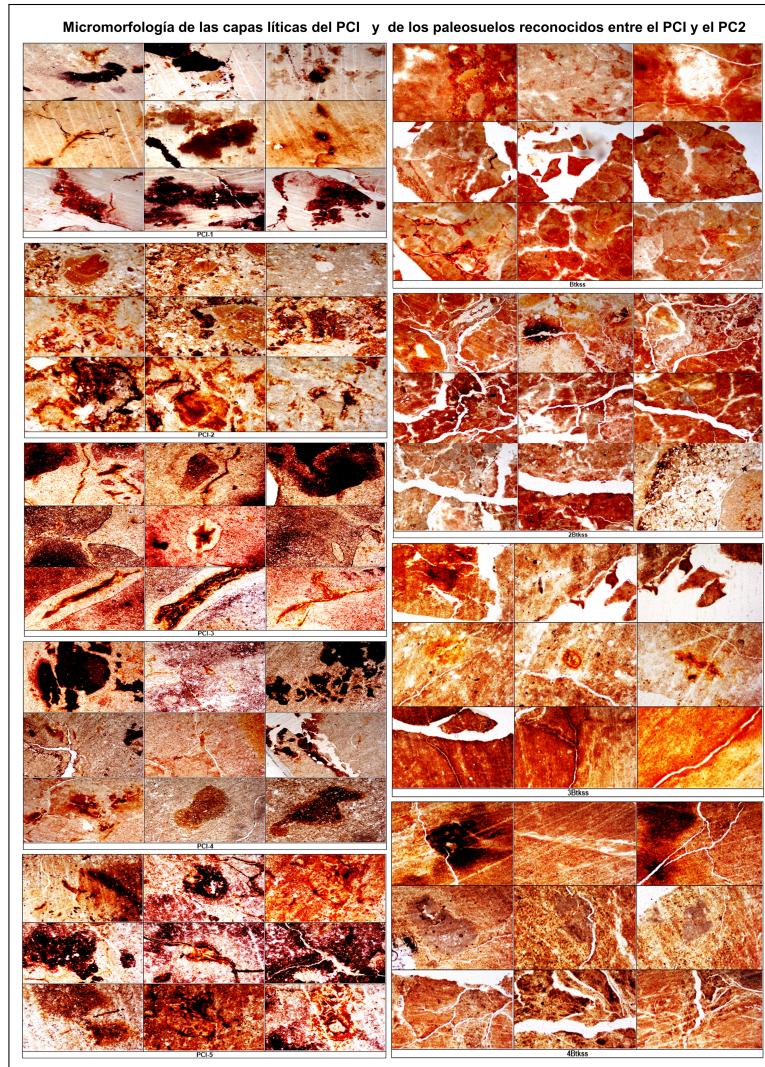


Figura 5: Micromorfología en capas líticas del PCI (izquierda) y de los paleosuelos (derecha) entre PCI y PC2. En las capas líticas, su orden de arriba hacia abajo es PCI-1 a 5. Observe la matriz muy fina. Grumos, coloides, impregnaciones o moteos, bordeando poros o llenándolos, son blancos, pardos, rojos, naranja, violeta, granate y negro, a veces nucleando la alteración mineral. El Fe y el Mn parecen cementar la matriz. Todo ello evidencia mal drenaje y saturación estacional de agua. En los paleosuelos, nombrados de arriba abajo Btkss-2Btkss-3Btkss-4Btkss, la matriz es fina, pardo a clara a parda oscura, birrefringente y con carbonatos. Poros definen la estructura en Bsa, algunos peds cuneiformes arrastrados. Son comunes argilanes, ferránes y manganes. La Borrera, Tatacoa, Huila, Colombia. Fuente: Elaboración propia.

(G13/N), dura. pH 8.0. Moderada reacción al HCl. Límites superior e inferior netos, definidos por un cambio litológico y de color que la diferencian claramente de las demás y reconocible en todo el transecto. Los minerales son feldespatos y plagioclásas, algunos tienen en la superficie agregados de color negro, purpura, granate, pardo y naranja (óxidos de Fe, Mn, hematita o goethita), que pueden llegar a invadir todo el cristal (apariencia masiva e irregular, sólida o tiñendo la matriz). Escasos tejidos orgánicos, bien conservados, oxidados o ennegrecidos. Las arcillas identificadas son montmorillonita-esmectita, illita, caolinita, clorita, vermiculita, cristobalita y hematita (Figuras 3, 4 y 5).

PCI-1: 3.2 m. Limo arcilloso, duro. Color pardo grisáceo ligeramente amarillento (5Y5/2). Sin estructura. pH 8.0. Moderada reacción al HCl. Evidencias superficiales de chorreaduras de carbonatos de color pardo claro que forman aglomeraciones redondeadas ásperas, como canales de escurrimiento o seudo “castillos de bruja”. Límite superior definido por un cambio de color neto con la arcilla carbonosa y el inferior transicional.

Hay piroxenos, feldespatos, plagioclásas, circones e hiperstenas, muy pequeños. Algunos cristales tienen adherencias de color negro, purpura, granate, pardo y naranja, a veces, invaden todo el cristal o se agrupan como masas irregulares sólidas o tiñendo la matriz. Escasos tejidos. Se diferencian montmorillonita, esmectita, caolinita con evidencias de disolución y redondeamiento de bordes, así como algunos microfósiles.

Las arcillas son illita, caolinita, clorita, vermiculita, cristobalita y hematita. Matriz muy fina de color pardo claro y/o grisáceo con tonalidades rojas hasta naranjas o ligeramente violeta o granate. Abundantes grumos irregulares de colores que pueden variar desde rojo, naranja, negro o granate, recubriendo parcial o totalmente cristales. Escasas grietas de expansión, estrechas y poros irregulares pequeños, algunos llenos de “óxidos” de color negro, naranja, ocre o granate (Figuras 3, 4 y 5).

PCI-2: 0.50 m. Limo arcilloso, extremadamente duro. Color gris claro (5YR7/1) pero hacia el techo se vuelve rojo amarillento (5YR5/6), en todo el espesor se observan manchas en un 50 % de color rosa (7.5YR7/4). Sin estructura. pH 8.0. Moderada reacción al HCl. Evidencias superficiales de chorreaduras de carbonatos de color pardo claro que forman aglomeraciones redondeadas ásperas, formando canales de escurrimiento. Límites transicionales.

Se observan piroxenos, feldespatos, plagioclásas, cuarzos redondeados, circones. Agregados de color negro, purpura, granate, pardo y naranja en sus superficies, invadiendo el cristal, individuales como masas irregulares sólidas o, tiñendo la matriz. Escasos tejidos orgánicos, pobemente conservados, oxidados o ennegrecidos por el Mn. Hay tecamebas y diatomeas, esporas e hifas de hongos escasos. Arcillas tipo clorita, esmectita, montmorillonita, illita, caolinita, clorita, vermiculita, cristobalita y hematita.

Matriz fina a ligeramente gruesa, de color pardo grisáceo con abundantes agregados geoides de color naranja

fuerte y negro que tiñen parcialmente la matriz. Muchos minerales félsicos y casi todos están recubiertos por estos “óxidos” o “geles” o están manchados, probablemente hematita. No se observan grietas ni poros, no hay estructura y toda la matriz se ve muy densa (Figuras 3, 4 y 5).

PCI-3: 1.30 m. Arcilloso, muy duro. Color rosa (2.5YR6/4), con zonas más blancas, gris claro (5YR7/1), posiblemente parte de la matriz. Localmente manchas de hasta 2 cm de diámetro de color pardo fuerte (7.5YR5/8). Sin estructura. pH 8.5. Fuerte reacción al HCl. Evidencias superficiales de chorreaduras de carbonatos de color pardo claro que forman aglomeraciones redondeadas ásperas, creando seudo canales de escurrimiento. Límites transicionales.

Se diferencian piroxenos, feldespatos, plagioclasas, cuarzos redondeados, circones. Agregados negros, purpura, granate, pardo y naranja en las superficies de los minerales, en algunos casos, llegan a invadir el cristal, en agregados irregulares e individuales como masas sólidas o tiñendo la matriz. No hay tejidos vegetales o animales. Arcillas como illita-esmectita con óxidos de Fe en las superficies, caolinita, clorita, vermiculita, cristobalita y hematita.

Matriz muy fina de color pardo claro con tonalidades roja, naranja, violeta y granate hasta negra, fuertes, muy definida. Algunos poros muy pequeños y redondos otros muy grandes, pero escasos. Se observan canales llenos por otro material ligeramente más claro y, dentro de ellos, grietas llenas de óxidos o agregados de color naranja y negro, con aspecto como de “chorreaduras”. Algunas formas de minerales pero no distinguibles al ojo, los cuales presentan manchas granate, naranja y negras en bodes y superficies, casi siempre al centro de ellos. La mayor concentración de estas, da la apariencia de “nucleación” o, el inicio de la alteración de los minerales (Figuras 3, 4 y 5).

PCI-4: 0.40 m. Limo arcilloso, extremadamente duro. Color pardo rosado claro (2.5YR6/4), con manchas en un 30% pardo oscuro (2.5YR3/6) que aumentan y van tiñendo toda la matriz, localmente se hacen más intensas, pardo fuerte (7.5YR5/8). Con nódulos endurecidos de hasta 5 cm de diámetro y distribuidos en toda la matriz. Sin estructura. Presentes slickensides estriados. pH 8.5. Moderada reacción al HCl. Evidencias superficiales de chorreaduras de carbonatos de color pardo claro que forman aglomeraciones redondeadas ásperas y canales de escurrimiento. Límites transicionales.

Hay augita, enstatita, hiperstena, feldespato, plagioclasas, clorita y circones largos y anchos, incoloros o con una tenue coloración rosa. En superficies de minerales agregados de color negro, purpura, granate, pardo y naranja que en algunos casos, los invaden por completo, también se encuentran individuales como masas irregulares sólidas o tiñendo la matriz. Escasos tejidos orgánicos, pobemente conservados, oxidados o ennegrecidos por el Mn. Hay hifas de hongos. Arcillas tipo montmorillonita, illita, caolinita, clorita, vermiculita, cristobalita, hematita y chorreaduras de óxidos de Fe.

Matriz muy fina de color pardo claro manchada de color naranja, violeta, granate y negra. Algunos poros pequeños. Se observan grietas y canales amplios llenos por otro material ligeramente más oscuro, posiblemente óxidos o agregados de color naranja y negros. Algunos minerales solo distinguibles por sus formas, están completamente recubiertos por un material negro y sus bordes, que forman como un halo, son de color naranja (goethita), este recubrimiento también se observa en la matriz, en donde igualmente, existen coágulos oxidados de color naranja (limonita) y, manchas granates, localizadas (Figuras 3, 4 y 5).

PCI-5: 0.40 m. Limo arcilloso, extremadamente duro. Color gris pálida (5YR7/1), con manchas en un 10% pardo oscuro (2.5YR3/6) y en un 2% pardo fuerte (7.5YR5/8). Sin estructura, con algunas grietas poco profundas. Presentes slickensides estriados. pH 8.5. Moderada reacción al HCl. Evidencias superficiales de chorreaduras de carbonatos de color pardo claro que forman aglomeraciones redondeadas ásperas, como canales de escurrimiento o seudo “castillos de bruja”. Igualmente, numerosas placas de menos de 1 cm de diámetro muy duras de color purpura ubicadas en resaltos de canales o pedestales, estos muy duros como “pequeñas piedritas”. Límites transicionales.

Los minerales son augita, enstatita, hiperstena, feldespato, plagioclasas, cloritas y circones largos y anchos, incoloros o con una tenue coloración rosa. En muchos de ellos agregados de color negro, purpura, granate, pardo y naranja en sus superficies o invadiéndoles, como masas irregulares sólidas o tiñendo la matriz. Arcillas como montmorillonita-smectita, caolinita, clorita, vermiculita están presentes. Igualmente, cristobalita, hematita y óxidos de Fe.

Matriz muy fina de color pardo claro con tonalidades blanca, roja, naranja, violeta, granate y hasta negra, las cuales aparecen como grumos, coloides, impregnaciones o manchas en la superficie de la matriz, bordeando un poro o un canal y, por lo general, está acompañado de un grumo del mismo color que da la apariencia de ser “núcleos” a partir de los cuales se comenzara la alteración de minerales. Se observan escasas grietas de expansión y poros irregulares, libres o llenos de “óxidos” de color negro, naranja, ocre o granate (Figuras 3, 4 y 5).

En general, los materiales del Paquete Colorado Uno (PCI), están fuertemente alterados e influenciados por la presencia de sesquióxidos y óxidos de Fe y Mn, hematita y goethita que trabajan como agentes cementantes de minerales, tejidos vegetales, agregados y llenando grietas. Los moteados de coloración amarillenta a amarronada, hasta granate y negra, están presentes en todas las capas líticas, indicando condiciones de mal drenaje y evidenciando una probable estacionalidad en la saturación de agua, además, son extremadamente duras.

Todas las capas líticas de acuerdo a la Tabla 1a, presentan texturas Limo Arcillosas (LAr), bajo contenido de MO (0.06-0.1 %). Reacción débilmente alcalina (pH entre 8.0 – 8.5). Moderado a bajo contenido de bases que determinan una moderada capacidad de intercambio catiónico (CIC) (6.54 – 123.13 meq/100 gr

suelo). Los contenidos de bases y la CIC son más altos en *3PCI* y *PCI* – 1. El *Al* es bajo (2.96 – 20.02 mg/g suelo), lo que implica una CICe con valores bajos (45.98 – 131.68 meq/100 gr suelo), excepto en *3PCI*, *2PC* y *PCI* – 1, que son un poco más altos.

El %SB es menor del 40 % y el %PSI menor del 15 % para todas las capas líticas, excepto para *3PC* (26.38 %). Los valores de Fe relativamente moderados (11.39 – 37.31 meq/100 gr suelo) y, los contenidos de P, Mn y Cu, muy bajos (0.03 – 0.23.0.05 – 0.79.0.02 – 0.1meq/100 gr suelo, respectivamente). Los valores del *WIP* (Tabla 1b), en las capas líticas del *PCI*, confirman el alto estado de alteración, así como el IMO el bajo contenido de *MO*. En la Tabla 1c, las relaciones de Fe y Al, fueron muy bajas, lo que podría corresponder con estados de Fe más cristalino (goethita, hematita), las relaciones Feo:Fed, extremadamente bajas, así lo confirman. El *Alo* > *Ald*, se debe a la presencia de alumino-silicatos de bajo grado de cristalinidad. Los valores bajos en *Alo* : *Ald*, indican que el bajo *Al* activo hace parte de compuestos amorfos.

3.1.2. Descripción de los paleosuelos en la Formación La Borrega

Entre los paquetes colorados *PC1* y *PC2*, se encontraron cinco segmentos de paleosuelos separados entre sí por capas líticas, nombrados de techo a base: *Btkss*; *2Btkss*; *3Btkss*; *4Btkss* y *5Btss*. En las Figuras 3, 4 y 5, se muestran evidencias pedogenéticas. La mineralogía óptica y SEM y, la DRX y, la micromorfología. En la Tabla 1, los resultados físicos químicos.

Btkss: 0.20 m. color pardo rojizo oscuro (2.5YR2.5/4). Franco arcilloso. Estructura en bloques subangulares, algunos cuneiformes finos y medios, fuertes. Plástico, no pegajoso. Comunes argílanos y manganes. Abundantes poros y algunas raíces finas. Están presentes slickensides, bien definidos y grietas que delimitan bien los bloques. pH 8.0. Moderada reacción al HCl. Límites superior e inferior netos definidos por cambios litológicos, en el superior arcillas redoximórficas y en el inferior limos de color gris oliva.

Dentro del paleosuelo se encuentran placas de hasta 2 cm de carbonatos de calcio. Se observa augita, enstatita, hiperstena, hornblenda verde, feldespato potásico (sanidina) y plagioclásas (andesina), biotitas pardas, circones y cuarzo bipiramidal ligeramente redondeados. Cristales con adherencias de óxidos de Fe y Mn, recubriendo parcial o totalmente, como agregados o placas sólidas duras. Circones anchos y pequeños rosa, pardos y/o incoloros. Escasos tejidos orgánicos, bien conservados, principalmente vegetales, oxidados o ennegrecidos por el Mn. Arcillas tipo montmorillonita, illita-esmectita, caolinita, cristobalita y hematita.

Matriz fina de color pardo claro a rojiza con manchas de color naranja fuerte. Está constituida por dos materiales diferentes el más claro presenta más manganes mientras que el más rojo más ferranes, concordante con diferentes estados de oxidación. Estructura en bloques subangulares “cuneiforme”, algunos de ellos han sido arrastrados hacia poros grandes o canales irregulares que definen los peds y también albergan ferranes incipientes. Abundantes poros medios y finos, amplios e irregulares, algunos con bordes muy

oxidados. Localmente, agregados negros y manchas de hematita o, llenando pequeños poros irregulares. Cristales redondeados de cuarzo y estos, al igual que las augitas y los feldespatos recubiertos de óxidos de Fe. Algunos piroxenos y circón son arrastrados hacia los bordes de los peds. Este paleosuelo se clasificó como Lithic Haplusterts, su desarrollo es incipiente, Figuras 3, 4 y 5.

2Btkss: 0.30 m. Limo arcilloso. Color pardo rojizo oscuro (5YR3/3). Estructura en bloques subangulares medios y gruesos, algunos peds cuneiformes, fuertes. Plástico, no pegajoso. Argílanos y manganes bien definidos. Poros finos. Presentes slickensides y grietas. pH 8.5. Fuerte reacción al HCl. Límites netos definidos por cambios litológicos, el superior por limos crema y el inferior por una arenisca parda. Dentro del paleosuelo se encuentran pequeñas drusas de pirolusita muy bien cristalizada de hasta 1 mm y placas de hasta 2 cm de carbonatos de calcio.

Se observa augita, enstatita, hiperstena, hornblenda verde, sanidina y andesina, abundantes biotitas pardas, algunos circones muy pequeños, cuarzos y fragmentos líticos. Óxidos de Fe y Mn en superficies de minerales, no tan fuerte como en el paleosuelo Btkss y es más notoria la presencia de manganeso. Los piroxenos tienen bordes agudos en forma de huso, la mayoría de los cristales son de origen volcánico y poseen inclusiones sin orientación. Escasos tejidos vegetales bien conservados, semillas ovaladas y restos de raíces muy finas, oxidadas o ennegrecidas, recubriendo parcial o totalmente cristales. Agregados o placas negras sólidas y duras. Las arcillas son illita, esmectita, caolinita y montmorillonita.

Matriz fina, de color pardo claro a pardo rojiza con manchas de color naranja fuerte birrefringente. Muy bien desarrollado, presenta todas las cualidades de un Vertisol. Estructura en bloques subangulares muy bien definida, abundantes poros finos, medios y gruesos que definen bloques cuneiformes. Algunos poros llenos de arcilla iluvial o con agregados de calcita, otros, con bordes de óxidos de hierro y/o manganeso (argílanos y manganes, en forma de arandelas). Localmente, en las superficies se observan concentraciones de arcilla iluvial y agregados de minerales que cambian la textura de la matriz haciéndola ligeramente más gruesa. Este paleosuelo se clasificó como Lithic Haplusterts, Figuras 3, 4 y 5.

3Btkss: 0.30 m. Limo arcilloso. Color pardo amarillento oscuro (5YR3/4). Estructura en bloques subangulares finos, débiles, algunos peds cuneiformes. Plástico, ligeramente pegajoso. Abundantes argílanos y manganes. Poros muy finos. Presentes slickensides estriados, bien definidos y grietas verticales. pH 8.0. Moderada reacción al HCl. Abundantes placas de carbonato de calcio débiles y de hasta 2 cm de diámetro. Límites superior e inferior netos, definidos por un cambio litológico, el superior un limo amarillento y el inferior un limo grisáceo con tendencia a formar bolas de hasta 6 cm de diámetro.

Se observa augita, enstatita, hiperstena. Biotitas pardas y verdosas. Sanidina, andesina y cuarzos redondeados. Circones anchos, pequeños e incoloros, algunos como inclusiones en plagioclásas. La mayoría de los cristales tienen superficies con adherencias de óxidos de Fe y Mn. Escasos tejidos orgánicos, bien con-

servados, principalmente vegetales, oxidados o ennegrecidos por el Mn. Algunas esporas de color ocre. Hay esmectita, caolinita, illita, montmorillonita, albita, sanidina y enstatita.

Matriz fina de color pardo claro a rojiza con manchas de color naranja fuerte. Estructura en bloques subangulares, algunos han sido arrastrados hacia poros grandes o canales irregulares que definen una pedialidad bien desarrollada. Abundantes poros medios y finos e irregulares, varios llenos totalmente por ferranes y/o en sus bordes manganes como también en superficies de cristales, aislados en forma de arandelas o recubriendo peds. Abundantes cristales de feldespatos y plagioclásas con adherencias de óxidos de hierro y manganeso. Arcilla iluvial y otros minerales como circones, piroxenos, cuarzos y opacos logran ser reconocidos. Este paleosuelo se clasificó como Lithic Haplusterts, no es tan desarrollado como el 2Btkss, pero si más que el Btkss, Figuras 3, 4 y 5.

4Btkss: 0.20 m. Limo arcilloso. Color pardo rojizo (5YR4/4). Estructura en bloques subangulares, medios y gruesos, fuertes, algunos cuneiformes. Plástico, no pegajoso. Abundantes argílanos y manganes bien definidos. Poros finos. Slickensides y grietas. pH 8.5. Fuerte reacción al HCl. Límites netos definidos por cambios litológicos, el superior un limo amarillento y el inferior un limo grisáceo con tendencia ovoide. Cristales de augita, enstatita, hiperstena, hornblenda verde. Biotitas pardas, circones largos y estrechos con adherencias de óxidos de Mn. Escasos tejidos orgánicos, bien conservados, oxidados o ennegrecidos por el manganeso. Se destacan las esporas y restos de tecamebas. Las arcillas son montmorillonita, illita-esmectita, caolinita.

Matriz fina, de color pardo claro a pardo oscura, muy birrefringente y con carbonatos, es muy similar al 2Btkss. Estructura en bloques subangulares, abundantes poros finos, medios y gruesos que definen peds cuneiformes. Poros llenos de peds y/o del material de la matriz que ha sido arrastrada. Abundantes argílanos, ferranes y manganes en superficies de peds o en bordes de poros. Los cristales son muy pequeños, escasamente se diferencian por el pleocroísmo pero no alcanzan a ser bien reconocidos por las adherencias de ferranes o manganeso. Este paleosuelo se clasificó como Lithic Haplusterts, Figuras 3, 4 y 5.

5Btss: 0.30 m. Limo arcilloso. Color pardo rojizo (2.5YR4/3). Estructura en bloques subangulares, finos, débiles. Plástico, pegajoso. Argílanos y ferranes en caras de fricción. Poros finos. pH 8.0. Sin reacción al HCl. Límites netos definidos por cambio litológico, el superior un limo amarillento y el inferior un limo grisáceo con tendencia ovoide.

Augita, enstatita, hiperstena, hornblenda verde, sanidina y andesina. Biotitas pardas, circones y cuarzo bipiramidal, algunos redondeados. Los circones son anchos y pequeños rosa, pardos o incoloros. Óxidos de Fe y Mn, recubriendo parcial o totalmente cristales. También como agregados o placas sólidas duras. Escasos tejidos orgánicos, bien conservados, principalmente vegetales, oxidados o ennegrecidos por el manganeso. Este paleosuelo se clasificó como Lithic Haplusterts, su desarrollo es muy incipiente y no presenta carbona-

tos, pero si slickensides y la partición característica de los Vertisoles, Figuras 3, 4 y 5.

Desde el punto de vista físico-químico (Tabla 1a), estos paleosuelos presentan texturas Franco Arcillo Limosa (FArL), un bajo contenido de MO (0.07-0.13 %). Reacción débilmente alcalina (pH entre 8.0-8.5). Alto contenido de bases que determinan una alta capacidad de intercambio catiónico (CIC) (63.9-104.08 meq/100 gr suelo), más altos en Btkss y 3Btkss, esto se refleja en los valores de la CIC y la CICe. El Al es relativamente alto (8.08-13.07 mg/g suelo), lo que permite calcular una CICe alta (75.93-103.99 meq/100 gr suelo).

El %SB en todos los paleosuelos fue menor del 40 %, indicando de saturación, propio para zonas áridas, además, que el Ca^{+2} y Mg^{+2} y, K^{+} , predominan sobre el Al. El %PSI está dentro del rango normal en todos los paleosuelos siendo menor de 15 % y menor de 4 ds/m, lo que muestra el bajo contenido de sales. El Fe fue relativamente alto (30.8-44.94 meq/100 gr suelo). Mientras que el P, Mn y Cu, bajos (0.1-0.93. 0.27-1.06. 0.06-0.68 meq/100 gr suelo, respectivamente). La química de estos paleosuelos indica que tienen grandes posibilidades de intercambio catiónico, la cual, esta generada por la presencia de montmorillonita y esmectita, esencialmente. En esta fase intercambiable se observa altos niveles de Ca^{+2} , Mg^{+2} y, muy altos de K^{+} ; sin embargo, la relación $(\text{Ca}^{+2} + \text{Mg}^{+2})/\text{K}^{+}$ es muy baja (0.51 – 1.29) lo que indica la posibilidad de un buen funcionamiento del K^{+} , en los procesos de absorción.

Los paleosuelos están muy alterados (Tabla 1b), de ellos, solo el 5Btss, estaría en menor grado, lo cual concuerda con su bajo desarrollo pedogenético. El 2Btkss es el de mejor desarrollo pero no tan meteorizado. Los minerales están alterados, hay destrucción de micas y feldespatos, se modificó la mineralogía detrítica y se presentaron minerales de neo formación (arcillas). El IMO, es bajo confirmando el despreciable contenido de MO.

De acuerdo con la Tabla 1c, las relaciones de Fe y Al, fueron muy bajas. El %Fe cristalino, los oxihidróxidos y los amorfos altos ($> 30\%$ del Fe total, valor que se asocia con un alto estado de alteración). Las relaciones Feo:Fed fueron extremadamente bajas, lo que hace evidente que estos paleosuelos alcanzaron un importante grado evolutivo, no el más óptimo. En todos, el $A_{lo} > A_{ld}$, indica la presencia de aluminosilicatos de bajo grado de cristalinidad (amorfos).

4. DISCUSIÓN

Las rocas sedimentarias Miocénicas de La Tatacoa poseen fósiles que han permitido:

- a) reconstruir las condiciones climáticas durante su deposición,
- b) dilucidar como se alteraron hasta alcanzar tonalidades rojizas y,

- c) dar paso a diversos procesos pedogenéticos que dieron paso a la formación de paleosuelos dentro o entre las capas líticas.

De todo el sedimentario miocénico del Valle Superior del Magdalena, se resaltan las unidades La Venta y La Arenosa. En ellas varios autores han trabajado con detalle la Formación Villavieja (Grupo La Venta), por su riqueza fosilífera, litología, estructuras y paleosuelos. Como contraposición, La Formación la Borrega (Grupo La Arenosa), ha sido poco explorada o erróneamente incluida dentro de La Venta, porque también tiene paquetes de sedimentos rojos, Henao (1950), precisa su litoestratigrafía y Parra (2018), la ubica como más antigua y cercana a 14 Ma.

Foster *et al.* (2012), indican que las oscilaciones del Mioceno Medio (MMCO - MMCT - Mi3b) ocurrieron entre 17-11.6 Ma, de tal modo que, al menos, parte de estas oscilaciones climáticas podrían estar registradas en La Arenosa. Al respecto, Montes *et al.* (2021), reubica la muestra JG-R90-3, en la unidad más baja de la Formación La Victoria (Capa San Alfonso), lo que se constituye en la segunda edad más antigua dentro de la secuencia (13.778 ± 0.081 Ma, Ar/Ar en biotita, (Flynn *et al.*, 1997). La sedimentación de La Arenosa fue producida por enormes ríos caudalosos que dejaron grandes llanuras de inundación en donde predominaron depósitos lineales arenosos y limosos enriquecidos por volcánicos de un volcanismo inmaduro andesítico. El color de los sedimentos es esencialmente gris, excepto, en la Formación La Borrega, en donde alternan con limos pardos amarillentos y cuatro paquetes colorados de aspecto muy similar al de las capas rojas de la Formación Villavieja. Los paquetes colorados tienen numerosas manchas o moteos de colores fuertes desde blanco, blanco grisáceo, gris, pardo claro, amarillo, naranja, rojo, granate hasta negro (óxidos de Fe (amarillo, pardo, anaranjado y rojo), óxidos de Mn (negro) y otros), lo cual, no es litocrómico, sino debido a las condiciones redoximórficas.

Los paquetes colorados son extremadamente duros y muy meteorizados ricos en aluminio y hierro y no tienen rasgos pedogenéticos pero entre ellos, al menos entre el PCI y PC2 se encontraron varios segmentos de paleosuelos con propiedades verticales. El PCI (base de la formación) tiene siete capas líticas, entre ellas una carbonosa (2PC). El límite superior es el paleosuelo Btss, a 61.5 m arriba, el paquete colorado dos (PC2) y, entre ambos (PCI-PC2) los cinco paleosuelos.

En esta formación, no se encuentran paleosuelos dentro de los paquetes colorados pero si, entre el PCI y PC2, en los cuales se hallaron cinco segmentos de paleosuelos de no más de 30 cm de espesor (Lithic Haplusterts). Los paleosuelos o segmentos de ellos son pardo rojizo oscuro (5YR3/3), color ocasionado por la presencia de óxidos de Fe pedogenético (goethita-hematita) liberados por deshidratación. Son bajos en carbonatos y sales.

De acuerdo con la condición climática planteada para la formación y aunque se da estacionalidad, abundan las precipitaciones y la condición de humedad. La formación de carbonatos pedogenéticos se ve limitada por el intenso lavado, del mismo modo, las sales. Los procesos pedogenéticos dominantes fueron: iluviación

y lixiviación de arcilla, mineralización de la MO, carbonatación, adensamiento y erosión hídrica. Su génesis indica que ellos, se habrían formado bajo un clima estacional, contrastado, bajo un régimen ústico (inviernos fríos y extremadamente húmedos).

La Venta (13.8-11.60 Ma) depositada después de las oscilaciones climáticas miocénicas, fue producida por ríos que dejaron enormes depósitos arenosos, limosos y gravillosos en amplias llanuras inundables y en abanicos. Algunos depósitos fueron enriquecidos por volcánicos andesíticos y dacíticos de un volcánismo maduro. En estos sedimentos predominan colores rosados en las formaciones San Alfonso y Mesitas, mientras el resto son grises esencialmente, excepto en la parte alta de la Formación Villavieja, donde existen tres paquetes líticos rojos: en el techo, Upper Red Bed; en el centro, Lower Red Bed y, en el piso, Arenas Ferruginosas.

El color rojo predominante en la Formación Villavieja es debido a la liberación de hierro a partir de los minerales primarios, por meteorización y/o pedogénesis, su difusión dentro de la matriz del suelo y posterior oxidación se propone como el mecanismo responsable del color dominante en las capas rojas del desierto de La Tatacoa. La Unidad Arenas Ferruginosas exhibe condiciones redoximórficas. Las capas rojas son altamente meteorizadas y presentan variabilidad espacial, especialmente en el espesor, en ellas no se evidencia ningún rasgo pedogenético, sin embargo, dentro de ellas existen paleosuelos ya sea como sequmm o segmentos de ellos. Para esta formación, Flórez *et al.* (2018), reportan paleosuelos en el Upper Red Bed, dos segmentos y un sequm. En el Lower Red Bed, 11 segmentos y un sequm y, en las Arenas Ferruginosas, un sequm, (Sodic haplotorrerts). Estos autores resaltan la presencia de perfiles completos de paleosuelos, lo que indica la influencia de un mejoramiento en el clima que dio la posibilidad de desarrollar horizontación. Los suelos son rojos y exhiben en la base condiciones redoximórficas. Son altos en carbonatos y sodio, lo cual coincide con la estacionalidad climática reportada para La Venta (Formación Villavieja), el clima es muy contrastado con alternancia de las estacionalidades donde ocurre un periodo húmedo corto y otro seco muy dominante y de más larga duración.

Tanto la cantidad de precipitación como la estacionalidad, la temperatura y la evaporación afectan el secado del suelo que es el principal impulsor de la formación de carbonatos y otras sales pedogenéticas. Para su formación se requiere que se sequen los suelos y, por tanto, afloran las sales. Los procesos pedogenéticos dominantes y fuertemente desarrollados fueron: iluvia y lixiviación de arcilla, mineralización de la MO, solodización, rubefacción, fersialitización, carbonatación, adensamiento y erosión hídrica.

Tanto en La Borrega como en Villavieja, se formaron Vertisoles, los cuales reflejan bien las condiciones climáticas imperantes. En La Borrega, los paleosuelos aparecen como segmentos de no más de 30 cm de espesor, entre las capas líticas, sin desarrollo de un perfil completo o lo que se conoce como un sequm, tienen escasa evolución pedogenética y están altamente meteorizados. En la Formación Villavieja, se observan tanto segmentos como perfiles de paleosuelos dentro de las capas líticas. En ellos se evidencia horizontiza-

ción, así como evolución pedogenética y rasgos que muestran bien el desarrollo de las propiedades verticales.

En La Borrega, los climas fueron más húmedos, en Villavieja, más secos. A nivel de las capas líticas de tonalidades rojizas en La Borrega se produjo por una condición particular de mal drenaje, abundantes moteos que indican una condición exagerada de agua. En Villavieja predominó la rubefacción que dejó un color rojo en todas las capas líticas.

5. CONCLUSIONES

De todo el sedimentario Miocénico del Valle Superior del Magdalena, se resaltan los Grupos La Venta y La Arenosa.

En La Venta (13.8-11.6 Ma, pos oscilaciones), se resalta la Formación Villavieja por su riqueza fosilífera, litología, estructuras y los paleosuelos y dentro de ella la Unidad Arenas Ferruginosas. En todo el grupo la sedimentación fue producida por ríos aluviales y fluviales que dejaron enormes depósitos arenosos, limosos y gravillosos de colores rosados en base y techo, al interior, capas líticas grises y, en la parte media, limos rojos hasta naranja, duros y meteorizados. En la Formación Villavieja se encuentran paleosuelos o segmentos de ellos que han sido clasificados como Sodic Haplotorrerts, formados bajo un clima estacionalmente muy contrastado con inviernos fríos y húmedos y veranos muy cálidos y más secos, bajo un régimen térmico. La rubefacción produjo el color rojo en todas las capas líticas.

En La Arenosa (contemporánea, al menos parcialmente, con MMCO-MMCT-Mi3b), sobresale la Formación La Borrega. En todo el grupo la sedimentación producida por enormes ríos caudalosos que dejaron depósitos arenosos y limosos grises. Dentro de la Formación La Borrega, ocurren cuatro paquetes colorados duros y meteorizados, que podrían ser coetáneos con el MMCO, mientras que en los limos y arenas que los separan, se encontraron cinco segmentos de paleosuelos, clasificados como Lithic Haplusterts, formados bajo un clima estacional, contrastado, inviernos fríos y extremadamente húmedos, bajo un régimen ústico. El color rojo de los paquetes colorados se produjo por la condición particular de mal drenaje (saturación prolongada o estacional, los abundantes moteos indican una condición exagerada de agua).

Tanto el Grupo La Venta como La Arenosa, tienen capas rojas altamente meteorizadas enriquecidas en carbonatos, sales, hierro y aluminio. No presentan evidencias de pedogénesis, pero, dentro de éstas, existen paleosuelos o segmentos de ellos también de color rojo (pardo, pardo amarillento, pardo rojizo hasta pardo rojizo oscuro). Dicho color rojo es debido a la liberación de hierro a partir de los minerales primarios, por meteorización y/o pedogénesis, su difusión dentro de la matriz del suelo y posterior oxidación se propone como el mecanismo responsable del color dominante en las capas rojas del desierto de La Tatacoa.

AGRADECIMIENTOS

Al Ingeniero Luis Parra-Sánchez, quien planteó la idea de esta investigación, por su valioso apoyo, orientación, acompañamiento en el trabajo de campo/oficina y en la revisión del artículo final. Al Ingeniero Pablo León Flórez Molina-Constructora Los Ángeles DC, por proporcionar los permisos para los desplazamientos a La Tatacoa durante la primera fase de la pandemia y por su apoyo permanente. A mi Alma Mater, Universidad de Antioquia, a La Facultad de Ingeniería, al Grupo GAIA y, a las oficinas de Docencia y Jurídica, por la confianza y apoyo. A todos gracias!.

Referencias

- Birkeland, P. W. (1984). Soil and Geomorphology. Ed. Oxford University Press Inc; 2nd Revised edition edition (20 Dec. 1984) (Enero 1 de 1600).
- Cox, C. Barry & Moore, P.D. (1993). Biogeography. An ecological and evolutionary approach (5th ed.). Blackwell Scientific Publications, Cambridge.
- Emiliani, C. (1992). Planet Earth: Cosmology, Geology, and the Evolution of Life and Environment. Cambridge: Cambridge University Press.
- Flórez-Molina, M. T. (2018). Rocas-Paleosuelos-Arqueología, desierto de La Tatacoa, Huila Colombia. Ed. Académica Española. ISBN: 978-620-2-16275-3. 177p.
- Flórez-Molina, M. T., Parra-Sánchez, L. N., Jaramillo-Jaramillo, D. F. & Jaramillo-Mejía, J. M. (2013). Paleosuelos del mioceno en el desierto de la Tatacoa. *Rev. Acad. Colomb. Cienc. Ex. Fis. Nat.*, 37(143), 229-244. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.6>.
- Flórez-Molina, M. T., Parra-Sánchez, L. N., Jaramillo-Jaramillo, D. F. & Jaramillo-Mejía, J. M. (2018). Evidencias macromorfológicas y micromorfológicas de paleosuelos en el desierto de La Tatacoa y su variación sincrónica. *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* 42 (165), 422-438.
- Flynn, J., Guerrero, J., and Swisher, C. (1997). Geochronology of the Honda group, in Vertebrate Paleontology in the Neotropics: the Miocene fauna of La Venta, Colombia. Editors R. Kay, C. Madden, R. L. Cifelli, and J. Flynn (Washington, DC: Smithsonian Institution Press), 44-60.
- Foster, G.L., Lear, C. H. & Rae, J. W. B. (2012). The evolution of pCO_2 , ice volume and climate during the middle Miocene. *Earth Planet Sci Lett*, 341-344, 243-254.
- Henao, D. (1950). Geology of La Venta District: The fossiliferous area of the Upper Magdalena Valley. Informe No. 718, Ministerio de Minas y Petróleos, Sección 5a, Servicio Geológico Nacional, Bogotá, Colombia. 49 p.

- Herbert, T. D., Lawrence, K. T., Tzanova, A., Peterson, L. C., Caballero-Gill, R. & Kelly, C. S. (2016). Late Miocene global cooling and the rise of modern ecosystem. *Nature geoscience*. 9, 843-847.
- Honna T., Sadahiro Y., and Katsuhiro M. (1988). A Simple Procedure to Determine Melanic Index that is Usefu for Differentiation Mgelanic from Fulvic Andisols (Facul toyf Agriculture, Tottori University). *Japanese Society of Pedology*. 69-78p.
- Methner, K., Campani, M., Fiebig, J., Löffler, N., Kempf, O. & Mulch, A. (2020). Middle Miocene long-term continental temperature change in and out of pace with marine climate records Crossref DOI. Link: <https://doi.org/10.1038/S41598-020-64743-5>, Published: 2020-12. En: <https://www.nature.com/srep/>, 10pp.
- Montes, C., Silva, C. A., Bayona, G. A., Villamil, R., Stiles, E., Rodriguez-Corcho, A. F., ... & von Quadt, A. (2021). A Middle to late Miocene trans-Andean portal: Geologic record in the Tatacoa Desert. *Frontiers in Earth Science*, 8, 643. doi: 10.3389/feart.2020.587022.
- Parra, L.N. (2018). Rocas-Paleosuelos-Arqueología, desierto de La Tatacoa, Huila Colombia. Ed. Académica Española. ISBN: 978-620-2-16275-3., 19-52.
- Parker, A. (1970). An index of weathering for silicate rocks. *Geological Magazine*. 107, 501-504.
- Peterson, J. (2018). Climate of the Miocene period. Obtenido de: sciencing.com.
- Quiroga, A., Funaro, D., Noellemyer, E. & Peinemann, N. (2006). Barley yield response to soil organic matter and texture in the Pampas of Argentina. *Soil and Tillage Research*, 90(1-2), 63-68.
- Sotelo, B. J. (2020). Micromorfología de paleosuelos del Desierto de La Tatacoa, Colombia: Interpretación paleoambiental del Miocene Medio. Tesis Magister. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias, Departamento de Geociencias. 156p. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/79280>
- Soil Survey Staff (2014). Keys to Soil Taxonomy, 12th ed. USDA-Natural Resources Conservation Service, Washington, DC. p. 338. En:<https://www.nrcs.usda.gov/Internet/FSEDOCUMENTS/nrcs142p2.051546.pdf>
- Shoji, S., M. Nanzyo & R. Dahlgren. (1993). Volcanic ash soils. Genesis, properties and utilization, Elsevier, Science Publishers, B. V. Netherlands.
- Universidad Surcolombiana (USCO). (2006). Convenio Interadministrativo No 1071-200 de 2005, Gobernación del Huila-CAM-USCO.
- Van Wambeke, A. (1991). Soils of the Tropics: properties and appraisal, McGraw Hill, Inc., USA.
- Wilding, L.P., Smeck, N. E. & Hall, G. F. (1983). Pedogenesis and soil Taxonomy. 11. The Soil Orders, Elsevier Science Publishers B.V. Netherlands.
- Young, A. (1976). Tropical soils and soil survey, Cambridge University Press, Cambridge.

MODELOS DE CONTEO ALTERNATIVOS PARA LOS COMPONENTES DEL CPO EN UNA ENCUESTA DE SALUD BUCAL EN MONTEVIDEO, URUGUAY^a

ALTERNATIVE COUNTING MODELS FOR DFM COMPONENTS IN AN ORAL HEALTH SURVEY IN MONTEVIDEO, URUGUAY

RAMÓN ÁLVAREZ-VAZ ^{b*}, FERNANDO MASSA^c

Recibido 28-06-2019, aceptado 02-06-2021, versión final 30-06-2021.

Artículo Investigación

RESUMEN: Actualmente existen varios indicadores de las diferentes dimensiones que se determinan a nivel individual en salud oral desde una perspectiva epidemiológica. Dentro de los que corresponden a la patología Caries se consideran entonces los indicadores CPO, ceo, ICDAS entre otros. El CPO es un índice unidimensional que cuenta el número de dientes cariados C, perdidos P y obturados O y cuando debe ser evaluado en un contexto de regresión, es un caso particular de Modelo de Conteo, donde la variable de respuesta refiere al número de veces que un evento ocurre, siendo el evento de conteo la realización de una variable aleatoria no negativa, pudiéndose trabajar con el marco conceptual de la teoría de los Modelos Lineales Generalizados (MLG). En la revisión de la literatura en varios trabajos publicados en revista especializadas de Biomedicina y Epidemiología bien rankeadas no se le presta mucha atención a estos aspectos, donde no queda muchas veces claro porqué se opta por alternativas al modelo de Poisson, sino que tampoco se trabaja la capacidad de ajuste (ver capacidad predictiva). Los autores muchas veces solamente se dedican a ver las variables y ajustar modelos, resolviéndose por aquellos donde aparecen variables significativas pero que podrían ser muy pobres prediciendo. Este último aspecto es relevante ya que en base a esos modelos los investigadores terminan elaborando teoría para explicar patologías en función de variables que no son buenas predictoras. Por estos motivos en este trabajo se presentan alternativas a los modelos de conteo básicos y se pone un especial énfasis en la capacidad predictiva de los mismos.

PALABRAS CLAVE: CPO; modelos de conteo; modelos hurdle; modelos de Poisson; sobredispersión.

ABSTRACT: Currently, there are several indicators of the different dimensions that are determined at the individual level in oral health from an epidemiological perspective. Among those that correspond to the Caries pathology, the DFM, ceo, ICDAS indicators are considered. DFM is a one-dimensional index that counts the number of teeth decayed D, filled F, missing M and when it should be evaluated in a regression context, is a particular case of a counting model, where the response variable refers to the number of times an event occurs; this counting event is the realization of

^aÁlvarez-Vaz, R. & Massa, F. (2021). Modelos de conteo alternativos para los componentes del CPO en una encuesta de salud bucal en Montevideo, Uruguay. *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 105–125. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.80743>

^bDr. en Ciencias Médicas. Prof. Agregado, Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Universidad de la República, Uruguay

* Autor para la correspondencia: ramon.alvarez@fceia.edu.uy.

^cM. Sc. en Ingeniería Matemática. Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Universidad de la República, Uruguay

a non-negative random variable, being able to work with the conceptual framework of the theory of the Generalized Linear Models (GLM). In the review of the literature in several papers published in well-ranked specialized journals of Biomedicine and Epidemiology, little attention is paid to these aspects, where it is not often clear why the authors opt for alternatives to the Poisson model, and they do not work on the adjustment capacity either. Authors often only look at the variables and adjust models, resolving themselves by those where significant variables appear but which could be very poor predicting. This last aspect is relevant since based on these models the researchers then in the discussion end up elaborating theory to explain pathologies based on variables that are not good predictors.

KEYWORDS: Count models; DMF; hurdle models; overdispersion; Poisson models.

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas de salud en la mayor parte del mundo han cambiado, siendo las enfermedades no transmisibles (ENT) las de mayor prevalencia, donde este nuevo patrón global está estrechamente relacionado a los estilos de vida de las sociedades modernas, (Breilh, 2010). Este cambio también impactó en la salud bucal, siendo las enfermedades bucodentales unos de principales problemas en la salud pública debido a su alta prevalencia e incidencia en todas regiones del mundo, (Petersen, 2004).

Antes de pasar a presentar las patologías bucales más importantes y los índices para evaluarlas es necesario consignar previamente que en Odontología existe una forma de referirse a las piezas dentales, para las que existe cierta numeración coherente también con la medición de patologías de la mucosa. Las piezas se suelen también agrupar en sextantes (inferiores y superiores) o cuadrantes (inferiores y superiores y a su vez izquierdos y derechos). En la Figura 1 denominada Odontograma puede verse la disposición de las piezas en la boca, donde las piezas numeradas del 55 al 75 corresponden a la temporaria.

El concepto actual de Caries dental define a la enfermedad como un proceso dinámico localizado en la superficie dentaria cubierta por bio-película, caracterizado por desequilibrios en los procesos desmineralización-remineralización que ocurren constantemente en la cavidad bucal. A lo largo de un determinado período de tiempo, la predominancia de momentos de pérdida mineral de los tejidos duros del diente (principalmente iones calcio y fosfato) para la bio-película y saliva resulta en el establecimiento de la lesión de Caries (Holst *et al.*, 2001). Algunos componentes del proceso de Caries actúan en la superficie del diente (saliva, bio-película, dieta, acceso al flúor), mientras que existen otro conjunto de factores que determinan el comportamiento de la persona (conocimiento, actitud, ingresos, nivel educativo y socioeconómico), (Fejerskov, 2004). El proceso de la enfermedad debe ser sujeto a un control permanente a lo largo de la vida con el fin de evitar consecuencias irreversibles en etapas posteriores (Maltz & Jardim, 2010).

Existen varios indicadores de las diferentes dimensiones que se determinan a nivel individual en salud oral que pueden ser considerados a nivel colectivo desde una perspectiva epidemiológica.

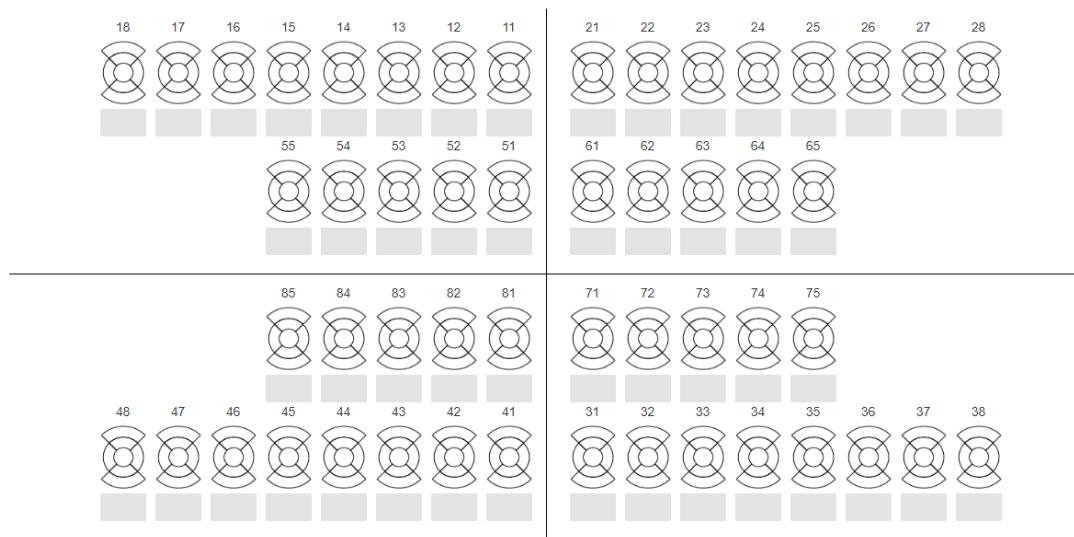


Figura 1: Odontograma, Fuente: Salud dental para todos (<https://dtdental.co/que-es-un-odontograma-dental/>).

Dentro de los que corresponden a la patología Caries se consideran entonces los indicadores CEO, CPO, ICDAS. De los índices que dan cuenta del estado de las piezas dentales, es necesario hacer definiciones y establecer una nomenclatura de los diferentes unidades de observación que se tomarán de ahora en adelante con la siguiente simbología:

- i individuo que puede estar en $1, \dots, n$, j que toma valores en $1, \dots, 8$ para el diente, k de $1, \dots, 4$ para el cuadrante, g grupo o subpoblación (se podría tener, por ejemplo subopoblaciones: hombres y mujeres) con valores en $1, \dots, G$;
- Las piezas dentales $d_{i,j,k}^g$;
- Los cuadrantes $q_{i,j,k}^g$ (formados por piezas);
- Las superficies de cada pieza $s_{i,j,l}^g$

El CPO es un índice *unidimensional* que cuenta el número de dientes cariados C, perdidos P y obturados O. Ha sido utilizado durante mucho tiempo como una forma de determinar la historia de salud, medido a través de la *Caries* de un conjunto de individuos. Los valores bajos de CPO indican un buen 'status' de salud oral, mostrando que las piezas dentales tienen poca historia de enfermedad. Generalmente las personas tienen, salvo excepciones, un total de 28 – 32 piezas, repartidas en 4 cuadrantes, 2 inferiores y a su vez izquierdos y derechos, con un total de 7 piezas por cuadrante. Cuando las personas tienen incluso los terceros molares (lo que se habitualmente se llaman 'muelas del juicio') se puede tener hasta 32 piezas, con un total de 8 por cuadrante. De esta manera, para una persona en particular se puede evaluar el estado de las piezas a través

Tabla 1: Relación entre Media y Varianza para diferentes modelos de Conteo

Modelo	Media	Varianza
Poisson	μ	μ
Binomial Negativa (BN - tipo I)	μ	$\mu(1 + \gamma) = \mu + \gamma\mu$
Binomial Negativa (BN - tipo II)	μ	$\mu(1 + \gamma\mu) = \mu + \gamma\mu^2$
Binomial Negativa ρ	μ	$\mu(1 + \gamma\mu^\rho) = \mu + \gamma\mu^\rho$
<i>PIG</i>	μ	$\mu(1 + \gamma\mu^2) = \mu + \gamma\mu^3$
<i>PG</i>	μ	$\mu(1 + \gamma\mu)^2 = \mu + 2\gamma\mu^3 + \gamma^2\mu^3$

del índice que se detalla en la siguiente ecuación:

$$CPO_i^g = \sum_j^n C_{i,j,k}^g + \sum_j^n P_{i,j,k}^g + \sum_j^n O_{i,j,k}^g. \quad (1)$$

Sin embargo, el primer problema que presenta este indicador es que enmascara toda la variabilidad de las diferentes dimensiones que mide (2 de enfermedad presente (C,P) y 1 de enfermedad pasada pero curada O. Por ejemplo, un mismo valor de CPO de 12 puede estar indicando situaciones muy diversas, como de una persona con 8 piezas obturadas y 4 con Caries, y de otra con 5 cariadas y 7 perdidas. En ambos casos, los niveles de enfermedad son importantes (tienen 12/28 % de su piezas afectadas, es decir 'no sanas') pero no se sabe si la carga de enfermedad es la misma, ya que las piezas obturadas ponen de manifiesto la enfermedad Caries en el pasado.

2. DIFERENTES DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD PARA MODELOS DE CONTEO

Casi tan importante como poder modelar adecuadamente los modelos de conteo es fundamental en primer lugar identificar las posibles distribuciones de probabilidad. Para eso, en la Tabla 1 se presentan diferentes alternativas de modelos de probabilidad, en las que se modula la varianza en función de un factor de inflación γ y donde queda por lo tanto determinada una forma de variar la varianza que puede ser lineal como en el caso de la (BN- tipo II) y en forma cuadrática para la (BN-tipo I).

Para los casos de las *PIG* y *PG* las funciones de varianza son polinomios de grado 3 en μ , (Hilbe, 2011). Se puede comenzar por el caso más sencillo, con el Modelo de Poisson (MPoi), que tiene la siguiente función de cuantía, donde y expresa la variable aleatoria de conteo,

$$f(y; \mu) = \frac{\exp(-\mu) \cdot \mu^y}{y!} \quad (2)$$

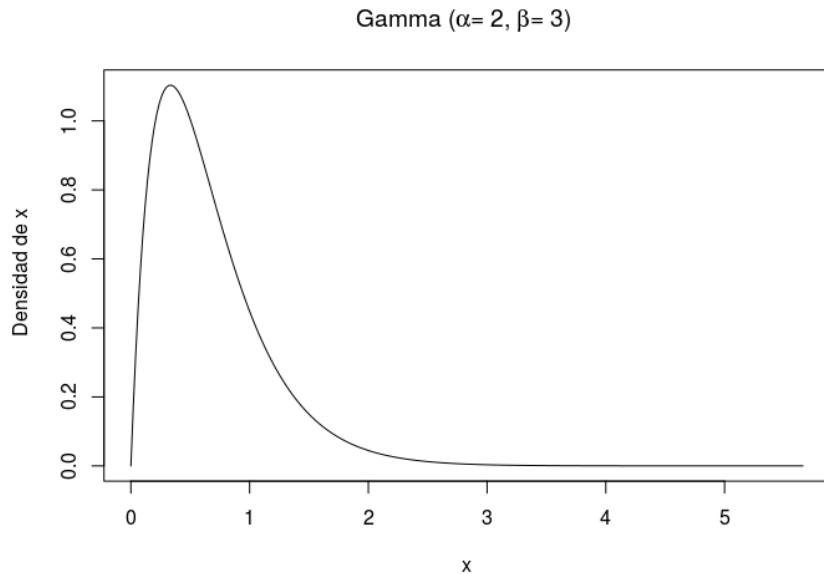


Figura 2: Densidad **Gamma**(α, β) para parámetro μ en distribución BN, Fuente: Elaboración propia.

Cuando existe sobredispersión se puede trabajar con un modelo (MBN), que es una mezcla de distribuciones de Poisson, con diferentes μ_i y el proceso de mezcla está dado por una distribución Γ para μ , donde $\mu \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$, (en realidad es lo que se llama mezcla Poisson-Gamma), es decir:

$$f(y|\mu) = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-\mu) \cdot \mu^y}{y!} f_{\Gamma}(\mu) d\mu \quad (3)$$

$$\mu \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta) \quad (4)$$

en donde el parámetro α controla la forma de la distribución y β su escala. Además su función de densidad está dada por:

$$f(\mu) = \begin{cases} \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \mu^{\alpha-1} e^{-\beta\mu} & \text{si } \mu \geq 0 \quad (\alpha > 0, \beta > 0) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5)$$

En la Figura 2 puede verse cual una posible forma de variar el parámetro μ , de acuerdo a una distribución $\text{Gamma}(\alpha, \beta)$.

Manejando la notación de Hilbe (2011), finalmente la Binomial Negativa (BN) de tipo II se puede expresar como:

$$f(y; \mu, \gamma) = \binom{y + \frac{1}{\gamma} - 1}{\frac{1}{\gamma} - 1} \left(\frac{1}{1 + \gamma\mu} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{\gamma\mu}{1 + \gamma\mu} \right)^y. \quad (6)$$

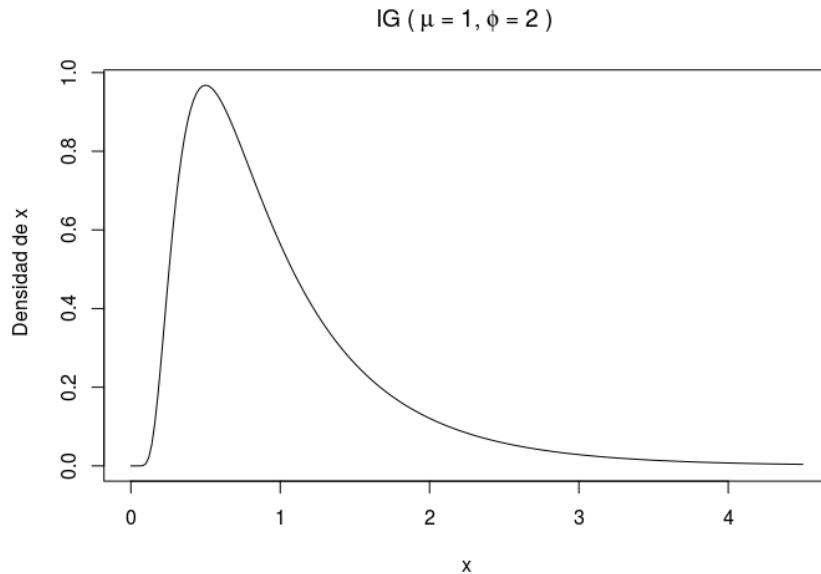


Figura 3: Densidad $IG(\mu, \phi)$, para parámetro μ en distribución PIG , Fuente: Elaboración propia.

Otra distribución de probabilidad para la forma de variar μ es del tipo Inversa Gaussiana(IGau). Es una distribución muy usada en Análisis de Sobrevida en el campo Médico y Actuarial, (Whitmore, 1975; Whitmore y Yalovsky, 1978), caracterizada por ser asimétrica con parámetros de media μ y precisión ϕ . Esto da origen a la Poisson Inversa Gaussiana (PIG), que se debe interpretar en forma similar al proceso de mezcla de Poisson-Gamma para la BN, con la diferencia que en este caso es una mezcla de Poisson y de Inversa Gaussiana, con $\alpha = \frac{1}{\phi}$, (Giner & Smyth, 2016; Wheeler, 2016).

$$f(y; \mu, \alpha) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\phi}{2\pi y^3}} \exp\left\{ \frac{-\phi(y-\mu)^2}{2\mu^2 y} \right\}, & \text{si } 0 < y < \infty \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (7)$$

Cuando se presentan datos que muestran que el parámetro de dispersión γ puede no ser fijo a lo largo de todas las observaciones, como es el caso de la BN y la PIG, es necesario incorporar un parámetro extra ρ que interviene en lo que se conoce como (MBNp).

Si se tiene en cuenta la función de varianza que surge de la Tabla 1, para la BN tipo I y la BN tipo II la diferencia es la siguiente:

$$\begin{cases} \text{Binomial Negativa (BN - tipo I)} & \mu \quad \mu(1 + \gamma\mu) = \mu + \gamma\mu \\ \text{Binomial Negativa (BN - tipo II)} & \mu \quad \mu(1 + \gamma) = \mu + \gamma\mu^2 \\ \text{Binomial Negativa - } \rho & \mu \quad \mu(1 + \gamma\mu^\rho) = \mu + \gamma\mu^\rho \end{cases}$$

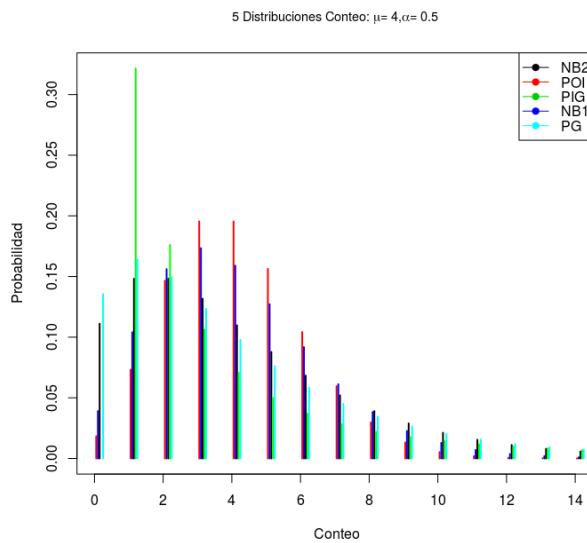


Figura 4: Comparación de diferentes distribuciones de Probabilidad para Modelos de Conteo, Fuente: Elaboración propia.

es decir, una potencia del término en $\gamma\mu$, donde ρ debe estimarse junto con el resto de los parámetros (Hilbe, 2011).

Por último, si bien es poco frecuente encontrar datos con *subdispersión*, existe otra alternativa de distribución de Probabilidad que es la *PG*, que tiene la siguiente expresión, con $\theta > 0$ y $|\delta| < 1$:

$$f(y; \theta, \delta) = \frac{\theta_1(\theta_1 + \delta y)^{y-1} e^{-\theta_1 - \delta y}}{y!}, \quad y = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

En Hilbe (2011), el autor presenta un estudio sobre tiempo en días de internación (TDI) de pacientes con patología coronaria que reciben 2 tipos de procedimientos quirúrgicos, los que muestran tener una media para TDI de 8.8 y un desvío estándar de 6.9, que muestra una sobre dispersión de 3.2. Sin embargo de los 3589 observaciones originales se intenta modelar el TDI de los que tienen menos de 8 días, siendo 1982 pacientes que verifican esa restricción mostrando una media de TDI de 4.4, con un desvío estándar de 2.30, con una dispersión de 0.79, lo que indica que no es conveniente en el contexto de regresión usar un MPoi o un MBN, con lo cual una alternativa es precisamente usar la distribución PG.

Es importante entonces, más allá de ver concretamente cada modelo antes planteado, compararlos visualmente, por lo cual para un valor dado de $\mu = 4$ y $\gamma = 0.5$, se presenta como se diferencian entre éstos.

Sin embargo, en la práctica se encuentran datos que presentan otras patologías como son el exceso de ceros o dado el problema, la no presencia de ceros como puede ser por ejemplo: los clásicos estudios de días de internación (donde se puede definir que el mínimo es 1), donde por definición el recorrido está truncado. Para eso se puede recurrir a los modelos que siguen.

2.1. Modelos Hurdle (MH)

Los *MH* o *Hurdle Models*, que podrían considerarse como modelos con *obstáculos*, son aquellos que combinan dos procesos de conteo, uno para los ceros, con $f_{\text{cero}}(y; z, \gamma)$ (censurado por la derecha en $y = 1$) y otro para conteos positivos (> 0). $f_{\text{cont}}(y; x, \beta)$ (truncado por la izquierda en $y = 1$), que puede ser de tipo Poisson, o Binomial Negativo, (Mullahy, 1986; Cameron, 1998).

$$f_{\text{hurdle}}(y; x, z, \beta, \gamma) = \begin{cases} f_{\text{cero}}(0; z, \gamma) & \text{si } y = 0, \\ \frac{(1-f_{\text{cero}}(0; z, \gamma)) \cdot f_{\text{cont}}(y; x, \beta)}{(1-f_{\text{cont}}(0; x, \beta))} & \text{si } y > 0. \end{cases} \quad (9)$$

Los parámetros del modelo β , γ , y potenciales parámetros de dispersión θ (si f_{cont} o f_{cero} o ambos con densidad negativa binomial) se estiman por Máxima Verosimilitud, donde la especificación de la verosimilitud tiene la ventaja de que los componentes del conteo y de hurdle pueden maximizarse en forma separada.

La regresión sobre la media es:

$$\log(\mu_i) = x_i^\top \beta + \log(1 - f_{\text{cero}}(0; z_i, \gamma)) - \log(1 - f_{\text{cont}}(0; x_i, \beta)) \quad (10)$$

2.2. Modelos con Exceso de Ceros (MEC)

Los *MEC* (de tipo Poisson (PEC), Binomial Negativa (BNEC)) son modelos de mezcla, que combinan un componente de conteo y una masa de probabilidad en cero, con el restante modelo para los conteos > 0 (Cameron, 1998; Hilbe, 2011).

En este caso, hay dos fuentes de cero para el modelo, provenientes de la masa puntual en cero $I_{\{0\}}(y)$ y del modelo de conteo con distribución $f_{\text{cont}}(y; x, \beta)$. La probabilidad de observar un conteo de cero se incrementa con probabilidad $\pi = f_{\text{cero}}(0; z, \gamma)$

$$f_{\text{ceroinfl}}(y; x, z, \beta, \gamma) = f_{\text{cero}}(0; z, \gamma) \cdot I_{\{0\}}(y) + (1 - f_{\text{cero}}(0; z, \gamma)) \cdot f_{\text{cont}}(y; x, \beta) \quad (11)$$

donde $I(\cdot)$ es la función indicadora y la probabilidad no observada π de pertenecer al componente de masa puntual se modela con un MLG de tipo binomial $\pi = g^{-1}(z^\top \gamma)$.

La ecuación de regresión para la media es

$$\mu_i = \pi_i \cdot 0 + (1 - \pi_i) \cdot \exp(x_i^\top \beta), \quad (12)$$

usando la función de enlace canónico.

A partir de los diferentes alternativas de modelos planteados hasta aquí se busca el objetivo de identificar los modelos de probabilidad que mejor ajustan al componente C del CPO, de los planteados en la Tabla 1, para luego en contextos de modelos de regresión ver cual es la mejor alternativa, que puede ser un modelo sencillo al trabajar con una sola distribución de probabilidad o modelos más complejos, necesarios para el caso de que exista sobredispersión y exceso de ceros.

Tabla 2: Conjunto de variables regresoras usadas para los modelos de conteo en *RPAFO2015*

Descripción de Variables explicativas		
Variable	Nombre	Descripción
V(1)	CPO	(Nivel de CPO) (C)
V(2)	edad	edad en años(C)
V(3)	sexo	Sexo (2 niveles)
V(4)	niveledu	Nivel educativo (4 niveles)
V(5)	ingresos	Ingresos percibidos (3 niveles)
V(6)	alcohol	Nivel de consumo de alcohol (3 niveles)
V(7)	bebida azucarada	Nro de días que consume bebidas azucaradas (C)
V(8)	fumaactual	Fuma actualmente (2 niveles)

3. APLICACIÓN DE MODELOS DE CONTEO ALTERNATIVOS PARA LOS COMPONENTES C, P, Y EN RELEVAMIENTO EN POBLACIÓN QUE SE ASISTE FACULTAD DE ODONTOLOGÍA 2015

Para evaluar cómo funcionan las distribuciones y los modelos antes presentados, se trabaja con los datos provenientes del 'Relevamiento en población que se asiste Facultad de Odontología 2015 (RPAFO2015)' estudio sobre personas que demandan atención en la Facultad de Odontología de la Universidad de la República, Uruguay ^d, donde se analiza el componente *C*, tratando de identificar su distribución, para luego estimar modelos de regresión usando las siguientes variables explicativas. Este estudio se aplicó a una muestra de 602 personas que consultan en el período que corresponde a mayo 2015-junio 2016, que se seleccionan mediante muestreo sistemático, se les aplica un cuestionario sociodemográfico y un examen completo de la boca, en donde se evalúa el estado de las piezas dentales y de la mucosa, además de medidas antropométricas, de Presión Arterial (PA) y de glicemia (Gli). El tamaño muestral se determinó para poder medir prevalencias de hasta 25 % con un margen de error $\delta = 0.05$ y un nivel de confianza $1 - \alpha = 0.95$ y cubrir hasta una tasa de no respuesta del 90 %. Finalmente, de los 640 originalmente calculados, se obtuvieron 602, que representa una fracción de muestreo de alrededor del 10 % del total de personas que consultan anualmente.

Se detallan las variables explicativas que se usarán para modelar los diferentes componentes del CPO en la Tabla 2.

^dPacientes evaluados por los odontólogos del Servicio de registros de la Facultad, desarrollado en el marco del proyecto 'Investigación y Desarrollo' de la Comisión Sectorial de Investigación Científica (CSIC), 2014 de la Universidad de la República

Tabla 3: Medidas de resumen de los componentes de CPO

Componentes	n	\bar{x}	sd	mediana	mínimo	máximo
C	602	2.50	3.05	2	0	25
P	602	10.17	8.48	8	0	32
O	602	3.66	4.10	2	0	22
CPO	602	16.33	8.11	17	0	32

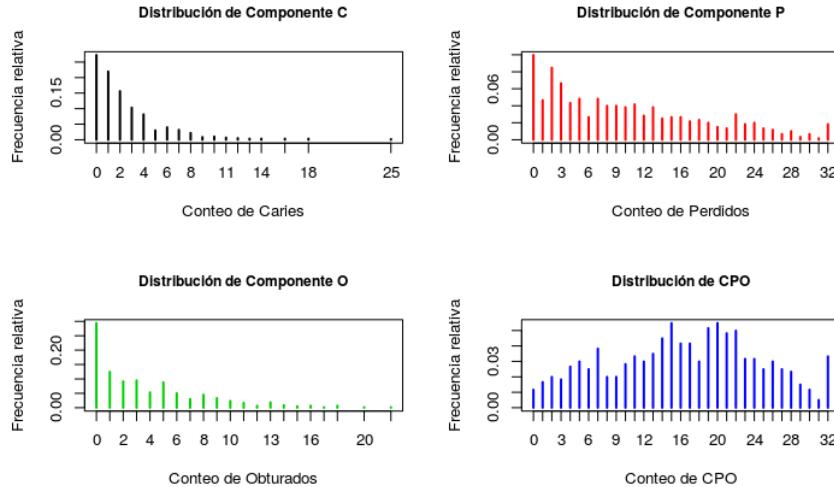
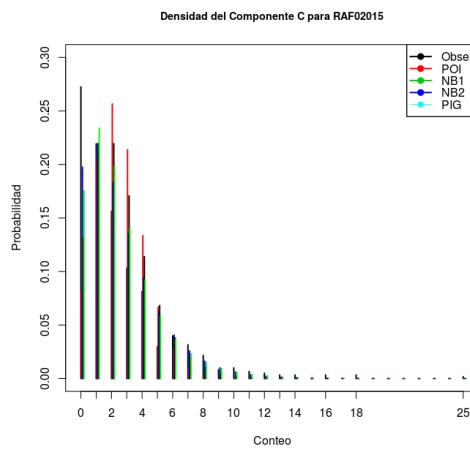
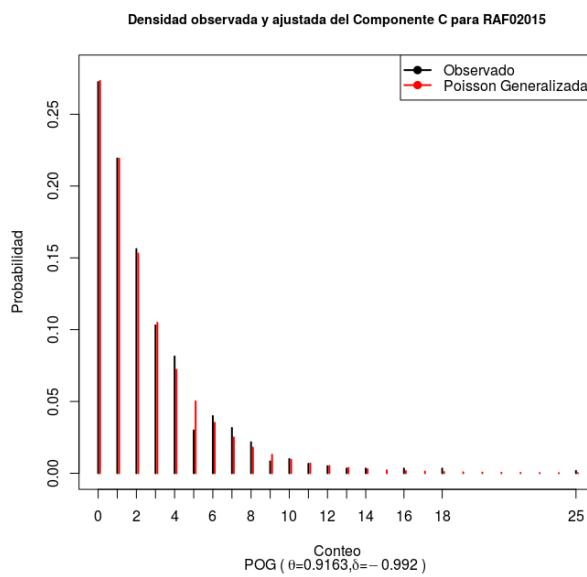


Figura 5: Distribución para el CPO y sus 3 componentes, Fuente: Elaboración propia.

En principio, en la Tabla 3, se tiene la distribución para los tres componentes y el CPO. Si bien se estiman modelos para los tres componentes y el CPO, se muestra con particular detalle lo referente al componente C, dada la forma que presenta en este caso para los datos de la RPAFO2015 y la importancia que desde el punto de vista epidemiológico tiene.

Usando las librerías *COUNT*, (Hilbe, 2016) y *gamlss* (Rigby & Stasinopoulos, 2005) del software R Core Team (2016), se puede estimar la mejor distribución paramétrica para ajustar la variable C. Si bien en los resultados aparecen modelos que consideran inflación de 0, solamente se presentan los cinco modelos paramétricos vistos en la sección 2.

En la Figura 6 se presentan los ajustes hechos para el componente C, considerando que el parámetro μ estimado por la media muestral $\bar{x} = 2.5$, lo que lleva a tener que evaluar una mejor alternativa, siendo que el *PG* es el mejor, tal como se ve en la Tabla 4, donde aparece el criterio de ajuste por el estadístico *AIC* y la Figura 7, que muestra que es la mejor alternativa.

Figura 6: Distribución de diferentes $MCont$ para C , dado el valor de $\mu = 2.5$, Fuente: Elaboración propia.Figura 7: Ajuste del C, dado el valor de $\mu = 2.5$ para un modelo PG , Fuente: Elaboración propia.Tabla 4: Ajuste de la distribución del componente C

tipo de $MCont$	modelo ajustado para componente C		
	AIC	parámetros	
PG	2522.3	$\mu = 2.5$	$\gamma = 0.370$
NBII	2525.0	$\mu = 2.5$	$\gamma = 2.44$
NBI	2525.1	$\mu = 2.5$	$\gamma = 0.979$
PIG	2525.8	$\mu = 2.5$	$\gamma = 1.23$
PO	3150.2	$\mu = 2.5$	$\gamma = 0$

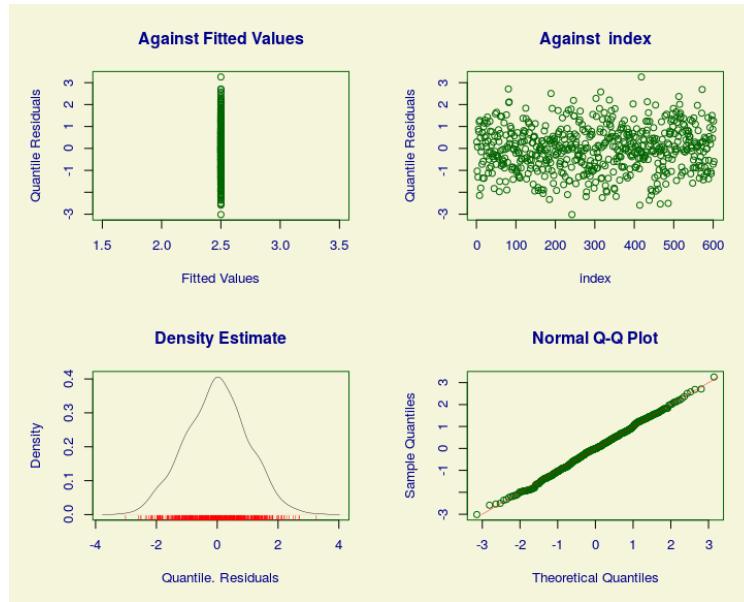


Figura 8: Gráficos de Bondad de ajuste para el modelo de conteo *PG* para C, Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 8 puede verse que se cumplen las características para que el ajuste sea adecuado, tal como residuos con media 0, distribución aparentemente gaussiana, a partir de la densidad y cuantiles empíricos que coinciden con los teóricos, donde no aparece un patrón o sesgo en las observaciones. En la Tabla 4 se muestra un resumen de los mejores modelos *MCont* ajustados para el CPO y sus tres componentes. En cada modelo ajustado se realiza el mismo proceso iterativo para encontrar el modelo con mejores indicadores de bondad como el *AIC*, el *SBC* y la devianza global y a su vez se realiza el diagnóstico de ajuste a través de los residuos.

Para entender mejor los resultados encontrados se presenta en la Tabla 5 para cada componente del CPO cual es la bondad de ajuste y la jerarquía que queda para los diferentes *MCont* presentados en sección 2 y donde finalmente, en la Tabla 6, se consigna solamente los *MCont* presentados en detalle previamente. Un aspecto a tener en cuenta es que los coeficientes que se presentan en la Tabla 5 están expresados a través de la función de enlace que es de tipo logarítmico y se usa la base de logaritmos naturales.

Finalmente, antes de pasar a la etapa de elaboración de modelos de pronóstico con las variables regresoras presentadas en la Tabla 2, en la Figura 9 se presentan los mejores modelos ajustados para el CPO y sus 3 componentes.

Tabla 5: Ranking de ajuste de los *MCont* para CPO y sus 3 componentes

Ranking de modelos de conteo por componente	
modelos para componente C	
Modelo	Ranking
Poisson	29
Binomial Negativa (BN - tipo I)	13
Binomial Negativa (BN - tipo II)	12
PIG	14
PG	1
modelos para componente P	
Modelo	Ranking
Poisson	29
Binomial Negativa (BN - tipo I)	9
Binomial Negativa (BN - tipo II)	10
PIG	22
PG	21
modelos para componente O	
Modelo	Ranking
Poisson	29
Binomial Negativa (BN - tipo I)	21
Binomial Negativa (BN - tipo II)	11
PIG	22
PG	21
modelos para componente CPO	
Modelo	Ranking
Poisson	27
Binomial Negativa (BN - tipo I)	10
Binomial Negativa (BN - tipo II)	9
PIG	19
PG	16

Tabla 6: Ajuste de la distribución de CPO y sus 3 componentes

Tipo	modelo ajustado para componente C			
	parámetros			
<i>PG</i>	Coeficientes	E.E.	t	Pr(> t)
	$\mu = 0.916$	0.049	18.44	< 0.001
	$\gamma = -0.992$	0.0789	-12.56	< 0.001
	Devianza Global =2518.39	AIC=2522.39	SBC=2531.2	
Tipo	modelo ajustado para componente P			
	parámetros			
<i>NB-I</i>	Coeficientes	E.E.	t	Pr(> t)
	$\mu = 2.32$	0.039	58.63	< 0.001
	$\gamma = -0.168$	0.066	-2.35	0.011
	Devianza Global =4048	AIC=4052	SBC=4060	
Tipo	modelo ajustado para componente O			
	parámetros			
<i>NB-II</i>	Coeficientes	E.E.	t	Pr(> t)
	$\mu = 1.29$	0.05	25.16	< 0.001
	$\gamma = 1.57$	0.095	16.60	< 0.001
	Devianza Global =2904.1	AIC=2908.1	SBC=2917.1	
Tipo	modelo ajustado para componente CPO			
	parámetros			
<i>NB-II</i>	Coeficientes	E.E.	t	Pr(> t)
	$\mu = 2.59$	0.023	119.80	< 0.001
	$\gamma = 1.46$	0.078	18.8	< 0.001
	Devianza Global =4304.1	AIC=4308.1	SBC=4316.1	

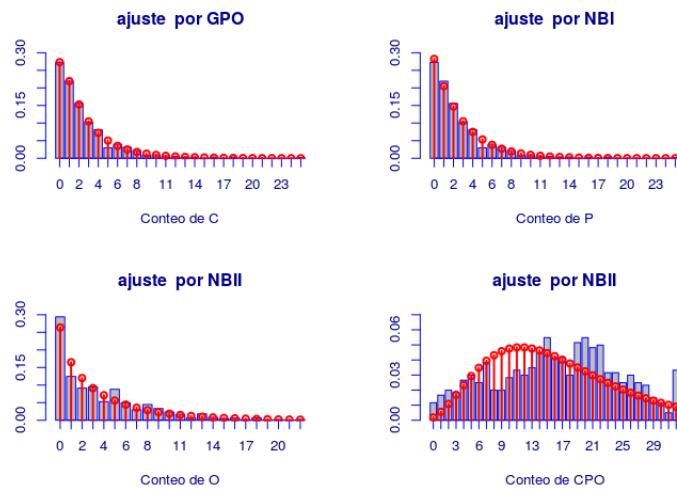


Figura 9: Representación gráfica de los modelos de probabilidad ajustados para CPO y sus 3 componentes, Fuente: Elaboración propia.

Tabla 7: Medidas de resumen de las variables regresoras para componente C

Medidas de resumen								
Variables	n	\bar{x}	sd	mediana	min	max		
V(1) CPO	602.00	16.33	8.11	17.00	0.00	32.00		
V(2) edad	602.00	45.02	16.85	44.00	18.00	85.00		
V(7) bebida azucarada	583.00	3.11	2.95	2.00	0.00	7.00		
Tablas de frecuencia								
V(3) sexo	Femenino :352			Masculino:250				
V(4) niveledu	1: 170	2: 175	3: 162	4: 93	Sin datos: 20			
V(5) ingresos	1: 325	2: 189	3: 58	Sin datos: 30				
V(6) alcohol	No consume: 214	mensual: 364	semanal/diario: 21	Sin datos: 3				
V(8) fumactual	No : 399	SI: 199	Sin datos: 4					

En la Tabla 7 se presentan las medidas de resumen para las variables regresoras del componente C , ya que solamente por ser de los tres el más relevante desde el punto de vista epidemiológico y el más frecuentemente estudiado, será el único analizado mediante modelos de regresión en este trabajo.

El modelo estimado presentado en la Tabla 8 toma en cuenta la sobredispersión que existe para el conteo de Caries, que este caso es de casi 2.5. Observando el modelo se podría pensar que existe una relación entre el número de C y el sexo, la edad, la ingesta de bebidas azucaradas y las personas que tienen un mayor ingreso.

Tabla 8: Modelo de regresión quasi-Poisson para componente C

	Coeficiente	EE	valor z	Pr(> z)
(Intercepción)	-0.349	0.153	-2.27	0.0234
CPO	0.0578	0.007	8.00	0.0000
edad	-0.034	0.004	-8.62	0.0000
sexo=Masculino	0.285	0.085	3.33	0.0009
bebida azucarada	0.049	0.015	3.23	0.0013
ingresos(2)	-0.127	0.094	-1.36	0.175
ingresos(3)	-0.378	0.170	-2.22	0.026

Parámetro de Dispersión =2.463

Tabla 9: Modelo de regresión NBI para componente C

	Coeficiente	EE	valor z	Pr(> z)
(Intercepción)	-0.4259	0.1526	-2.79	0.0052
CPO	0.0621	0.0076	8.17	0.0000
edad	-0.0322	0.0039	-8.28	0.0000
sexo=Masculino	0.3126	0.0899	3.48	0.0005
bebida azucarada	0.0461	0.0156	2.95	0.0032
ingresos(2)	-0.0928	0.0966	-0.96	0.3367
ingresos(3)	-0.3956	0.1616	-2.45	0.0143

Parámetro de Dispersión para quasipoisson =2.463

Tabla 10: Modelo de regresión GPO para componente C

Coeficientes para parámetro θ				
Variables	Coeficiente	EE	valor z	Pr(> z)
(Intercepción)	-0.455	0.162	-2.804	0.0052
CPO	0.0637	0.008	7.487	< 0.0001
edad	-0.0321	0.0038	-8.237	< 0.001
sexo=Masculino	0.319	0.091	3.496	< 0.001
bebida azucarada	0.0455	0.016	2.833	< 0.005
ingresos(2)	-0.088	0.097	-0.909	0.363
ingresos(3)	-0.396	0.158	-2.505	0.012

Coeficientes para parámetro δ				
Variables	Coeficientes	EE	valor z	Pr(> z)
(Intercepción)	-1.472	0.105	-14.02	< 0.001

Trabajando con un modelo de probabilidad de Tipo NBII en función de los valores consignados en la columna Coeficiente, Error Estándar (EE), (que ya se vio que ajusta mejor a los datos) como aparecen en la Tabla 5, los resultados aparecen en la Tabla 9.

Si en lugar de estimar un modelo *MH* con distribución Poisson para el componente truncado se usa la distribución *BN*, donde aparece el parámetro de dispersión, los resultados cambian tal como se muestra en la Tabla 12 y donde ambos se pueden comparar para observar la mejoría en usar el modelo más complejo a través del test de Wald, que muestra que los cambios al usar el modelo con *BN* para el componente truncado no son relevantes.

Tabla 11: Modelo de regresión *MH* para componente C, con distribución Poisson

Modelo de Conteo <i>MH</i> con distribución Poisson				
Coeficientes para modelo con función de enlace logit				
Variables	Coeficiente	EE	valor z	Pr(> z)
(Intercepto)	1.715	0.316	5.42	< 0.0001
CPO	0.057	0.017	3.33	< 0.0001
edad	-0.035	0.007	-4.50	< 0.0001
sexo=Masculino	0.438	0.209	2.09	0.0363
ingresos(2)	-0.139	0.220	-0.63	0.527
ingresos(3)	-0.835	0.310	-2.68	0.007

Modelo de Conteo con distribución Poisson truncado				
Coeficientes del modelo				
Variables	Coeficiente	EE	valor z	Pr(> z)
(Intercepto)	1.27	0.112	11.25	< 0.0001
CPO	0.057	0.005	11.13	< 0.0001
edad	-0.030	0.002	-11.18	< 0.0001
sexo=Masculino	0.244	0.059	3.82	< 0.0001
bebida azucarada	0.045	0.010	4.27	< 0.0001

Tabla 12: Modelo de regresión *MH* para componente C, con distribución Binomial Negativa

Modelo de Conteo <i>MH</i> con distribución <i>BN</i>				
Coeficientes para modelo con función de enlace logit				
Variables	Coeficiente	EE	valor z	Pr(> z)
(Intercepto)	1.715	0.316	5.42	< 0.001
CPO	0.057	0.017	3.33	< 0.001
edad	-0.035	0.007	-4.50	< 0.001
sexo=Masculino	0.438	0.209	2.09	0.036
ingresos(2)	-0.139	0.220	-0.63	0.527
ingresos(3)	-0.835	0.310	-2.68	0.007

Coeficiente $\sigma = 2.034$ para modelo <i>BN</i>				
Modelo de Conteo con distribución <i>BN</i> truncada				
Coeficientes del modelo				
Variables	Coeficiente	EE	valor z	Pr(> z)
(Intercepto)	0.968	0.188	5.12	< 0.001
CPO	0.071	0.009	7.31	< 0.001
edad	-0.034	0.004	-7.61	< 0.001
sexo=Masculino	0.270	0.100	2.69	< 0.001
bebida azucarada	0.046	0.018	2.55	0.011
Log(σ)	0.712	0.208	3.41	< 0.001

Finalmente en la Tabla 13 puede verse un resumen con la performance de los diferentes modelos, donde se presentan además indicadores de ajuste, donde la mejor opción es el modelo con obstáculos y distribución de conteo truncado de tipo *BN*, aunque igual subestima la cantidad de personas sanas de Caries, lo que estaría marcando que el modelo hallado parece adecuarse a una población más enferma, por lo que se plantea la necesidad de seguir indagando para identificar un mejor modelo.

Tabla 13: Performance de los diferentes modelos de regresión para componente C, usando modelos paramétricos (MLG) y modelos con obstáculos

Tipo	Modelos vía (MLG)		Modelos con obstáculos	
	Poisson	BN	Poisson MH-Hurdle	BN-MH
# de parámetros	7	8	13	12
<i>AIC</i>	2471	2182	2340	2212
<i>SBC</i>	2500	2216		
<i>Log(L)</i>	-1228	-1083	-1156	-1094
$\sum_1^{602} x_i = 0$	82	143	146	146

4. DISCUSIÓN SOBRE LA DISTRIBUCIÓN Y EL MODELADO DE LOS COMPONENTES DE CPO

Luego de presentados los diferentes modelos de probabilidad en la sección 2, puede verse la forma de la distribución de los 4 componentes del estudio *RPAFO2015*, donde en primer lugar en esta sección se discute sobre modelado del componente C dada la importancia de éste desde el punto de vista epidemiológico y de la Salud Pública, para luego presentar el comportamiento observado para los restantes componentes del CPO.

Puede verse por lo tanto que si se trabaja solamente con la distribución de C con independencia del resto de las variables (es decir la distribución incondicional o en un contexto sin variables regresoras), puede decirse que el mejor *MCont* es el que corresponde a la *BN-II*, como se ve gráficamente en la Figura 6, pero sin perder de vista que para los 5 modelos paramétricos presentados en 2, el ajuste es pobre.

Por tales motivos tal como se adelantó en la sección 3, la mejor alternativa es la *PG*, tal como se presenta en la Tabla 6, donde de un total de 29 distribuciones de conteo que se pueden estimar a través de la librería *gamlss*, (Rigby & Stasinopoulos, 2005), la *PG* está en el primer lugar. Entre todas esas distribuciones de conteo están las básicas presentadas en la sección 2, que corresponden a las ecuaciones 2.1 y 2.2, y varias variantes de las mismas que dada su complejidad matemática se dejan de lado. En la Figura 9, se presenta la calidad del ajuste que muestra que los residuos tienen media 0, distribución aparentemente gaussiana, a partir de la densidad y cuantiles empíricos que coinciden con los teóricos, donde no aparece un patrón o sesgo en las observaciones.

Si ahora se considera el resto de los componentes del CPO, el ajuste de éstos a través de *MCont* básicos es insuficiente, salvo para el componente P. Para el caso de O, con un ajuste por una *BN-II* los datos, muestran un exceso de 0 y una diferencia importante. Para terminar esta parte del análisis el CPO es la variable de conteo que dado su comportamiento de no monotonía y ser multimodal, parece difícil de responder a un modelo con distribución conocido, sino que parece adecuado considerar a un proceso de mezcla.

En cambio en un contexto de regresión en las Tablas 9 y 10 se presentan los resultados de ajustar por un *MPoi* y un *BN*, dada la sobredispersión que existe y donde de las 8 variables regresoras previamente consideradas en la Tabla 3, solamente resultan significativas el CPO, la edad, el sexo, la cantidad de días en la semana donde se ingiere bebidas azucaradas y el ingresos de los individuos participantes del estudio. Para ambos modelos, donde los coeficientes muestran valores similares, se consideran las variables que son significativas y la asociación con el logaritmo del número medio de caries muestra resultados esperables. La cantidad de Caries se asocia con un mayor nivel de CPO, con un aumento promedio de una Caries por cada punto extra en el CPO, con un decremento de casi una Caries por cada año por encima de la media, lo que podría explicarse porque al aumentar la edad las personas tiene menos piezas presentes; a su vez el consumo diario de bebidas azucaradas tiene un aumento promedio de una caries por cada día en que la persona consume bebidas. Un aspecto importante para ambos modelos es la importancia del coeficiente asociado a sexo masculino, donde el número medio de Caries es de casi 1.36 con respecto a las mujeres. Finalmente los ingresos muestra una asociación negativa donde las personas que están en el último tramo de ingresos tienen una reducción en el número de Caries importante con respecto a los del primer tramo, que es la referencia.

Todos estos resultados son muy similares para ambas versiones de los modelos y podrían resultar en la elaboración de teoría epidemiológica que para el investigador en Biomedicina no advertido podría llevarlo a cometer errores, si no se toma en cuenta un aspecto que en general no se considera y es la capacidad predictiva del modelo estimado.

Para este caso donde el conteo muestra comportamiento patológico al tener sobredispersión y exceso importante de 0, es fundamental verificar el grado de ajuste y no alcanza por lo tanto que las variables sean significativas, ya que no tomar en cuenta este aspecto puede llevar al investigador en Biomedicina que trabaje con modelos similares a cometer errores muy importantes pautando asociaciones entre variables que en la práctica no se dan.

En particular interesa ver que sucede con el conteo de 0. El componente C muestra que hay 164 personas sanas de Caries, es decir con un conteo=0, mientras que los 2 modelos básicos estimados para el caso de Poisson pronostican 82 personas sin Caries y el modelo de la *BN* el conteo es de 143. Por eso motivo los modelos con obstáculos o *MH* con distribución de conteo truncada que se presentan en las Tablas 11 y 12, muestran una mejor capacidad de detectar personas con C=0 y a su vez las variables regresoras de cada parte del modelo pautan un aspecto muy importante que se detalla a continuación.

La parte del modelo *MH* que se modela mediante un logit y es el que permite saltar el obstáculo, es el muestra que perfil tiene la persona para tener o no Caries, que en el caso del *MH* Poisson son el CPO, la edad, el sexo, el nivel de ingesta de bebidas azucaradas y el ingreso, mientras que para la parte del modelo truncado la ingesta no se debe tener en cuenta y el ingreso pasa a tener un efecto contrario al cambiar de signo.

Para el caso del modelo MH Binomial Negativo, las variables que permiten saltar el obstáculo a través del modelo logit son CPO, edad, sexo e ingreso, mientras que para la parte del modelo truncado desaparece el ingreso, mientras que la ingesta de bebidas azucaradas aparece como una variable moduladora en el aumento del conteo de Caries.

5. CONCLUSIONES PARA LOS MCONT PARA EL ESTUDIO RPA-FO2015

De los resultados encontrados resulta fundamental recordar los siguientes pasos que debería seguir el investigador biomédico al trabajar con este tipo de datos que presentan varias patologías desde el punto de vista estadístico, por lo cual no se pueden usar los modelos básicos de conteo.

- Previamente examinar cuáles pueden ser las distribuciones que reproducen los conteos (en este caso C,P,O) independientemente de los modelos que se deseen elaborar para encontrar asociaciones;
- No alcanza con encontrar variables significativas con las cuales desarrollar teoría epidemiológica que tenga sentido para el investigador, ya que estaría basada en modelos que no son comparables con los datos bajo estudio; en el caso presentado las asociaciones son válidas para poblaciones menos enfermas (hay menos gente con Caries);
- Es necesario usar modelos combinados más complejos como los que se componen de 2 submodelos
 - Uno que trabaja con personas que no tienen Caries, aspecto que se modela con el componente 1 del modelo (MH);
 - Cuando tienen Caries, la cantidad de éstas se modelan con el componente 2 del modelo (MH).

Podría suceder que las variables regresoras que se usan para salir del obstáculo no necesariamente sean las mismas que las que contribuyen a modelar el conteo truncado (> 0) e incluso siendo las mismas pueden cambiar el sentido de la asociación o la intensidad de las mismas con coeficientes con distintos valores.

Si bien no se trabajó con el resto de los componentes del CPO o el CPO mismo en un contexto de regresión ya se vió que las distribuciones no son identificables fácilmente a través de un modelo explícito de los presentados, sino que hay que pensar en identificar mezclas de distribuciones.

Como último comentario siempre es deseable manejar modelos parsimoniosos pero es deber del investigador conocer las limitaciones de los mismos y lograr un equilibrio entre modelo sencillo pero adecuado.

Referencias

- Breilh, J. (2010). La epidemiología crítica: una nueva forma de mirar la salud en el espacio urbano. *Salud Colectiva*, 31, 152-157. [Consultada 2021]. Disponible en: <https://doi.org/10.18294/sc.2010.359>.
- Cameron, A. & Trivedi, P. (1998). Regression analysis of count data. Cambridge, UK New York, NY, USA: Cambridge University Press, ISBN: 0521635675 paperback, 432 pages.
- Fejerscov, O. (2004). Changing paradigms in concept son dental Caries: Consequences for oral health care. *Caries Research*, 38, 182-191, [Consultada 2021]. Disponible en: <https://doi.org/10.1159/000077753>.
- Giner, G. y Smyth, G. K. (2016). statmod: probability calculations for the inverse gaussian distribution. *R Journal*, 8(1), 339–351.
- Hilbe, J. (2011). Negative binomial regression. Cambridge University Press.
- Hilbe, J. M. (2016). COUNT: Functions, Data and Code for Count Data. R package version 1.3.4.
- Holst, D., Schuller, A., Aleksejuniené, J., & Eriksen, H. (2001). Caries in populations—a theoretical, causal approach. *European journal of oral sciences*, 109(3), 143–48. [Consultada 2021]. Disponible en: <https://doi.org/10.1034/j.1600-0722.2001.00022.x>
- Maltz, M., Jardim, J. J., & Alves, L. S. (2010). Health promotion and dental Caries. *Brazilian oral research*, 24 Suppl 1, 18–5. [Consultada 2021]. Disponible en: <https://doi.org/10.1590/s1806-83242010000500004>
- Mullahy, J. (1986). Specification and testing of some modified count data models. *Journal of Econometrics*, 33(3), 341–65.
- Petersen P. E. (2004). Challenges to improvement of oral health in the 21st century—the approach of the WHO Global Oral Health Programme. *International dental journal*, 54(6 Suppl 1), 329–343. [Consultada 2021]. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/j.1875-595x.2004.tb00009.x>
- R Core Team (2016). A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Rigby, R., & Stasinopoulos, D. (2005). Generalized additive models for location, scale and shape. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 54(3), 507-554. [Consultada 2021]. Disponible en: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9876.2005.00510.x>
- Wheeler, B. (2016). SuppDists: Supplementary Distributions. R package version 1.1-9.4.
- Whitmore, A. G. (1975). The inverse Gaussian distribution as a model of hospital stay. *Health Services Research*, 10(3), 297–302.

Whitmore, A. G. & Yalovsky, M.(1978). A normalizing logarithmic transformation for inverse Gaussian random variables. *Technometrics*, 20(2), 207–208, [Consultada 2021]. Disponible en: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00401706.1978.10489648>.

TAXONOMÍA Y DISTRIBUCIÓN DE LOS PECES SYNODÓNTIDOS (AULOPIFORMES: SYNODONTIDAE) DEL PACÍFICO AMERICANO^a

TAXONOMY AND DISTRIBUTION OF THE SYNODONTID FISH (AULOPIFORMES: SYNODONTIDAE) OF THE AMERICAN PACIFIC

ANDREA POLANCO F.^{b*}, ARTURO ACERO P.^c

Recibido 19-07-2020, aceptado 01-06-2021, versión final 30-06-2021.

Artículo Investigación

RESUMEN: La familia de peces óseos Synodontidae (orden Aulopiformes) incluye más de 70 especies en cuatro géneros a nivel mundial. En este trabajo se realiza una revisión taxonómica estudiando los caracteres merísticos y morfométricos de las cinco especies que existen en el Pacífico oriental. Se proveen fichas taxonómicas de las especies presentando el conocimiento de las especies incluyendo análisis morfológico, talla, hábitos, batimetría, coloración, nombre común y distribución. Se evidencia el aporte de los caracteres morfológicos de la cabeza para la diferenciación de las especies a través de un análisis de componentes principales y se provee una clave taxonómica del grupo para el Pacífico oriental Tropical.

PALABRAS CLAVE: Peces lagarto; Pacífico oriental; *Synodus*, peces demersales.

ABSTRACT: Synodontidae (order Aulopiformes), a family of bony fishes, includes about 4 genera and 70 species in the world. In this work, a taxonomic revision is carried out by studying the meristic and morphometric characters of the five species that exist in the eastern Pacific. Taxonomic analysis of the species are provided presenting the knowledge of the species including morphological analysis, size, habits, bathymetry, coloration, common name and distribution. The contribution of the morphological characters of the head for the differentiation of the species is demonstrated through a principal component analysis and a taxonomic key to the group for the Eastern Tropical Pacific is provided.

KEYWORDS: Lizard fish; Eastern Pacific; *Synodus*; demersal fishes.

1. INTRODUCCIÓN

Synodontidae es una familia de peces óseos perteneciente al orden Aulopiformes que es considerada monofiliética (Baldwin & Johnson, 1996; Betancur-R *et al.*, 2017). Contiene las subfamilias Harpadontinae, con los

^aPolanco, A. & Acero, A. (2021). Taxonomía y distribución de los peces synodóntidos (aulopiformes: synodontidae) del Pacífico Americano. *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 126–149. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.89261>

^bInstituto de Investigaciones Marinas y Costeras, Invemar

* Autor para la correspondencia: andrea.polanco@invemar.org.co

^cInstituto de Estudios en Ciencias del Mar, Cecimar, Universidad Nacional de Colombia, Playa Salguero, Santa Marta, Colombia,

géneros *Harpodon* (restringido al Indo-Pacífico occidental) y *Saurida*, y *Synodontinae*, con *Synodus* y *Trachinocephalus*. Baldwin & Johnson (1996), en su estudio sistemático de los Aulopiformes, consideran que los cuatro géneros de synodóntidos son monofiléticos. Esta familia, con algo más de 70 especies distribuidas en los trópicos y subtrópicos, es de hábitats tanto continentales como insulares (Nelson *et al.*, 2016). Los synodóntidos o peces lagartos juegan un papel ecológico relevante ya que se caracterizan por ser depredadores activos, alimentándose de peces e invertebrados y de larvas en proceso de asentarse en el bentos (Leis & McCormick, 2002). Sus larvas son parte importante de las comunidades planctónicas en los mares donde habitan (Richardson, 2006). Estos peces también son un componente principal de la fauna acompañante en la pesca comercial (Gómez, 1972; Manjarrés *et al.*, 1998; Medina, 2002). Son considerados relativamente basales, pero son exitosos en las plataformas y taludes continentales e insulares en los trópicos; esto es particularmente interesante, pues esas áreas se hallan dominadas por miembros de órdenes más derivados, como Gobiiformes, Blenniiformes, Lutjaniformes, Tetraodontiformes y Perciformes. Norman (1935) realizó una revisión de los synodóntidos de los géneros *Saurida*, *Synodus* y *Trachinocephalus*. No se conoce ninguna revisión de la familia para el Pacífico americano; solo las citas en las obras de ciertos autores como Bussing & Lavenberg (1995), Rubio (1988), Chirichigno & Cornejo (2001) y Robertson & Allen (2002); Robertson & Allen (2015), con algunas características y comentarios sobre sus hábitos y distribuciones; así como los registros larvarios de Beltrán-León & Ríos (2000).

Anderson *et al.* (1966) estudiaron la familia para el Atlántico occidental, estableciendo los parámetros metodológicos y los criterios para caracterizar estos peces, separando sus especies con base en los fundamentos clásicos de la ictiología, esto es diferencias morfométricas y merísticas. Russell (2002) se basó en dicho trabajo para hacer un recuento de las especies del Atlántico centro-occidental. Otros autores han seguido la propuesta metodológica de Anderson *et al.* (1966) para estudiar a los synodóntidos, como Cressey (1981), quien realizó una revisión del género *Synodus* para el Indo-Pacífico occidental, y Waples & Randall (1988), quienes revisaron a *Synodus* en Hawaii. Polanco (2002) realizó una revisión preliminar de la familia para la costa Caribe colombiana, comparando los especímenes colombianos con los datos de Anderson *et al.* (1966).

Este trabajo busca determinar las especies válidas de synodóntidos que existen en el Pacífico americano, realizando las redescripciones necesarias. La resolución de las preguntas taxonómicas se hizo necesaria debido a los frecuentes errores que aparecen en trabajos dedicados a los peces del Pacífico americano.

2. METODOLOGÍA

Se examinaron muestras de la costa Pacífica colombiana de numerosos puntos geográficos, depositadas en el Museo de Historia Natural Marina de Colombia (Invemar). Para las especies del Pacífico oriental se incluyó material de numerosas localidades desde San Diego, California (EE. UU.), hasta El Callao, Perú. (Tabla 1).

Tabla 1: Localidades (países y estados) de dónde provino el material, incluyendo su identificación y los museos donde se encuentra depositado.

Localidades	Especies
Pacífico oriental	
Estados Unidos California	<i>Synodus lacertinus</i> , <i>S. lucioceps</i>
México	<i>Synodus evermanni</i> , <i>S. lucioceps</i> , <i>S. scituliceps</i> , <i>S. sechurae</i>
El Salvador	<i>Synodus lacertinus</i> , <i>S. scituliceps</i>
Nicaragua	<i>Synodus evermanni</i>
Costa Rica	<i>Synodus evermanni</i> , <i>S. lacertinus</i> , <i>S. scituliceps</i>
Panamá	<i>Synodus evermanni</i> , <i>S. lacertinus</i> , <i>S. scituliceps</i> , <i>S. sechurae</i>
Colombia	<i>Synodus evermanni</i> , <i>S. scituliceps</i>
Ecuador	<i>Synodus lacertinus</i> , <i>S. scituliceps</i>
Galápagos	<i>Synodus lacertinus</i> , <i>S. scituliceps</i> , <i>S. sechurae</i>
Perú	<i>Synodus evermanni</i> , <i>S. sechurae</i>

Para efectos comparativos se solicitó material en préstamo de las colecciones ictiológicas de diferentes instituciones internacionales, tales como: California Academy of Sciences, CAS (San Francisco, EE. UU.); Scripps Institution of Oceanography, Universidad de California en San Diego, SIO (EE. UU.); Museum of Comparative Zoology de la Universidad de Harvard, MCZ (Cambridge, Massachusetts, EE. UU.); Fish Collection, University of Arizona, UA (Tucson, EE. UU.); Tulane University, TU (New Orleans, Louisiana, EE. UU.); National Museum of Natural History, USNM (Washington, EE. UU) (Tabla 1). Los datos merísticos y morfométricos tomados siguen la metodología de Anderson *et al.* (1966).

Con los datos merísticos y morfométricos obtenidos se efectuó un análisis taxonómico basado en una ficha por cada especie. Se realizó un análisis de componentes principales para comparar los tamaños de las cabezas y sus caracteres conspicuos como longitud del rostro, diámetro del ojo y espacio interorbital entre las cinco especies. Tomando como base los ámbitos, modas y promedios obtenidos de los diferentes conteos y medidas, se realizaron comparaciones para detectar si existen diferencias entre el material examinado de las diferentes localidades a nivel continental.

En la descripción de las fichas taxonómicas, los datos morfométricos fueron expresados según cuantas veces caben en la longitud estándar. Las tallas máximas, hábitos y batimetría se describen ampliando los ámbitos en algunos casos con los especímenes examinados y complementando la información existente en la literatura. La coloración fue descrita con datos en vivo para aquellas especies que han sido observadas en campo y con la de especímenes preservados. El material examinado se incluyó siguiendo el siguiente modelo en los casos que existe la información completa y en los casos que no, se consignaron los datos

Tabla 2: Número de ejemplares examinados por especie en cada uno de los museos consultados.

Especie	Museos	Nro de ejemplares
<i>S. evermanni</i>	UA	10
	SIO	32
	USNM	5
	MHNMC	47
	TU	6
	MCZ	3
<i>S. lacertinus</i>	SIO	30
	UA	23
	MCZ	6
	CAS	2
	USNM	2
<i>S. lucioceps</i>	CAS	3
	SIO	10
	UA	18
<i>S. scituliceps</i>	SIO	32
	UA	50
	TU	3
	MHNMC	23
<i>S. sechurae</i>	UA	18
	USNM	5
	SIO	18
	MCZ	1

disponibles: País, localidad específica (ubicada anterior al número de catálogo si existen varios números de esta misma localidad, si no va en el paréntesis posterior al número), número catálogo, entre paréntesis la localidad específica, coordenadas, profundidad y número de especímenes examinados. Para las localidades colombianas se usan las ecorregiones propuestas por Invemar (2000).

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Características generales

La familia Synodontidae se caracteriza por tener un cuerpo alargado y cilíndrico, ligeramente comprimido hacia la parte posterior. Posee una boca conspicua y oblicua cuyo margen superior está formado por la premaxila, carece de supramaxila; la premaxila no es protáctil, se extiende más allá de la mitad de la cabeza y en especímenes adultos sobrepasa el margen posterior de la órbita. La mandíbula inferior es terminal o incluida, con o sin terminación carnosa. Dientes agudos, dispuestos en bandas en ambas maxilas, con una a dos series en cada lado del palatino, a veces en el vómer, que puede estar presente o ausente, y en la lengua, la cual se encuentra libre en su extremo y está soportada por un glosohial desarrollado. Ojos de talla moderada, posicionados lateralmente, con párpado adiposo en el margen anterior y posterior, pupila redonda. Narinas dobles, la anterior con una prolongación dérmica en su margen posterior. Aberturas branquiales grandes, con membranas libres del istmo; 11 a 18 radios branquiestegos.

Branquiespinas rudimentarias a manera de espinas muy pequeñas y pseudobranquia desarrollada. Tracto digestivo corto, con numerosos ciegos pilóricos. Vejiga gaseosa pequeña o ausente. Escamas cicloideas de pequeñas a grandes que cubren todo el cuerpo, excepto la parte superior de la cabeza; presencia de escamas modificadas en la base de las aletas caudal, dorsal, pélvicas y pectorales. Línea lateral casi recta, terminando en la parte media de la base de los radios caudales. Aletas sin espinas; aleta dorsal simple originada por encima o posterior a la inserción de las pélvicas, con los primeros dos radios no ramificados, el resto sí lo están y el último con ramificación hasta la base. Aleta anal originada posterior a la base de la dorsal, con los primeros dos radios no ramificados, el resto sí lo están y el último con ramificación hasta la base; presencia de aleta adiposa. Aletas pectorales extendiéndose hasta o sobre pasando el origen de las pélvicas; aletas pélvicas generalmente subtorácicas, con 8 a 9 radios, muy juntas entre sí. Aleta caudal emarginada a fuertemente ahorquillada, con 9 + 10 radios principales de los cuales dos (el más dorsal y el más ventral) no presentan ramificación.

Género *Synodus* Scopoli, 1777

Synodus Scopoli, 1777 (Introd. Hist. Nat.: 449, especie tipo *Esox synodus* Linnaeus, 1758, por designación subsiguiente y tautonomía absoluta).

El género *Synodus* cumple con las características citadas anteriormente para la familia Synodontidae. Posee un cuerpo cilíndrico y alargado, que a la altura de las aletas pélvicas presenta casi la misma medida para altura y ancho del cuerpo. Cabeza ligeramente deprimida, con la superficie dorsal rugosa. Rostro triangular,

con o sin prolongación carnosa en la mandíbula inferior. Dientes puntiagudos y comprimidos, ubicados en bandas, con los internos más largos tanto en la mandíbula inferior como superior; con una banda simple a cada lado del palatino; vómer ausente; dientes pequeños presentes en la lengua y el hueso hioideo. Con 12 a 18 radios branquiestegos. Escamas modificadas extendiéndose en series tanto dorsal como ventralmente a lo largo de las radios caudales. Aleta dorsal con los radios anteriores más cortos o alcanzando el extremo de los subsecuentes cuando la aleta no está extendida. Aletas pectorales con el extremo corto o sobre pasando el origen de las pélvicas y usualmente no llega, pero ocasionalmente se extiende, hasta el nivel de origen de la dorsal; aleta pélvica con 8 radios, los más internos mucho más largos que los externos. Mundialmente se citan alrededor de 47 especies de *Synodus* (Froese & Pauly, 2019), de las cuales cinco han sido registradas para el Pacífico oriental.

Clave para las especies de *Synodus* del Pacífico oriental

	Base de la aleta anal (BAA) usualmente más corta que la base	
1a.	de la aleta dorsal (BAD), BAA menos de 105 % de BAD; si BAA por encima de 89 % de BAD, no más de 55 escamas en la línea lateral	2
1b.	Base de la aleta anal usualmente más larga que la base de la aleta dorsal, BAA al menos 89 % de BAD; al menos 57 escamas en la línea lateral	3
2a.	47-55 escamas en la línea lateral, moda 50	<i>S. evermanni</i>
2b.	59-63 escamas en la línea lateral, moda 62	<i>S. lacertinus</i>
3a.	57-59 escamas en la línea lateral, moda 57, raramente 54	<i>S. sechurae</i>
3b.	61 o más escamas en la línea lateral, raramente 60	4
4a.	6 o 7 escamas entre la base de la aleta dorsal y la línea lateral	<i>S. lucioceps</i>
4b.	4 o 5 (6) escamas entre la base de la aleta dorsal y la línea lateral	<i>S. scituliceps</i>

Synodus evermanni Jordan y Bollman, 1890

Synodus evermanni Jordan y Bollman, 1890. Proc. U.S. Natl. Mus. 12: 152 [aguas afuera costa Pacífica de Colombia, 60 m, Holotipo no establecido originalmente, sintipos: USNM 41144 (1), 41219 (1), 41398 (1), 195912 (10)].

Synodus acutus Garman, 1899. Mem. Mus. Comp. Zool. 24: 252 [aguas afuera costa Panamá, 232 m, sintipos MCZ 28512 (2)].

S. evermanni, Bussing & López (1994): 54-55; Bussing & Lavenberg (1995): 1627; Beltrán-León & Ríos (2000): 166-167, Fig. 48; Chirichigno & Cornejo (2001): 228; Robertson & Allen (2002); Robertson & Allen (2015); Froese & Pauly (2019).

Diagnosis. Una especie de *Synodus* del Pacífico americano con la mandíbula inferior terminada en un extremo carnoso, escamas relativamente grandes, 47 – 55 en la línea lateral, aletas dorsal y anal usualmente

Tabla 3: Número de escamas predorsales, número de filas completas de escamas entre la base de la dorsal y la línea lateral y número de escamas en la línea lateral de las especies de *Synodus* presentes en el Pacífico colombiano, por cada localidad identificada

con 10 o más radios, base de la aleta dorsal 0.95 – 1.47 veces la de la anal.

Descripción. Basada en la merística de 100 especímenes. Esta especie tiene 13-18 escamas predorsales, moda 15, promedio 15.23; 3 – 4 filas completas de escamas entre la base de la dorsal y la línea lateral, moda 3, promedio 3.22; 47 – 55 escamas de la línea lateral, moda 50, promedio 50.70 (Tabla 3); 9 – 12 radios en la aleta dorsal, moda 11, promedio 10.98; 10 – 12 radios en la aleta anal, moda 11, promedio 10.85; 11 – 13 radios en la aleta pectoral, moda 12, promedio 11.97 (Tabla 4).

Morfometría basada en 103 especímenes (Tabla 5). Altura del cuerpo (TC) a nivel de las aletas pélvicas de un poco mayor a un poco menor que el ancho del cuerpo (WC) en el mismo punto, TC6.02 – 10.68, WC 6.41 – 10.40. Cabeza (LC) 3.03 – 3.72; rostro (LR) generalmente mayor que el diámetro del ojo (DO), LR 12.02 – 17.18, DO 8.97 – 26.49, espacio interorbital moderadamente cóncavo, distancia interorbital (IO) 14.93 – 31.01. Mandíbula inferior incluida o igual a la mandíbula superior, con terminación carnosa, premaxila (LP) 5.42 – 7.75. Longitud prepélvica (ROAP) 2.34 – 3.75, longitud predorsal (ROAD) 2.17 – 3.70 longitud preanal (ROAA) 1.18 – 1.44. Aleta dorsal casi siempre más cerca al origen de la aleta adiposa que al extremo del rostro, distancia inter-dorsales (OADOAA) 2.33 – 2.81. Radio más largo de la aleta pélvica (RAPV) 4.61 – 6.57. Radios de la aleta dorsal no se extienden hasta o más allá del extremo de los

Tabla 4: Número de radios presentes en las aletas dorsal, anal y pectoral de las especies de *Synodus* presentes en el Pacífico colombiano, por cada localidad identificada

	No. Radios en Aletas																			
	Dorsal					Anal					Pectoral									
	9	10	11	12	13	7	8	9	10	11	12	13	14	15	10	11	12	13	14	
<i>Synodus evermanni</i>																				
<i>Localidades</i>																				
Méjico Escamas Grandes	1	15	1						5	12					3	12	2			
Méjico Escamas Pequeñas	1	16	5						7	15					3	17	2			
Colombia	1	9	39	3					9	38	5				2	49	1			
Panamá		1	1						1	1						2				
Perú		5	1						6						1	4	1			
Total	1	11	76	11					21	72	6				9	84	6			
<i>Synodus lacertinus</i>																				
<i>Localidades</i>																				
Méjico	2	16	16			1	7	22	4						4	26	4			
Panamá		8	11				4	12	3						3	15	1			
Ecuador	2	6	6				3	11							2	11				
Total	4	30	33			1	14	45	7						9	52	5			
<i>Synodus lucioceps</i>																				
<i>Localidades</i>																				
California		9	10	1					2	8	10				10	10				
Golfo de California	1	2	7						7	2	1					10				
Total	1	11	17	1					2	15	12	1				20	10			
<i>Synodus scituliceps</i>																				
<i>Localidades</i>																				
Méjico	4	26	20	2					9	35	8				8	44				
Centroamérica	7	16							5	15	3					23				
Colombia	1	17	6						1	19	4				3	20	1			
Ecuador	1	9	1						6	4	1					10	1			
Total	13	68	27	2					15	75	19	1			11	97	2			
<i>Synodus sechurae</i>																				
<i>Localidades</i>																				
Méjico Norte	5	11	1						5	11	1					17				
Méjico Sur	3	9							1	4	5	2				11	1			
Panamá	1	4							1	3	1					4	1			
Galápagos-Perú	1	3	3						5	2					2	5				
Total	10	27	4						1	10	24	6			2	37	2			

radios subsecuentes, radio más largo de la aleta dorsal (RAD) 4.21 – 8.98, último radio (URAD) 10.59 – 15.92. Aleta pectoral extendiéndose más allá del origen de las aletas pélvicas, radio más largo de la aleta pectoral (RAP) 5.09 – 6.88. Base de la aleta anal (BAA) usualmente menor que la base de la aleta dorsal (BAD), BAA 7.75 – 10.8, BAD 6.04 – 9.37, BAA 68 – 105 %, promedio 84 %, de BAD. Los datos morfométricos en porcentajes de la longitud estándar se encuentran en la Tabla 5.

Talla. En este trabajo se examinó un ejemplar de 224 mm longitud estándar, siendo esa la longitud máxima registrada para la especie.

Coloración. Café grisáceo en el dorso, blancuzco plateado en los costados y parte ventral del cuerpo, con unas ocho o nueve manchas oscuras difusas a lo largo de la línea lateral. Escamas con bordes oscuros angostos, aleta caudal oscura (Robertson & Allen, 2002) (Figura 1).

Ecología. De hábitos bentónicos sobre fondos arenosos y arenofangosos. Con un ámbito de profundidad de 10 – 300 m (Robertson & Allen, 2015). Carnívora, se alimenta de crustáceos móviles bentónicos. Frecuentemente se colecta en arrastres de camarón como fauna acompañante.

Tabla 5: Medidas tomadas a las especies de *Synodus* del Pacífico colombiano, siguiendo la metodología de Anderson *et al.* (1960)

Medidas	<i>Synodus evermanni</i> (n= 103)				<i>Synodus lacertinus</i> (n= 63)				<i>Synodus lucioceps</i> (n= 29)				<i>Synodus scutuliceps</i> (n= 108)				<i>Synodus sechurae</i> (n= 42)			
	Lectotipo	Ámbito	Desv.	Est.	Holotipo	Ámbito	Desv.	Est.	Neotipo	Ámbito	Desv.	Est.	Neotipo	Ámbito	Desv.	Est.	Holotipo	Ámbito	Desv.	Est.
	USNM				USNM				CAS				SIO 64-1094-25A				USNM			
	41144				44300				81733								127829			
LS	145.93	54.09-224	127.46		129.59	213	89.89		361	372	196.14		232	370	194.23		131.2	318	136.87	
TC	20.09	9.36-16.61	12.10	1.40	18.96	17.26	12.79	1.98	42.22	15.08	11.06	1.91	21.62	13.96	10.52	1.81	12.13	13.25	10.55	1.34
AC	19.14	9.62-15.59	12.24	1.12	17.01	16.02	12.52	2.06	45.79	13.54	11.32	1.41	28.28	16.12	11.55	1.86	16.06	16.50	12.52	1.76
LC	40.51	26.89-33.03	29.15	1.27	33.7	31.0	26.69	2.19	82.91	28.10	25.02	1.23	58.06	28.89	25.45	1.23	31.91	28.68	25.91	1.37
LR	8.84	5.82-8.32	6.91	0.57	6.63	7.82	5.82	0.75	22.97	8.62	7.28	0.64	17.49	11.95	7.65	0.70	8.8	7.75	6.93	0.44
DO	8.28	3.78-11.15	6.02	0.89	5.61	6.63	5.05	0.67	11.15	5.22	4.36	0.66	8.19	5.49	3.88	0.49	5.64	5.70	4.64	0.62
IO	6.87	3.22-6.70	4.76	0.52	2.98	5.22	2.58	0.73	18.51	6.48	4.91	0.83	8.3	5.32	3.84	0.87	4.81	4.21	3.01	0.53
LP	22.7	12.90-18.44	16.63	0.90	20.09	19.38	15.78	2.08	47.09	16.66	14.28	1.23	35.27	16.78	15.01	1.05	18.16	17.19	14.82	0.88
ROAP	53.81	26.64-42.77	35.62	5.03	41.24	39.0	33.94	1.68	128.99	41.13	38.07	1.28	87.08	42.41	37.37	4.44	47.09	42.44	37.21	1.53
ROAD	61.6	27.05-46.09	42.34	2.14	50.96	43.95	40.83	1.71	159	46.45	43.59	1.17	98.32	48.42	44.33	1.44	55.43	47.27	43.43	1.28
ROAA	106.18	69.56-84.95	75.53	2.11	103.11	86.10	79.29	1.53	273	81.83	75.46	1.77	177	83.05	75.62	2.34	97.41	88.78	75.24	2.94
OADO	55.18	35.62-42.83	39.17	1.44	55.33	46.96	42.40	1.60	151	41.83	39.35	1.44	84.54	45.16	37.18	1.58	51.14	40.56	37.36	1.48
AA		11.14-11.14				9.02-				12.10-				11.82-				15.07-		
RAD		23.77	18.94	1.61		19.77	14.76	1.80	44.65	17.19	14.69	1.61	35.08	17.91	15.77	1.09	20.43	18.87	16.75	0.93
RAP		14.55-19.66			15.81	13.77	12.01	0.82	47.63	15.95	14.03	1.08	27.62	16.17	12.53	1.17	16	15.13	12.61	0.79
RAPV	25.14	15.23-21.68	17.94	1.37	29.89	26.59	22.51	2.38	52.01	18.51	15.96	1.43	42.22	21.32	17.39	1.37	25.46	22.27	20.12	1.05
URAD	9.89	6.28-9.44	7.64	0.74	10.66	9.63	7.90	1.36	17.49	7.06	6.04	0.58	15.7	8.97	7.19	0.85	9.91	8.12	7.02	0.39
BAD	18.36	10.67-16.55	13.45	0.94	18.85	17.93	14.54	1.10	42.94	13.27	12.01	0.86	24.88	13.41	11.55	0.87	15.24	13.55	11.79	0.78
BAA	16.98	9.26-12.91	11.21	0.77	12.21	9.87	8.47	0.65	45.53	14.33	13.02	0.62	33.18	18.13	13.59	0.93	17.95	15.07	13.40	0.92

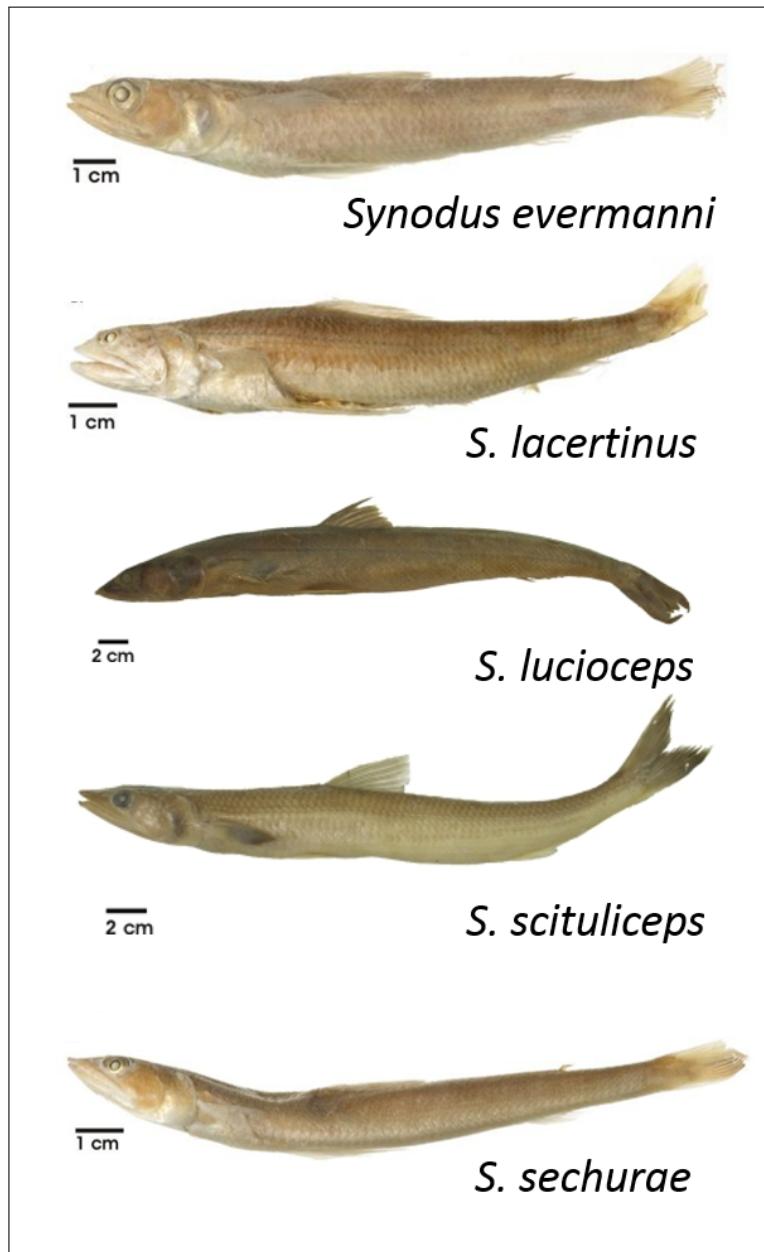


Figura 1: Imágenes vista lateral de las especies de *Synodus* del Pacífico oriental. A. *Synodus evermanni*, USNM 41144, lectotipo, 145.93 mm LS, Panamá; B. *Sydonus lacertinus*, USNM 44300, holotipo, 129.59 mm LS, México; C. *Synodus lucioceps*, CAS 81733, Neotipo, 361 mm LS, EE.UU.; D. *Synodus scituliceps*, SIO 68-75, 295 mm LS, México; E. *Synodus sechurae*, USNM 127829, holotipo, 131.2 mm LS, Perú. Fuente: Fotografías Sandra Raredon, USNM.

Tabla 6: Mediciones con diferencias estadísticamente significativas en *Synodus evermanni*. Las medidas que evidencian diferencias fueron marcadas con asterisco; en el caso de RAD la medida con ^λ es la única que no difiere de aquella marcada con asterisco

Especie	LC	LR	RAD	BAD	BAA
<i>Synodus evermanni</i> escamas pequeñas	26.90 – 33.03	6.40 – 8.32	11.14 – 21.14	*10.67 – 14.31	*9.26 – 12.01
<i>Synodus evermanni</i> (Nicaragua-Colombia)	26.89 – 32.14	*5.82 – 7.88	^λ 16.92 – 23.77	*11.63 – 14.55	*9.61 – 12.91
<i>Synodus evermanni</i> escamas grandes	*29.25 – 32.30	6.26 – 8.10	*17.26 – 21.71	12.44 – 14.48	9.73 – 11.90
<i>Synodus evermanni</i> (Perú)	27.39 – 29.30	6.66 – 8.07	16.77 – 17.98	12.71 – 14.07	10.63 – 11.73

Nombre común. Se acepta como nombre común oficial para esta especie el propuesto por Bussing & Lavenberg (1995): pez lagarto garrobo.

Distribución. Endémica del Pacífico oriental, desde Guaymas, Golfo de California (27° 48' N 110° 49' W), México, hasta bahía Chilca (8° 52' S 79° 20' W), Perú (Chirichigno & Cornejo, 2001). La especie es relativamente común, más que todo en México, al norte de Colombia y quizás en Panamá (Figura 2).

Comentarios. Esta especie se puede definir como de cabeza grande y rostro de tamaño intermedio, usualmente más grande que el ojo, el cual es, a su vez, relativamente grande (Figura 3). *Synodus evermanni* presenta varios grupos modales relativamente definidos, pero que no parecen seguir un patrón claro (Tabla 6). En el área que rodea la localidad tipo de la especie (Nicaragua a Colombia) el número de escamas de la línea lateral fluctúa entre 47 y 54, moda 50, y el de escamas entre la dorsal y la línea lateral es casi siempre 3. Los seis ejemplares peruanos tienen 54 y 55 escamas, moda 54, y 3 escamas (un ejemplar con 4) en los dos contajes. En México la situación se complica, pues se detectan dos tendencias modales marcadas en el número de escamas de la línea lateral. Un grupo tiene 47 – 49, moda 48, y siempre 3 escamas (grupo de escamas grandes); el otro tiene 52 – 54, moda 54, y generalmente 4 escamas (grupo de escamas pequeñas). Por otro lado, los dos sintipos panameños de *S. acutus* (MCZ 28512), asimilables a *S. evermanni*, difieren de manera marcada en varios de los caracteres merísticos del material tipo de esta especie. En particular, todos los sintipos de *S. evermanni* tienen 48 – 51 escamas en la línea lateral y 3 filas de escamas entre la aleta dorsal y la línea lateral, mientras que los de *S. acutus* tienen 52 y 4 en cada uno de dichos contajes. Entonces, los dos sintipos panameños pueden ser considerados como representantes del grupo de escamas pequeñas, el cual es conocido entonces sólo de México y Panamá. No se considera que en este momento haya suficiente evidencia para dividir esta especie en diferentes taxa.

Material examinado.

Méjico: GOLFO DE CALIFORNIA SONORA, UA 67-60-1 (SE de Guaymas, 27° 48' N 110° 49' W, 3 esp.). SINALOA, SIO 60-91-25a (23° 11' N 105° 36' W, 1 esp.); SIO 59-263-25a (Frente al Río San Lorenzo, 1 esp.); BAJA CALIFORNIA SUR, UA 67-55-3 (Sta. Inés, 26° 57' N 111° 52' W, 3 esp.); UA 74-77 (Concepción, 4 esp.); SIO 84-70 (bahía La Paz, 24° 25' N 110° 37' W, 2 esp.); SIO 65-249-25 (isla Cerralvo, 24° 1' N 109° 53' W, 1 esp.); SIO 84-75 (23° N 109° 28' W, 2 esp.). BAJA CALIFORNIA SUR, MCZ 27878 (24° 24' N 111° 53' W, 1 esp.); SIO 84-80 (23° 32' N 110° 29' W, 8 esp.); SIO 84-78 (SW de punta

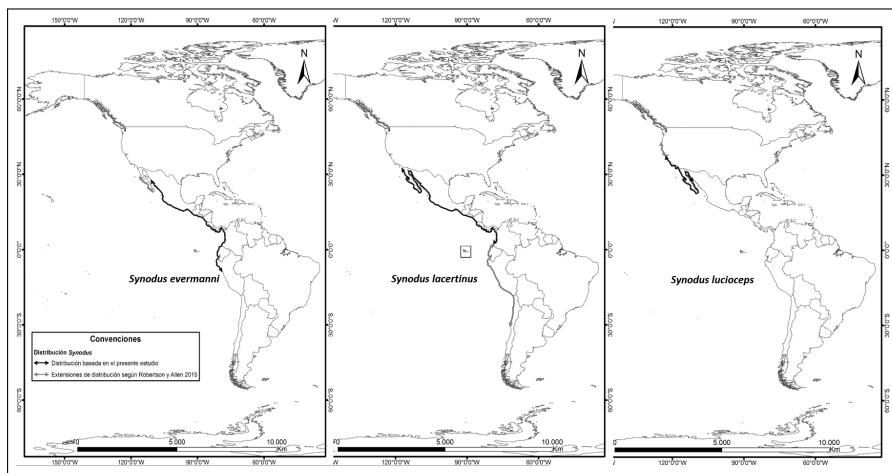


Figura 2: Distribución de las especies *Synodus evermanni*, *S. lacertinus* y *S. lucioceps* en el Pacífico oriental. Fuente: Elaboración propia.

San Cristóbal, 22° 55' N 110° W, 2 esp.); SIO 64-20-25 (Frente Magdalena, 1 esp.); SIO 62-709 (NW de Puerto Marquis, 1 esp.). NAYARIT, SIO 79-81 (Tres Marías, islas Cleofás, 21° 18' N 106° 12' W, 2 esp.). MICHOACÁN, SIO 73-243 (punta Lizardo, 18° 05' N 102° 58' W, 2 esp.). GUERRERO, SIO 79-13 (17° 42' N 101° 43' W, 2 esp.). GOLFO DE TEHUANTEPEC, OAXACA SIO 63-504-25 (Frente a Salina Cruz, 15° 58' N 95° W, 1 esp.); SIO 63-525-25a (15° 52' N 95° 43' W, 2 esp.); SIO 63-523-25a (15° 41' N 96° 8' W, 1 esp.).

Nicaragua: SIO 73-279 (12° 9' N 87° 32' W, 1 esp.).

Costa Rica: SIO 73-283 (Costa N al SE de punta Guiones, 2 esp.).

Panamá: USNM 041144 [(1 esp., sintipo (lectotipo)]; USNM 041219 (1 esp., sintipo); USNM 041398 (1 esp., sintipo); USNM 195912 [2 esp. Sintipos (lectoparatiros)]; MCZ 28512 (Albatros st. 3387, 7° 26' 10" N 79° 53' 50" W; 2 esp., sintipos *S. acutus*).

Colombia: PACÍFICO NORTE, INV PEC6213 (6° 34' 12"N 77° 24' W, 1 esp.); INV PEC6211 (6° 33' N 77° 21' 36"W, 6 esp.); INV PEC6210 (6° 32' 24"N 77° 21' W, 1 esp.); INV PEC6209 (6° 32' 24"N 77° 21' W, 8 esp.); INV PEC6214 (5° 45' 36"N 77° 19' 12"W, 10 esp.); INV PEC6220 (5° N 77° 30' 36"W, 2 esp.); INV PEC6218 (4° 58' 48"N 77° 28' 48"W, 6 esp.); INV PEC6215 (4° 58' 48"N 77° 28' 48"W, 1 esp.); INV PEC6208 (1 esp.); INV PEC6217 (4° 57' 36"N 77° 28' 48"W, 6 esp.); INV PEC6216 (4° 57' 36"N 77° 28' 48"W, 1 esp.); INV PEC6223 (4° 49' 12"N 77° 28' 48"W, 3 esp); INV PEC6221 (4° 49' 12"N 77° 28' 12"W, 1 esp.).

Perú: TU 78471 (4° S 81° W, 6 esp.).

Synodus lacertinus Gilbert, 1890

Synodus lacertinus Gilbert, 1890. Proc. U. S. Natl. Mus. 13: 55 (Acapulco, México, holotipo USNM 44300). *S. lacertinus*, Bussing & López (1994): 54-55; Bussing & Lavenberg (1995): 1625-1628, figs: 12; Chirichigno & Cornejo (2001): 229; Groce *et al.* (2001): 153-155; Robertson & Allen (2002); Robertson & Allen (2015); Froese & Pauly (2019).

S. scituliceps no de Jordan y Gilbert, Grove & Labenberg (1997): 203.

S. marchenae Hildebrand, 1890 (sic.), Beltrán-León & Ríos (2000): 169.

Diagnosis. Una especie de *Synodus* del Pacífico americano con escamas relativamente pequeñas, 59 – 63 en la línea lateral, aleta dorsal con 11 o más radios, aleta anal con 10 o menos radios, base de la aleta dorsal 1.41 – 2.33 veces la de la anal.

Descripción. Basada en la merística de 68 especímenes. Esta especie tiene 16 – 21 escamas predorsales, moda 20, promedio 19.15; 3 – 4 filas completas de escamas entre la base de la dorsal y la línea lateral, moda 4, promedio 3.97; 59 – 63 escamas de la línea lateral, moda 62, promedio 61.27 (Tabla 3); 11 – 13 radios en la aleta dorsal, moda 13, promedio 12.43; 7 – 10 radios en la aleta anal, moda 9, promedio 8.87; 11 – 13 radios en la aleta pectoral, moda 12, promedio 11.94 (Tabla 4).

Basada en la morfometría de 63 especímenes (Tabla 5). Altura del cuerpo (TC) a nivel de las aletas pélvicas generalmente mayor o casi igual al ancho del cuerpo (WC) en el mismo punto, TC 5.79 – 13.22, WC 6.24 – 13.52. Cabeza (LC) 3.23 – 4.85; rostro (LR) casi siempre mayor que el diámetro del ojo (DO), LR 12.79 – 29.70, DO 15.07 – 26.53, espacio interorbital moderadamente cóncavo, distancia interorbital (IO) 19.17 – 58.48. Mandíbula inferior extendiéndose más allá de la mandíbula superior terminando en una prolongación carnosa, premaxila (LP) 5.16 – 10. Longitud prepélvica (ROAP) 2.56 – 3.50; longitud predorsal (ROAD) 2.28 – 2.85; longitud preanal (ROAA) 1.16 – 1.31. Aleta dorsal ubicada generalmente más cerca del extremo del rostro que del origen de la adiposa, distancia inter-dorsales (OADOAA) 2.13 – 2.56. Radio más largo de la aleta pélvica (RAPV) 3.76 – 6.81.

Algunos radios de la aleta dorsal extendiéndose hasta y más allá del extremo de los radios subsecuentes, radio más largo de la aleta dorsal (RAD) 5.06 – 11.09, último radio (URAD) 10.38 – 25.31. Aleta pectoral generalmente sobre pasando el origen de las aletas pélvicas, radio más largo de la aleta pectoral (RAP) 7.26 – 9.97. Base de la aleta anal (BAA) menor que la base de la aleta dorsal (BAD), BAA 10.13 – 14.24, BAD 5.58 – 9.03, 43 – 71 %, promedio 59 %, de BAD.

Talla. En este trabajo se examinó un especímen de 213 mm LS (248 mm LT) colectado en Ecuador, siendo esta la talla máxima registrada para la especie.

Coloración. Café moteado a rojizo en la mitad superior, blanco abajo, dorso con alrededor cinco marcas café a rojas en forma de montura, generalmente se extiende n en los costados como barras irregulares (Figura 1). Parte inferior del costado con 10 – 12 manchas rojas a café. Aletas dorsal y caudal con barras oscuras angostas (Robertson & Allen, 2002).

Ecología. De hábitos bentónicos sobre fondos arenosos y fangosos. Está asociada a fondos coralinos. Se

encuentra en un ámbito de profundidad de 1 – 156 m (Robertson y Allen, 2015).

Distribución. Endémica del Pacífico oriental. Se distribuye a lo largo de la costa desde San Diego (32° 28' N 117° 10' W), EE. UU., hasta Ecuador, incluyendo las islas Galápagos. Robertson & Allen (2015) extienden su distribución hasta Chile e incluyen las islas Cocos y Malpelo (Figura 2).

Nombre común. Se acepta como el nombre común oficial para esta especie el propuesto por Nelson *et al.* (2004), modificado como pez lagarto chile.

Comentarios. Esta especie se puede definir como de cabeza y rostro relativamente pequeños, aunque este último suele ser más grande que el ojo (Figura 3). Aunque existe cierta variación modal a lo largo de la distribución de *S. lacertinus* en el Pacífico oriental, particularmente en cuanto al número de escamas, no parece ser lo suficientemente consistente como para definir poblaciones diferentes. De ese modo, el material mexicano, incluyendo al holotipo, tiene 18 – 20 escamas predorsales, moda 20, y 59 – 63 escamas en la línea lateral, moda 61. Los especímenes panameños tienen 16 – 20, moda 20, y 60 – 63, modas 60 y 62; el material ecuatoriano tiene 16 – 20, moda 18, y 59 – 63, moda 61.

Debido a que las fotografías presentadas por Grove & Lavenberg (1997, figuras 99 y 100) como de *S. lacertinus* no son de esta especie sino de *S. sechurae*, el registro de dichos autores se considera que representa a esa última especie, mientras que, por eliminación, el de *S. scituliceps* puede representar a *S. lacertinus*.

Material examinado.

Estados Unidos: CALIFORNIA, SIO 99.28 (San Diego, 32° 28' N 117° 10' W, 1 especimen).

México: GOLFO DE CALIFORNIA, UA 93-2-1 (isla del Defonso, 1 esp.); SIO 62-758-25A (Muertos, 1 esp.); BAJA CALIFORNIA SUR, UA 67-86 (Monserrate, 25° 38' N 111° 03' W, 1 esp.); SIO 61-256-25a (isla Cerralvo, 24° 09' N 109° 52' W, 1 esp.); UA 74-39 (isla Cerralvo, 1 esp.). BAJA CALIFORNIA, SIO 64-68-25 (San Pablo Point, 27° 13' N 114° 28' W, 2 esp.); SIO 64-57-25 (N de Punta Tasco, 24° 19' N 111° 44' W, 1 esp.); UA 74-48 (cabo San Lucas, 1 esp.); UA 71-88 (cabo San Lucas, 329-412 m, 2 esp.); UA 68-74-2 (cabo San Lucas, afuera de isla Lobos, 1 esp.); UA 67-80 (cabo San Lucas, 5 esp.); UA 73-60 (cabo San Lucas, 2 esp.); UA 68-37 (cabo San Lucas, 3 esp.). SIO 64-57-25 (N de punta Tasco, 24° 19' N 111° 44' W, 1 esp.); JALISCO, UA 71-60 (Banderas, Puerto Vallarta, 2 esp.). GUERRERO, USNM 44300 (Acapulco, Holotipo); OAXACA, UA 70-21 (Puerto Escondido, 1 esp.); UA 70-23 (Puerto Escondido, 1 esp.); SIO 63-526-A (golfo de Tehuantepec, 15° 56' N 95° 18' W, 1 esp.).

El Salvador: SIO 72-110 (Libertad, 1 esp.).

Costa Rica: UA 75-8 (10° 52' N 85° 55' W, 2 esp.); UA 75-9 (isla Murciélagos, 1 esp.).

Panamá: SIO 67-34 (isla Taboguilla, 2 esp.); SIO 71-217 (isla Cavada, 1 esp.); SIO 67-40 (isla Saboga, 2 esp.); MCZ 44582

(isla Saboga, 8° 47' N 79° 34' W, 3 esp.); MCZ 45756 (isla Saboga, 8° 47' N 79° 34' W, 1 esp.); MCZ 45720 (islas Perlas, isla Capera, 2 esp.); SIO 71-241 (islas Perlas, isla Semora, 2 esp.); SIO 67-35-25 (islas

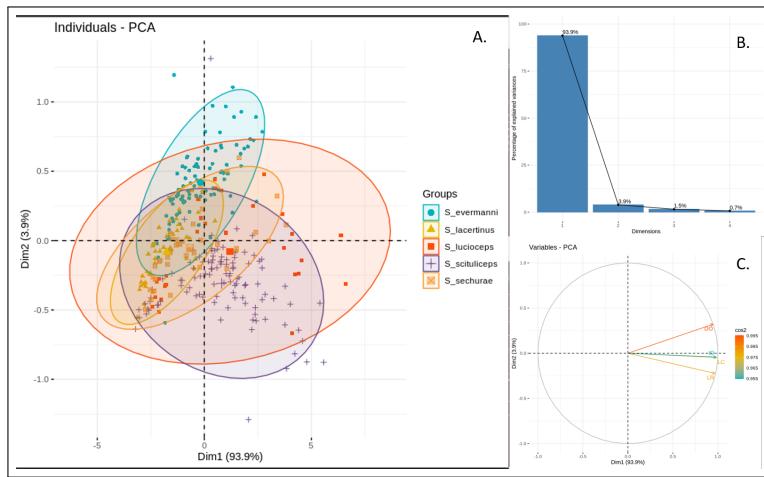


Figura 3: Análisis de componentes principales para comparar los tamaños de las cabezas (LC) y sus caracteres conspicuos como longitud del rostro (LR), diámetro del ojo (DO) y especio interorbital (IO) entre las cinco especies de las especies en el Pacífico oriental. Análisis de componentes principales LC, LR, DO, IO (A), Proporción de varianza explicada por cada una de las variables (B), Representación gráfica del aporte de cada variable a la diferencia entre las especies (C).

Perlas, isla del Rey, punta Cocos, 1 esp.); SIO 67-37 (isla San José, 1 esp.); SIO 67-38-25 (isla San José, 1 esp.); SIO 70-137-25 (golfo de Chiriquí, isla Secas, 1 esp.); SIO 70-36 (isla Secas, 1 esp.).

Ecuador: CAS 86405 (1 esp.); CAS 4681 (1 esp.).

Islas Galápagos: USNM 120171 (isla Marchena, 1 esp., holotipo *S. marchenae*); USNM 101670 (1 esp., paratipo *S. marchenae*). SIO 64-1015-25A (frente costa E de isla Santa Cruz, 4 esp.); SIO 00-90 (1 esp.); SIO 63-73 (1 esp.); SIO 055-255 (isla Chatman, bahía Uireck, 1 esp.); SIO 53-146-25 (Werman Island, 3 esp.).

Synodus lucioceps Ayres, 1855

Saurus lucioceps Ayres, 1855. Proc. Calif. Acad. Sci. 1: 66 (bahía de San Francisco, EE. UU., especimen tipo desaparecido).

Synodus lucioceps, Eschmeyer & Herald (1983); Bussing & Lavenberg (1995): 1625-1628, fig: 13; Robertson & Allen (2002); Robertson & Allen (2015); Froese & Pauly (2019).

Diagnosis: Una especie de *Synodus* del Pacífico americano con escamas relativamente pequeñas, 62-67 en la línea lateral, aleta dorsal con 10 o más radios, aleta anal con 12 o más radios, base de la aleta dorsal 0.80 – 1.09 veces la de la anal.

Descripción. Basada en la merística de 31 especímenes. Esta especie tiene 27 – 34 escamas predorsales, moda 31, promedio 31.14; 6 – 7 filas completas de escamas entre la base de la dorsal y la línea lateral, moda 7, promedio 6.97; 62 – 67 escamas de la línea lateral, moda 65, promedio 64.90 (Tabla 3); 10 – 13 radios en la aleta dorsal, moda 12, promedio 11.60; 12 – 15 radios en la aleta anal, moda 13, promedio 13.4; 13 – 14

radios en la aleta pectoral, moda 13, promedio 13.33 (Tabla 4).

Basada en la morfometría de 29 especímenes (Tabla 5). Altura del cuerpo (TC) a nivel de las aletas pélvicas generalmente menor que el ancho del cuerpo (WC) en el mismo punto, TC 6.63 – 12.37, WC 7.39 – 11.28. Cabeza (LC) 3.56 – 4.35; rostro (LR) mayor que el diámetro del ojo (DO), LR 11.61 – 15.77, DO 19.14 – 32.28; espacio interorbital marcadamente cóncavo, distancia interorbital (IO) 15.43 – 32.64. Mandíbula inferior de igual tamaño que la superior, sin terminación carnosa, premaxila (LP) 6.0 – 8.37. Longitud prepélvica (ROAP) 2.43 – 2.80; longitud predorsal (ROAD) 2.15 – 2.43; longitud preanal (ROAA) 1.22 – 1.38. Aleta dorsal más cercana al origen de la aleta adiposa que al extremo del rostro, distancia interdorsales (OADOAA) 2.39 – 2.81. Radio más largo de la aleta pélvica (RAPV) 5.40 – 7.55. Radio más largo de la aleta dorsal (RAD) 5.82 – 8.26, último radio (URAD) 14.16 – 20.64. Aleta pectoral alcanzando hasta o un poco antes del origen de las pélvicas, radio más largo de la aleta pectoral (RAP) 6.27 – 9.32. Base de la aleta anal (BAA) generalmente mayor que la de la aleta dorsal (BAD), BAA 6.98 – 8.46, BAD 7.53 – 9.41, BAA 92 – 125 %, promedio 109 %, de BAD.

Talla. La talla máxima registrada por RobertsonAllen2002 es de 64 cm LT. El especímen más grande medido en este trabajo tiene 372 mm LS (441 mm LT) de San Diego, California.

Coloración. Café moteado, crema y gris por encima, con una fila de aproximadamente ocho manchas irregulares a lo largo del costado medio. Abruptamente pálido por debajo, membranas branquiales y pélvicas amarillentas (Robertson & Allen, 2002) (Figura 1).

Ecología. Es una especie asociada a fondos de fango, arena y grava. Ha sido registrada en un ámbito de 1 – 230 m de profundidad. Carnívora, se alimenta principalmente de peces óseos (Robertson & Allen, 2002).

Distribución. Endémica del Pacífico oriental. En la costa de EE. UU. desde San Francisco hasta el cabo San Lucas y Guaymas en México (Figura 2), aunque se la ha registrado para Oregon, EE. UU. (Robertson & Allen, 2015).

Nombre común. Se acepta como el nombre común oficial para esta especie el propuesto por Bussing & Lavenberg (1995): pez lagarto lucio.

Comentarios. Esta especie se puede definir como de cabeza relativamente pequeña y rostro grande, este último siempre más grande que el ojo, el cual es pequeño (Figura 3). No se encontraron diferencias importantes entre el material del Golfo de California y el de la costa oceánica de California, por lo que se considera que se trata de una sola población. En vista de que no existe material tipo para *S. lucioceps*, se designa como neotipo un ejemplar de 361 mm LS de la localidad tipo.

Material examinado.

Neotipo: CAS 81733, Estados Unidos, California, San Francisco, 361 mm LS.

Estados Unidos: CALIFORNIA, CAS 11305 (1 especimen); CAS 34842 (1 esp.); SIO 54-197-25 (San Diego, La Jolla, 1 esp.); SIO 61-188 (San Diego, Mission, 1 esp.); SIO 66-296-25 (San Diego, playa Mission, 1 esp.); SIO 74-194 (San Diego, 5 esp.).

México: BAJA CALIFORNIA, UA 74-71 (frente Baja San Quintín, 1 esp.). GOLFO DE CALIFORNIA SONORA, UA 73-18 (Puerto Peñasco, Playa Station, 2 esp.); UA 73-17 (Puerto Peñasco, Playa Station, 2 esp.); UA 67-59-2 (SE de isla Tiburón, 2 esp.); UA 70-29 (frente a Morro Colorado, 2 esp.); UA 71-74 (frente a Morro Colorado, 2 esp.); UA 74-103 (Algodones, 1 esp.); UA 7-114 (Algodones, 1 esp.); BAJA CALIFORNIA, SIO 68-1-25 (bahía Los Ángeles, 1 esp.); UA 67-58-1 (Los Ángeles, 28° 54' N 113° 28' W, 3 esp.); BAJA CALIFORNIA SUR, UA 74-77 (Concepción, 2 esp.); SIO 63-798 (22° 22' N 112° 34' W, 1 esp.).

Synodus scituliceps Jordan y Gilbert, 1882

Synodus scituliceps Jordan y Gilbert, 1882. Proc. U. S. Natl. Mus. 4: 344 [Mazatlán, Sinaloa, México, y Panamá (Pacifico), sintipos USNM 28392 (1, perdido) y USNM 29449 (1, perdido)].

Synodus jenkinsi Jordan y Bollman, 1890. Proc. U. S. Matl. Mus. 12: 153 [aguas afuera de la costa pacífica colombiana, sintipos USNM 41171 (1), 41409 (1)].

S. scituliceps, Bussing & López (1994): 54-55; Bussing & Lavenberg (1995): 1628; Castro-Aguirre (1999): 160-162; Beltrán-León & Ríos (2000): 170-171; Chirichigno & Cornejo (2001): 229; Robertson & Allen (2002); Robertson & Allen (2015); Froese & Pauly (2019).

Diagnosis: Una especie de *Synodus* del Pacífico americano con la mandíbula inferior terminada en un extremo carnoso, escamas relativamente pequeñas, 61 – 67 en la línea lateral, aleta dorsal con 10 o más radios, aleta anal con 12 o más radios, base de la aleta dorsal 0.67 – 1.06 veces la de la anal.

Descripción. Basada en la merística de 108 especímenes. Esta especie tiene 20 – 26 escamas predorsales, modas 21 y 22, promedio 22.63; 4 – 5 filas completas de escamas entre la base de la dorsal y la línea lateral, moda 5, promedio 4.56; 61 – 67 escamas de la línea lateral, moda 63, promedio 62.47 (Tabla 3); 10 – 13 radios en la aleta dorsal, moda 11, promedio 11.16; 12 – 15 radios en la aleta anal, moda 13, promedio 13.05; 12 – 14 radios en la aleta pectoral, moda 13, promedio 12.92 (Tabla 4).

Basada en la morfometría de 108 especímenes (Tabla 5). Altura del cuerpo (TC) a nivel de las aletas pélvicas casi igual al ancho del cuerpo en el mismo punto, (WC) TC 7.16 – 15.13, WC 6.20 – 13.89. Cabeza (LC) 3.46 – 4.65; rostro (LR) generalmente mayor que el diámetro del ojo (DO), LR 8.37 – 15.83, DO 18.21 – 33.91, a veces menor o igual en pequeños especímenes; espacio interorbital cóncavo, distancia interorbital (IO) 18.80 – 65.56. Mandíbula inferior terminada en una punta carnosa e incluida o casi igual

a la mandíbula superior, esta termina en punta, premaxila (LP) 5.96 – 7.99. Longitud prepélvica (ROAP) 2.36 – 4.60; longitud predorsal (ROAD) 2.07 – 2.57, longitud preanal (ROAA) 1.20 – 1.55. Aleta dorsal ubicada más cerca al origen de la aleta adiposa que al extremo del rostro, distancia inter-dorsales (OADOAA) 2.21 – 3.04. Radio más grande (RAPV) 4.69 – 7.47. Aleta dorsal con algunos de los radios anteriores extendiéndose más allá del extremo de los subsecuentes cuando la aleta no se encuentra extendida, radio más largo de la aleta dorsal (RAD) 5.58 – 8.46, último radio (URAD) 11.14 – 21.36. Aleta pectoral extendiéndose hasta el origen de la aleta pélvica o sobrepasándolo un poco, radio más largo de la aleta pectoral (RAP) 6.18 – 10.66. Base de la aleta anal (BAA) usualmente mayor que la base de la aleta dorsal (BAD), BAA 5.52 – 9.20, BAD 7.45 – 11.02, BAA 94 – 150 %, promedio 118 %, de BAD.

Talla. Robertson & Allen (2002) registran 55 cm LT como talla máxima para esta especie. En este trabajo se examinó un espécimen de 370 mm LS (430 mm LT) proveniente del Golfo de California.

Coloración. Grisáceo en el dorso, gris en los costados con un brillo plateado y blanco en el vientre; escamas con un borde angosto negruzco, aleta caudal oscura (Robertson & Allen, 2002) (Figura 1).

Ecología. De hábitos bentónicos sobre fondo arenoso y arenofangoso. Demersales con un ámbito de profundidad registrado por Robertson & Allen (2015) de 1 – 172 m.

Distribución. Especie endémica del Pacífico oriental. Se encuentra desde el extremo norte del Golfo de California, México, hasta Salinas, Ecuador, incluyendo las Galápagos (Figura 4). Robertson & Allen (2002) amplían su distribución hasta Chile; sin embargo, en este trabajo no se examinó material de esas latitudes.

Nombre común. Se acepta como el nombre común oficial para esta especie el propuesto por Nelson *et al.* (2004), modificado como pez lagarto arpón.

Comentarios. Esta especie se puede definir como de cabeza relativamente pequeña con un rostro grande, siempre más grande que el ojo, el cual es pequeño (Figura 3). La diferencia principal detectada entre los especímenes mexicanos y los meridionales de *S. scituliceps*, principalmente de Panamá a Ecuador, radica en las escamas predorsales, pues el material septentrional tiene 20 – 25, moda 22, en tanto que los sureños tienen 20 – 26, moda 24. Sin embargo, en ningún otro conteo aparece una variación tan marcada, por lo que se considera que las evidencias son insuficientes para proponer diferencias poblacionales. En vista de que el material tipo de la especie está perdido, se designa como neotipo un ejemplar de 232 mm LS de una de las localidades tipo.

Material examinado.

Neotipo: SIO 64 – 1094 – 25A, Panamá, río Plata, 10 de mayo de 1953, 232 mm LS.

Méjico: GOLFO DE CALIFORNIA SONORA, UA 70-38 (golfo de Santa Clara, 2 especímenes); UA 78 – 5 (golfo de Santa Clara, 3 esp.); UA 78 – 6 (golfo de Santa Clara, 4 esp.); UA 66 – 22 (Puerto Peñasco,

1 esp.); UA 70 – 2 (Puerto Peñasco, 1 esp.); UA 70 – 28 (Puerto Peñasco, 1 esp.); UA 71 – 6a – 6 (Puerto Peñasco, 4 esp.); UA 71.6b – 14 (Puerto Peñasco, 1 esp.); UA 71 – 9 (Puerto Peñasco, 2 esp.); UA 72 – 23 (Puerto Peñasco, 3 esp.); UA 74 – 59 (ensenada de San Francisco, 2 esp.); SIO61 – 282 – 25 (bahía de Los Ángeles, 28° 55' N 113° 31' W, 2 esp.); SIO 62-236 (bahía de Los Ángeles, 28° 55' N 113° 31' W, 2 esp.); UA 66-30-22 (isla San Jorge, 4 esp.); UA 67-59-1 (SE de isla Tiburón, 28° 37' N 112° 12'W, 1 esp.); UA 71-94 (bahía Kino, 1 esp.); UA 71-74 (Morro Colorado, 3 esp.); UA 67-44-1 (Huatabampo, SW de Navojoa, 1 esp.); UA 63-6 (isla San Esteban, 1 esp.); SINALOA, UA 67-122 (Agua Verde, 25° 31' N 111° 04' W, 42-58 m, 1 esp.); UA sin catalogar (24° 20' N 107° 46' W, 1 esp.); BAJA CALIFORNIA, UA 72-31 (Norte, 4 esp.); UA 74-60 (bahía San Carlos, 1 esp.); UA 16-48 (Concepción, 20° 54' N 111° 54' W, 37-55 m, 1 esp.); SIO 65-313-25 (S de Punta Concepción, 3 esp.); UA 67-2 (Santa Inés, 1 esp.); UA 67-93 (bahía la Paz, 1 esp.).

El Salvador: SIO 73-276 (SW de punta Ampala, 13° 5' N 87° 58' W, 2 esp.).

Costa Rica: TU 25225 (Puntarenas, playa Mata Limón, 3 esp.); SIO 73-298 (9° 27' N 84° 30' W, 7 esp.).

Panamá: SIO 71-224 (bahía de Panamá, Fuerte Amador, 1 esp.); SIO 64-365-25 (bahía de Panamá, isla Verde, 9° 0' N 79° 0' W, 1 esp.); SIO 69-386 (bahía de Panamá, golfo Chiman, 8° 42' N 78° 37' W, 7-11 m, 2 esp.); SIO 70-141 (golfo de Chiriquí, 3 esp.); SIO 71-213 (isla Coiba, 3 esp.); USNM 41171 (8° 51' N 79° 31' W; 1 esp. tipo, *S. jenkinsi*).

Colombia: PACÍFICO NORTE, INV PEC6230 (5° 52' 12"N 77° 20' 24"W, 1 esp.); INV PEC6225 (5° 49' 12"N 77° 21', 1 esp.); INV PEC6227 (4° 58' 48"N 77° 28' 48"W, 4 esp.); INV PEC6226 (4° 57' 36"N 77° 28' 48"W, 3 esp.); INV PEC6231 (4° 49' 48"N 77° 27' W, 3 esp.); INV PEC6232 (8 esp.); INV PEC6229 (4° 49' 48"N 77° 27' W, 1 esp.); INV PEC6228 (4° 49' 12"N 77° 26' 24"W, 2 esp.); PACÍFICO SUR, SIO 64-351-25A (boca de Timbiquí, SE de Isla Gorgona; 1 esp.).

Ecuador: GUAYAS, UA 68-56-5 (Salinas, punta Mandinga, 5 esp.); ISLAS GALÁPAGOS, SIO 79-51 (6 esp.).

Synodus sechurae Hildebrand, 1946

Synodus sechurae Hildebrand, 1946. Bull. U. S. Natl. Mus. No 189: 486 [loc. tipo bahía de Sechura, Perú, 5° 32' S, 81° 07' W, USNM 127829, paratipos USNM 54506 (24° 16' N 110° 22', México) y USNM 79622 (isla Taboga, Panamá)].

S. sechurae, Bussing & López (1994): 54-55; Bussing & Lavenberg (1995): 1628; Chirichigno & Cornejo (2001): 229, 230; Robertson & Allen (2002); Froese & Pauly (2019).

S. lacertinus no de Gilbert, Grove & Labenberg (1997): 203; Robertson & Allen (2015).

Diagnosis. Una especie de *Synodus* del Pacífico americano con escamas relativamente pequeñas, 57 – 59 en la línea lateral, aletas dorsal y anal con 10 o más radios, base de la aleta dorsal 0.74 – 1.12 veces la de la anal.

Descripción. Basada en la merística de 41 especímenes. Esta especie tiene 20 – 22 escamas predorsales, moda 20, promedio 20.7; 4 – 5 filas completas de escamas entre la base de la dorsal y la línea lateral, moda

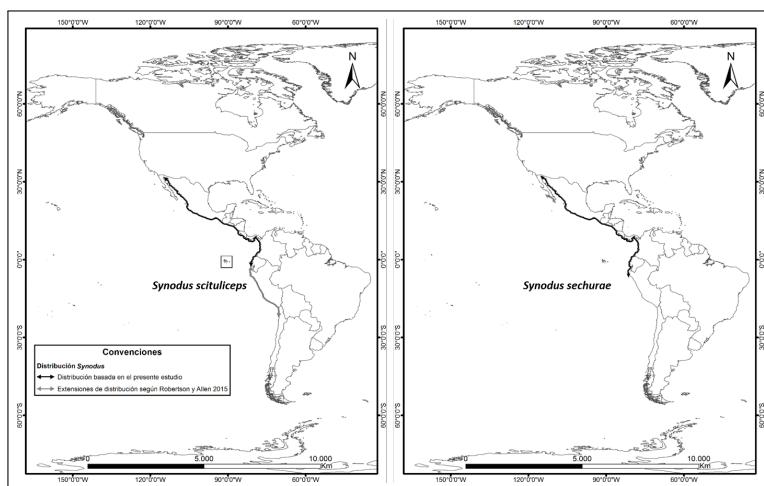


Figura 4: Distribución de las especies *Synodus scutuliceps* y *S. sechurae* en el Pacífico oriental. Fuente: Elaboración propia.

5, promedio 4.65; 57 – 59 escamas de la línea lateral, moda 57, promedio 57.85 (Tabla 3); 10 – 12 radios en la aleta dorsal, moda 11, promedio 10.88; 10 – 13 radios en la aleta anal, moda 12, promedio 11.85; 12 – 14 radios en la aleta pectoral, moda 13, promedio 13 (Tabla 4).

Basada en la morfometría de 42 especímenes (Tabla 5). Altura del cuerpo (TC) a nivel de las aletas pélvicas casi siempre menor que el ancho del cuerpo (WC) en el mismo punto, TC 7.55 – 12.46, WC 6.06 – 11.40. Cabeza (LC) 3.49 – 4.20; rostro (LR) mayor que el diámetro del ojo (DO), LR 12.90 – 16.72, DO 17.55 – 28.35, distancia interorbital (IO) 23.75 – 48.93. Mandíbula inferior incluida o casi igual a la mandíbula superior, esta termina en punta, premaxila (LP) 5.82 – 7.48. Longitud prepélvica (ROAP) 2.36 – 2.88; longitud predorsal (ROAD) 2.12 – 2.46, longitud preanal (ROAA) 1.13 – 1.40. Aleta dorsal ubicada más cerca al origen de la aleta adiposa que al extremo del rostro, distancia inter-dorsales (OA-DOAA) 2.47 – 2.97. Radio más grande de las aletas pélvicas (RAPV) 4.49 – 5.62. Aleta dorsal con algunos de los radios anteriores extendiéndose más allá del extremo de los subsecuentes cuando la aleta no se encuentra extendida, radio más largo de la aleta dorsal (RAD) 5.30 – 6.64, último radio (URAD) 12.32 – 16.02. Aleta pectoral extendiéndose o no hasta el origen de la aleta pélvica, radio más largo de la aleta pectoral (RAP) 6.61 – 8.88. Base de la aleta anal (BAA) usualmente mayor que la base de la aleta dorsal (BAD), BAA 6.64 – 9.81, BAD 7.38 – 9.65, BAA 89 – 136 %, promedio 114 %, de BAD.

Talla. Froese & Pauly (2019) registran 48 cm LT como talla máxima. En este trabajo se examinó un especímen mexicano de 318 mm de LS (371 mm LT).

Coloración. Color café moteado en la parte dorsal y superior de los costados del cuerpo, blanco en la parte ventral y con una fila de manchitas blancas a lo largo de la línea lateral (Robertson & Allen, 2002). Es muy característico en esta especie observar siete pares de manchas blancas a lo largo del cuerpo en el dorso.

Ecología. Especie costera, demersal, se encuentra en fondos arenosos abiertos a distancia considerable de los arrecifes. Carnívora, se alimenta preferiblemente de crustáceos móviles bentónicos (Robertson & Allen, 2002). Robertson & Allen (2002) dan como ámbito de profundidad 3-90 m, pero Chirichigno & Cornejo (2001) no la registran para aguas someras y dan un ámbito de 50 – 169 m de profundidad.

Distribución. Endémica del Pacífico oriental, se distribuye desde el extremo norte del Golfo de California hasta Perú (6° S 81° W) (Robertson & Allen, 2002). Con registros en Ecuador (islas Galápagos); erróneamente registrada de las Galápagos como *S. lacertinus* por Grove & Labenberg (1997). Chirichigno & Cornejo (2001) dicen que esta especie ocasionalmente se desplaza hasta El Callao (Perú) (Figura 4).

Nombre común. Se acepta como el nombre común oficial para esta especie el propuesto por Bussing & Lavenberg (1995): pez lagarto iguana.

Comentarios. Esta especie se puede definir como de cabeza de tamaño intermedio con el rostro relativamente grande, siempre más grande que el ojo, el cual es pequeño (Figura 3). Se nota la existencia de algunas diferencias modales en

textitS. sechurae según la localidad en cuanto al número de escamas, tanto entre la aleta dorsal y la línea lateral como en la línea lateral propiamente dicha. Los especímenes de las Galápagos tienen 20 – 22, moda 20, y 57 – 59, moda 59. El material del sur de México (Jalisco-Chiapas) tiene 20 – 21, moda 20, y 57 – 59, moda 58; en el Golfo de California se encontraron 20 – 22, moda 21, y 57 – 59, moda 57. Se considera que las diferencias detectadas pueden tener eventualmente valor poblacional pero no permiten separar la especie en diferentes taxa.

Material examinado.

México: GOLFO DE CALIFORNIA SONORA, UA 70-5 (bahía Algodones, 55 m, 1 esp.); UA 74-109 (bahía Algodones, 1 esp.); UA 74-110 (Algodones, 1 especimen); UA 74-111 (bahía Algodones, 1 esp.); UA 73-18 (1 mi afuera de Playa Station, 1 esp.); UA 68-9 (Puerto Peñasco, 4 esp.); UA 68-10 (Puerto Peñasco, 2 esp.); UA 70-12 (frente a punta Colorado, 1 esp.); BAJA CALIFORNIA SUR, UA 67-122 (bahía Agua Verde, $25^{\circ} 31' N$ $111^{\circ} 04' W$, 4 esp.); USNM 54506 ($24^{\circ} 16' N$ $110^{\circ} 22' W$, 38 m, paratipo); UA 67-93 (bahía La Paz, 1 esp.); UA 77-33 (cabos San Lucas, 1 esp.). JALISCO, SIO 73-237 (bahía Chamela, 5 esp.); SIO 65-162-25b-12 (bahía Navidad, $19^{\circ} 12' N$ $104^{\circ} 42' W$, 4 esp.). GUERRERO, SIO 68-163 ($17^{\circ} 34' N$ $101^{\circ} 31' W$, 1 esp.). GOLFO DE TEHUANTEPEC, OAXACA SIO 63-524-25c ($15^{\circ} 50' N$ $95^{\circ} 50' W$, 1 esp.); CHIAPAS, SIO 63-516-25A ($14^{\circ} 30' N$ $92^{\circ} 30' W$, 1 esp.).

Panamá: USNM 79624 (isla Naos, Canal, paratipo); USNM 79622 (isla Taboga, paratipo 1 de 2 esp.); USNM 41409 ($8^{\circ} 06' N$ $78^{\circ} 51' W$, 1 esp.); SIO 71-241 (islas Perlas, isla Señora, $8^{\circ} 27' N$ $79^{\circ} 07' W$, 1 esp.).

Islas Galápagos (Ecuador): ISLA SALVADOR, SIO 64-227-25 (bahía James, $0^{\circ} 16' S$ $90^{\circ} 42' W$, 2 esp.);

SIO 64-224-25a (bahía James, 0° 16' S 90° 42' W, 2 esp); SIO 81.96 (extremo norte de bahía James, 0° 16' S 90° 42' W, 1 esp.); MCZ 6893 (1 esp.).

Perú: USNM 127829 (5° 32' S 81° 07' W, Holotipo).

4. CONCLUSIONES

Synodus evermanni Jordan y Bollman y *S. scituliceps* Jordan y Gilbert, especies típicas de fondos muelles de la plataforma, se caracterizan por tener una terminación carnosa en la mandíbula inferior. *Synodus lucioceps* (Ayres) y *S. sechurae* Hildebrand se caracterizan porque la base de la aleta anal es relativamente larga y las escamas pequeñas; ambas especies habitan sobre fondos blandos de la plataforma, pero tienden a estar separadas geográficamente: *S. lucioceps* habita en las aguas templadas de California y el norte del Golfo de California, mientras que *S. sechurae*, por su parte, aparece desde el Golfo de California hasta las Galápagos. *Synodus lacertinus*, una especie ligada a fondos blandos cercanos a arrecifes, se caracteriza porque la base de la aleta anal es muy corta, 70% o menos de la base de la aleta dorsal.

AGRADECIMIENTOS

A nuestras instituciones, Universidad Nacional de Colombia sede Caribe e Instituto de Investigaciones Marinas y Costeras, por permitirnos discutir y trasmítir nuestras inquietudes. Al laboratorio de sistemas de información del Invemar (Janneth Beltrán) por la elaboración de los mapas de distribución de las especies. Contribución XXX del Invemar y No. 530 del Instituto de Estudios en Ciencias del Mar, Cecimar.

Referencias

- Anderson, W.W., Gehringer, J.W. & Berry, F. H. (1966). Family Synodontidae. *Memoirs Sears Foundation Marine Research*, 1 (Fishes of the western North Atlantic) (5), 30-102.
- Baldwin, C. & Johnson, D. (1996). Interrelationships of Aulopiformes: In: Stiassny, M.L.J., Parenti, L.R.; Johnson G.D. eds. *Interrelationships of Fishes*. Academic. San Diego, 355-404.
- Beltrán-León, B. S. & Ríos, R. (2000). Estudios tempranos de peces del Pacífico colombiano. Tomo I. Instituto Nacional de Pesca y Acuicultura. Buenaventura, Colombia. 727 p.
- Betancur-R., R., Wiley, E.O., Arratia, G., Acero, A., Bailly, N., Miya, M., Lecointre, G. & Ortí, G. (2017). Phylogenetic classification of bony fishes. *BMC Evolutionary Biology*, 17, 162. doi: 10.1186/s12862-017-0958-3.

- Bussing, W. & Lavenberg, R. (1995). Synodontidae: In: Fischer, W.; Krupp, F.; Schneider, W.; Sommer, C.; Carpenter, K.E.; Niem, V.H. eds. Guía FAO para la Identificación de Especies para los Fines de la Pesca. Pacífico Centro-Oriental. Vol. 3. FAO. Roma, 1925-1928.
- Bussing, W. A. & López, M. I. (1994). Demersal and Pelagic Inshore Fishes of the Pacific Coast of Lower Central America. An Illustrated Guide. *Revista de Biología Tropical (Special Publication)*, 164 p.
- Castro-Aguirre, J. L. (1999). Ictiofauna Estuarino-Lagunar y Vicaria de México. Ed. Limusa. México. 705 p.
- Chirichigno, N. & Cornejo, M. (2001). Catálogo Comentado de los Peces Marinos del Perú. Imarpe. Lima. 314 p.
- Cressey, R.F. (1981). Revision of the Indo-West Pacific lizard fishes of the genus *Synodus* (Pisces: Synodontidae). *Smithsonian Contributions to Zoology*, 342, 53 p.
- Eschmeyer, W. & Herald, E. (1983). A Field Guide to Pacific Coast Fishes of North America from the Gulf of Alaska to Baja California. Houghton Mifflin Company. Boston. 336 p.
- Froese, R. & Pauly, D. eds. (2019). FishBase World Wide Web [en línea]. [Consultada en julio de 2019]. <https://www.fishbase.org>.
- Gómez, A. (1972). Estudio comparativo de la ictiofauna acompañante del camarón rojo, *Penaeus duorarum notialis*, Pérez-Farfante, *Penaeus brasiliensis*, Latreille y el camarón blanco, *Penaeus schmitti* (Burkenroad) en zonas costeras al sur de Cartagena. Tesis Universidad Jorge Tadeo Lozano. Bogotá.
- Groce, A.K., Lagos, S. L. & Nestler, E.C. (2001). Addition of the calico lizardfish, *Synodus lacertinus* Gilbert, 1890 (Pisces: Synodontidae) to the ichthyofauna of the Southern California Bight. *Bulletin Southern California Academy of Sciences*, 100(3), 153-155.
- Grove, J. S. & Lavenberg, R. J. (1997). The Fishes of the Galápagos Islands. Stanford. Palo Alto, USA. 936 p.
- Invemar. (2000). Programa Nacional de Investigación en Biodiversidad Marina y Costera, PNIBM: Plan de acción. Invemar, Fonade, MMA. Santa Marta. 83 p.
- Leis, J. M. & McCormick, M.I. (2002). The biology, behavior, and ecology of the pelagic, larval stage of coral reef fishes: In: Sale, P. ed. *Coral Reef Fishes*. Academic. San Diego, 171-199.
- Manjarrés, L., García, C. & Acero P. A. (1998). Caracterización ambiental, ecológica y biológica de las asociaciones de peces demersales del Caribe colombiano norte, con énfasis en pargos (Lutjanidae). *Boletín Investigaciones Marinas Costeras*, 30, 77-107.

- Medina, A. (2002). Ensamblaje de peces demersales explotados por la flota industrial camaronera en la plataforma continental de La Guajira (Caribe colombiano). Tesis Universidad Jorge Tadeo Lozano. Santa Marta.
- Nelson, J. S., Crossman, E. J., Espinosa-Pérez, H., Findley, L. T., Gilbert, C.R., Lea, R. N. & Williams, J. D. (2004). Common and Scientific Names of Fishes from the United States, Canada, and Mexico 6th ed. *American Fisheries Society & American Society Ichthyologists and Herpetologists*, Special Publication, 29.
- Nelson, J. S., Grande, T. C. & Wilson, M. V. H. (2016). Fishes of the World 5th Ed. Wiley. Hoboken, USA. 707 p.
- Norman, J. R. (1935). A revision of the lizard-fishes of the genera *Synodus*, *Trachinocephalus* and *Saurida*. Department of Zoology, British Museum. London, 99-135.
- Polanco F., A. (2002). Peces de la familia Synodontidae en el Caribe colombiano: inventario y patrones de distribución. Tesis Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.
- Richardson, W. (2006). Early Stages of Atlantic Fishes. An Identification Guide for the Western Central North Atlantic. Taylor & Francis Group. New York. 1330 p.
- Robertson, D. R. & Allen, G. R. (2002). Shorefishes of the Tropical Eastern Pacific: An Information System. Smithsonian Tropical Research Institute. Balboa, Panamá.
- Robertson, D. R. & Allen, G.R. (2015). Shorefishes of the Tropical Eastern Pacific: Online Information System. Version 2.0. Smithsonian Tropical Research Institute. Balboa, Panamá. [En línea]. [Consultada en julio de 2019]. <https://biogeodb.stri.si.edu/sftep/es/pages>
- Rubio, E. A. (1988). Peces de Importancia Comercial para el Pacífico Colombiano. Universidad del Valle. Cali. 499 p.
- Russell, B.C. (2002). Synodontidae lizardfishes: In: Carpenter, K.E. ed. *The Living Marine Resources of the Western Central Atlantic*. Vol. 2. FAO. Rome, 923-930.
- Waples, R.S. & Randall, J.E. (1988). A revision of the Hawaiian lizardfishes of the genus *Synodus*, with descriptions of four new species. *Pacific Science*, 42, 178-213.

RIQUEZA Y ABUNDANCIA DE MARIPOSAS DIURNAS EN ÁREAS VERDES URBANAS DEL MUNICIPIO DE LA DORADA, (CALDAS)^a

WEALTH AND ABUNDANCE OF DIURNAL BUTTERFLIES IN URBAN GREEN AREAS OF THE LA DORADA, (CALDAS) MUNICIPALITY

JUAN CAMILO GÓMEZ-SALAZAR^{b*}, EFRAÍN REINEL HENAO-BAÑOL^c, SERGIO ADRIÁN MURILLO MONTOYA^d, ELIANA MARCELA TUNARROSA ECHEVERRÍA^e

Recibido 24-02-2021, aceptado 24-06-2021, versión final 30-06-2021.

Artículo Investigación

RESUMEN: Las mariposas diurnas son un grupo diverso y relativamente bien conocido en Colombia. Sin embargo, son pocos los estudios que evalúan su diversidad en los parques urbanos y periféricos, por lo tanto, se planteó esta investigación, con el fin de evaluar la riqueza y abundancia de mariposas diurnas presentes en áreas verdes urbanas del municipio de La Dorada, (Caldas). El estudio fue realizado en cuatro parques urbanos de este municipio, entre los meses de julio y noviembre de 2020, con un esfuerzo de muestreo de 288 horas; las mariposas fueron recolectadas con jamas y trampas Van Someren-Rydon cebadas con camarón licuado y banano en descomposición. Se colectaron 308 mariposas pertenecientes a 39 especies, siendo las más abundantes: *Phoebis sennae*, *Phoebis argante* y *Ascia monuste*. Los índices de Shannon y de equitatividad J, indican que el parque periférico de Guarinó es el que presenta una mayor diversidad y equitatividad, con un 87% de las especies reportadas, entre las que se destaca *Parides eurimedes* una especie endémica de Colombia. A su vez, la curva de acumulación de especies indica que la representatividad del muestreo estuvo el 85% y 81% respectivamente, con base en los estimadores Chao 1 e ICE.

PALABRAS CLAVE: Parques urbanos; biodiversidad; lepidópteros.

ABSTRACT: The butterflies are a diverse and relatively well-known group in Colombia. However, there are few studies that evaluate their diversity in urban and peripheral parks, therefore, this research was proposed, in order to evaluate the richness and abundance of diurnal butterflies present in urban green areas of the municipality of La Dorada, (Caldas). The study was carried out in four urban parks in this municipality, between the months of July and November 2020, with a sampling effort of 288 hours; the butterflies were collected with entomological net and Van Someren-Rydon traps baited with liquefied shrimp and decaying banana. 308 butterflies belonging to 39 species were collected, the most abundant being: *Phoebis sennae*, *Phoebis argante* and *Ascia monuste*. The Shannon and fairness indices indicate that the Guarino peripheral park is the one with the greatest diversity and fairness, with 87% of the

^aGómez-Salazar, J. C., Henao-Bañol, E. R., Murillo-Montoya, S. A. & Tunarrosa-Echevería, E. M. (2021). Riqueza y abundancia de mariposas diurnas en áreas verdes urbanas del municipio de la Dorada (Caldas). *Rev. Fac. Cienc.*, 10(2), 150–164. DOI: <https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v10n2.92523>

^bInvestigador RENNABIO, Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA), Caldas

^{*}Autor para la correspondencia: jkmilo1987@gmail.com

^cDoctorado en Biología, Conservación Internacional-Colombia.

^dDocente de Ciencias Naturales y Educación ambiental, Institución Educativa Cañaveral, Caldas.

^eInstructora del Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA), Caldas.

reported species, among which *Parides eurimedon*, an endemic species of Colombia, stands out. In turn, the species accumulation curve indicates that the representativeness of the sampling was between 85 % and 81 % respectively based on the Chao 1 and ICE estimators.

KEYWORDS: Urban parks; biodiversity; lepidóptera.

1. INTRODUCCIÓN

Las mariposas diurnas han sido estudiadas ampliamente a nivel mundial y se estiman aproximadamente entre 17280 a 19238 especies descritas (Lamas, 2008), el Neotrópico registra 17950 mariposas diurnas (Lamas *et al.*, 2004) mientras que para Colombia se estima un aproximado de 3274 especies, de las cuales 350 son endémicas (Andrade-C *et al.*, 2007); esta diversidad se explica, producto de la ubicación geográfica, la compleja topografía, el mosaico de climas, suelos y la fisiología e historia geológica (Amat-García *et al.*, 1999).

Adicionalmente, los lepidópteros o comúnmente llamados mariposas son reconocidas indicadoras ecológicas del ambiente en cuanto a parámetros como biodiversidad o grado de intervención humana (Constantino, 1997; Brown & Freitas, 2002; Ramírez *et al.*, 2007). De ahí la importancia de preservar estos organismos, debido que, en la actualidad se dan procesos de transformación ambiental que dependiendo del tamaño podrían afectar las condiciones en el hábitat para las mariposas. Es el caso de la urbanización en las áreas verdes, cuyo factor genera efectos nocivos a nivel ambiental (Grimm *et al.*, 2008; United Nations, 2015) como cambios en los usos de la tierra, cambios en las comunidades biológicas y pérdida de biodiversidad (Grimm *et al.*, 2008).

Algunos autores han demostrado que las dimensiones de las áreas verdes urbanas influyen en la diversidad de mariposas que ahí se encuentran (Giuliano *et al.*, 2005; Sing *et al.*, 2016) además, según el grado de heterogeneidad (Pickett *et al.*, 2011), podrían albergar una mayor diversidad (Prieto & Dahmers, 2006; Lawson *et al.*, 2008) lo cual, es demostrado en algunos estudios dónde revelan que jardines, prados y parques verdes urbanos se asumen como islas para insectos (Ahrne *et al.*, 2009; Garbuzov & Ratnieks, 2014; Gaston *et al.*, 2005; Matteson *et al.*, 2008) y en particular las mariposas. Sin embargo, aún no existe una comprensión idónea con estudios actualizados de como los procesos de urbanización en estas áreas verdes afectan la abundancia, riqueza y patrones de visita a las flores por parte de los insectos (Hülsmann *et al.*, 2015).

Ejemplos internacionales, como el realizado por Sánchez-Jasso *et al.* (2019) sugieren implementar en paisajes urbanos, estrategias para recuperar estas áreas, utilizando vegetación ornamental, especies forestales, especies nativas y pastos que puedan transformarse en “parques para polinizadores” y así, conservar la diversidad. A nivel local, Prieto & Fonseca (2020) en su inventario de mariposas en áreas verdes de importancia socio-ambiental registraron 45 especies de mariposas y priorizaron las áreas verdes por su conectividad y la composición de lepidópteros que en ellas habitan.

Como consecuencia de lo anterior y debido a que la diversidad de mariposas en el país no ha sido lo suficientemente conocida y estudiada (Le crom *et al.*, 2004), se plantea la presente investigación, la cual tiene como objetivo, evaluar la riqueza y abundancia de mariposas diurnas presentes en áreas verdes urbanas del municipio de La Dorada, (Caldas).

2. METODOLOGÍA

2.1. Área de estudio

El estudio se realizó en áreas verdes urbanas del municipio de La Dorada, (Caldas) y el Centro Poblado de Guarinocito ubicados en el oriente del departamento de Caldas. Los muestreos se llevaron a cabo durante cinco de meses (julio-noviembre de 2020), en cuatro sitios, dos en La Dorada y dos en el Centro Poblado de Guarinocito, identificadas como áreas verdes urbanas de tamaño pequeño con presencia de cobertura vegetal semiconservada dentro de la periferia del municipio de La Dorada, Caldas (Ver Figura 1). Abarcan una superficie total de 7422.43 m^2 , de las cuales 4368.29 m^2 correspondieron a áreas verdes urbanas del municipio de La Dorada y 3054.14 m^2 a áreas del Centro Poblado de Guarinocito. Las áreas seleccionadas para el municipio de La Dorada fueron: Parque Jorge Eliécer Gaitán y Parque Puerto Amor y para el Centro Poblado de Guarinocito el Parque Principal y un Parque Periférico, estas áreas poseen además representatividad histórica, concurrencia de habitantes y tamaño reducido para facilidad en el trabajo de campo (Ver Tabla 1).

Se seleccionaron visualmente las áreas de estudio con base en observación personal según la densidad poblacional de especies vegetales (árboles y arbustos) con cobertura vegetal semiconservada y/o cercanía a afluentes hídricos. Adicionalmente, a partir de observación directa se caracterizó las principales estructuras vegetales tomando en cada unidad de estudio una muestra vegetal la cual, fue llevada a la profesional del SENA Eliana Marcela Tunarrosa Echeverria quien procesó el material para su correcta identificación.

2.2. Método de captura y registro

El presente trabajo se realizó entre julio-noviembre de 2020, dónde se abordó los diferentes períodos climáticos de la zona, con un equipo de dos personas quienes estuvieron presentes durante seis salidas/sitio para un total de 24 salidas en los cuatro sitios muestreados. En cada sitio se realizaron caminatas entre las 9 : 00 y 15 : 00h, correspondiente al periodo de mayor actividad de las mariposas (Ghosh & Mukherjee, 2016; Lizée *et al.*, 2016; Sing *et al.*, 2016). Horario en el que fueron registradas continuamente, para una intensidad de 6 horas/persona para un total de 288 h de muestreo efectivo mediante búsqueda activa con redes entomológicas.

Además, se emplearon seis trampas Van Someren-Rydon (TVSR) (De Vries, 1987; Villarreal *et al.*, 2004) durante un periodo de tiempo igual al muestreo con redes, arrojando un total de 36 h de esfuerzo de mues-

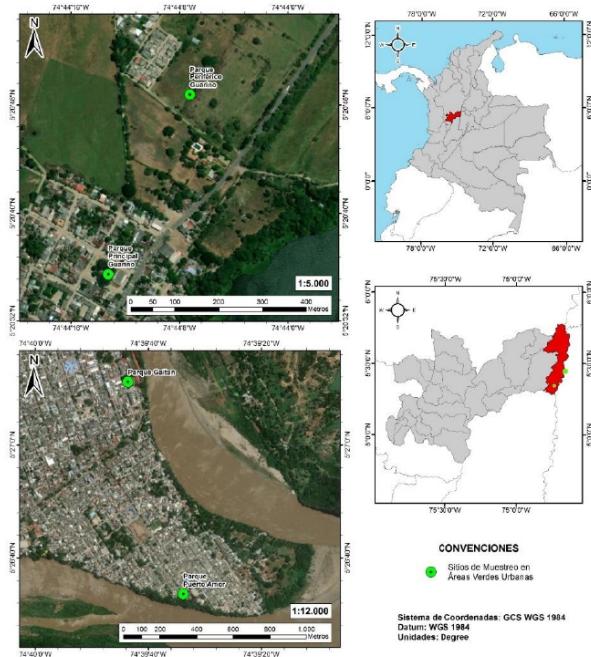


Figura 1: Ubicación de los sitios de muestreo en las áreas verdes urbanas de La Dorada, (Caldas). Fuente: Elaboración propia.

treo por sitio y un resultado final de 216h en los cuatro sitios seleccionados, de acuerdo a las condiciones ambientales del momento; con 24 días de actividad; 22 – 25 de julio, 18 – 21 de agosto, 11 – 14 y 21 – 24 de septiembre, 14 – 17 de octubre y 10 – 13 de noviembre del 2020; cebadas con camarón licuado y fruta fermentada (banano en descomposición) y revisadas cada hora. Las TVSR fueron colocadas tres con camarón licuado y tres con fruta fermentada, las cuales, se intercalaron en distancias entre 5 y 10 metros (Villarreal *et al.*, 2004), debido al tamaño reducido de las áreas muestreadas, para el Parque Jorge Eliécer Gaitán se tomaron distancias de 10 metros entre trampa, Parque periférico Guarinocito entre 8 y 9 metros y en los sitios Puerto Amor y Parque Principal Guarinocito se tomaron medidas equidistante de 5 metros entre trampa y se ubicaron de forma lineal. Preferiblemente expuestas a la luz solar favoreciendo la evaporación de los líquidos del cebo.

Finalmente, las trampas fueron dispuestas a una altura que osciló entre 3 y 5 metros sobre el nivel del suelo. Adicionalmente, se empleó la técnica de Ahrenholz para la atracción de especies de la familia *Hesperiidae* (Lamas *et al.*, 1993).

2.3. Identificación de mariposas diurnas

Los especímenes registrados fueron fotografiados dorsal y ventralmente mediante cámara Nikon D5500 y editadas con el programa Adobe Photoshop CS v. 8.0. Posteriormente, los especímenes fotografiados fueron liberados.

Tabla 1: Descripción de los sitios de muestreo de mariposas diurnas en áreas verdes urbanas ubicadas en el municipio de La Dorada, Caldas. Fuente: Elaboración propia.

Sitio de muestreo	Coordenadas	Altura (msnm)	Vegetación	Área (m ²)
Parque Jorge Eliécer Gaitán	5° 27' 11,155"N 74° 39' 43,604"W	174	<i>Laburnum anagyroides</i> , <i>retinodes</i> (Fabaceae), <i>Duranta repens</i> (Verbenaceae), <i>Ixora coccinea</i> (Rubiaceae), <i>sicania tomentosa</i> (Chrysobalanaceae)	3414.78
Parque Puerto Amor	5° 26' 33,603"N 74° 39' 32,070"W	175	<i>Hibiscus rosasinensis</i> (Malvaceae), <i>Terminalia catappa</i> (Combretaceae), <i>Delonix regia</i> (Fabaceae), <i>Thevetia peruviana</i> (Apocynaceae), <i>Tabebuia rosea</i> (Bignoniaceae) <i>Bougainvillea glabra</i> (Nyctaginaceae)	953.51
Parque principal Guarinocito	5° 20' 35,517"N 74° 44' 13,249"W	202	<i>Samanea saman</i> <i>Albizia guachapele</i> (Fabaceae), <i>Ceiba aesculifolia</i> (Malvaceae) <i>Ixora coccinea</i> (Rubiaceae)	1642.38
Parque periférico Guarinocito	5° 20' 48,766"N 74° 44' 7,218"W	200	<i>Tecoma stans</i> (Bignoniaceae), <i>Zanthoxylum rhombifolium</i> (Rutaceae), <i>Ficus carica</i> (Moraceae), <i>Guarea trichiloides</i> (Meliaceae), <i>Albizia guachapele</i> , <i>Saman saman</i> , <i>Pithecellobium dulce</i> <i>Gliricidia sepium</i> (Fabaceae)	1411.76

Para su correcta identificación taxonómica se utilizó la siguiente literatura Seitz (1924), D Abrera (1988), D Abrera (1995), De Vries (1987), De Vries (1997), Uribe *et al.* (1998), Garcia-Robledo *et al.* (2002), Le crom *et al.* (2002), Le crom *et al.* (2004), Lamas *et al.* (2004), Mey & Speidel (2008) y Warren *et al.* (2016). Además, se consultaron trabajos realizados en el oriente del departamento de Caldas como: Arango & Montes-R (2009), Mancholas-Rojas *et al.* (2014) y Murillo-Montoya *et al.* (2018) y se realizaron consultas en algunas colecciones biológicas y asesoría de especialistas.

2.4. Análisis de datos

Para conocer la representatividad de los muestreos y la riqueza de especies por cada lugar de estudio, se realizó una curva de acumulación de especies según lo indicado por Villarreal *et al.* (2004) ya que permite obtener comparativos entre valores observados de riqueza con los valores estimados Chao1 e ICE, los cuales, muestran un aproximado de las especies registradas, permitiendo evaluar la efectividad del muestreo (Colwell & Elsensohn, 2014). También, se calcularon los índices de diversidad (Shannon y equitatividad) con el fin de determinar el sitio con mayor riqueza y se realizó un agrupamiento por similitud (análisis de cluster) con el fin de observar afinidades entre los sitios estudiados. Todos los análisis se realizaron empleando el programa Past 3x (Hammer *et al.*, 2001).

La riqueza de mariposas fue tomada como el número total de especies presente en cada área, la abundancia fue registrada como el número de ejemplares de cada especie y se implementó la metodología adaptada por Gaviria-Ortiz & Henao-Bañol (2011), clasificando las especies así: abundantes: más de 10 registros; espe-

cies comunes: entre 6 y 10 registros; especies escasas: de 2 a 5 registros y especies raras: un solo registro.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se registraron un total de 308 individuos distribuidos en 6 familias, 13 subfamilias, 31 géneros y 39 especies. La Tabla 2 muestra las especies registradas y sus respectivas familias, subfamilias y abundancias.

La familia con mayor número de especies fue Nymphalidae (21), seguida de la familia Pieridae (7), Hesperiidae (6), Papilionidae y Lycanidae (2) respectivamente y por último Riodinidae (1) (Tabla 2). Las subfamilias con mayor riqueza fueron Coliadinae con (6) especies; Biblidinae, Nymphalinae, Heliconiinae con (5); Charaxinae con (5) especies; Eudaminae (4); Pyrginae, Teclinae, Papilionidae, y Riodininae, Satyrinae, Dannainae y Pierinae con una especie. Las especies más abundantes fueron *Phoebis argante* con (81) registros, *Phoebis sennae*(66), *Ascia monuste* (23), *Anteos menippe* y *Hamadryas februa* (21) registros y *Anartia jatrophae* (13) registros.

La TVSR capturó a *Heliconius melpomene* en una ocasión con cebo de camarón, mientras que el banano fermentado atrajo a *Hamadryas februa* y *Hamadryas feronia* especies colectadas también con red entomológica. De igual forma, estas especies estuvieron representadas en las capturas con red entomológica la cual obtuvo una efectividad del 97 % del total del muestreo. Así mismo, las especies colectadas únicamente en TVSR fueron *Hamadryas amphinome*, *Pyrrhogryra otolais*, *Callicore pitheas*, *Colobura dirce*, *Fountainea ryphea*, *Zaretis ellops*, *Memphis pithyusa*, *Achaeoprepona demophon gulina* y *Osiphanes invirae*. Según, De Vries *et al.* (1999) especies relacionadas como habituales en trampas, debido a que adquieren su alimento de frutos y materia en descomposición. Por su parte, la técnica de Ahrenholz no registro individuos, lo cual, podría deberse a que el manejo de las zonas estudiadas es inadecuado en cuanto a utilización de la tierra, las plantas asociadas a estos lugares no son nutricias y/o nectarívoras para estas especies de mariposas y a su vez, no presentan una cobertura vegetal necesaria que garantice la presencia de especies de la familia Hesperiidae.

En el Parque Gaitán la familia con mayor número de especies fue Pieridae (72), Nymphalidae (8), Lycanidae y Riodinidae (1) respectivamente; para el Parque Puerto Amor la familia con mayor número de especies fue Pieridae (49), seguida de Nymphalidae (17), Riodinidae (3) y Papilionidae (2); para el Parque principal Guarinocito la familia con mayor número de especies fue Pieridae (37), Nymphalidae (8), Papilionidae y Hesperiidae con (1) respectivamente y el Parque periférico Guarinocito la familia con mayor número de especies fue Nymphalidae (48), Pieridae (38), Hesperiidae (18), Papilionidae (2) y Lycanidae (1).

En términos de tamaño, las áreas verdes del Parque Puerto Amor y el Parque Gaitán conto con los menores registros de especies (71) y (81) respectivamente y el Parque periférico Guarinocito con mayores registros de especies (107), contradiciendo así la teoría especie-área que a mayor superficie de área verde mayor es

Tabla 2: Lista de especies de mariposas y su abundancia en áreas verdes urbanas del municipio de La Dorada, (Caldas).

Abreviaturas: (*): colectado en trampa; (**): colectado solamente en trampa. CT: Categoría; (A): abundante; (C): Común; (E): Escaso; (R): Raro.

Especie	Áreas Verdes				Abundancia Total	CT
	La Dorada	Parque Gaitán	Parque Puerto Amor	Guarino		
	Parque	Parque	Parque	Parque		
PAPILIONOIDEA						
PAPILIONIDAE Papilioninae: Papilionini						
1. <i>Heracides thoas nealces</i> (Rothschild & Jordan, 1906)	2		1	1	4	C
Papilioninae: Troidini						
2. <i>Parides eurimedes arriphus</i> (Boisduval, 1836)				1	1	R
PIERIDAE: Coliadinae						
3. <i>Eurema daira</i> (Godart, 1819)				1	1	C
4. <i>Pyrisitia venusta</i> (Boisduval, 1836)				1	1	R
5. <i>Anteos menippe</i> (Hubner, 1818)	13	5	2	1	21	C
6. <i>Phoebeis sennae</i> (Cramer, 1777)	18	25	11	12	66	A
7. <i>Phoebeis philea</i> (Linnaeus, 1763)	1				1	R
8. <i>Phoebeis argate</i> (Fabricius, 1775)	34	16	19	12	81	A
Pierinae: Pierini						
9. <i>Ascia monuste</i> (Linnaeus, 1764)	6	3	5	9	23	A
RIODINIDAE Riodininae: Riodinini						
10. <i>Melanis electrón</i> (Fabricius, 1793)	1	3		2	6	C
NYMPHALIDAE Danainae: Ithomiini						
11. <i>Mechanitis menapis</i> (Hewitson, 1856)				1	1	C
Heliconiinae: Acraeini						
12. <i>Actinote anteas</i> (Doubleday, 1847)				1	1	C
Heliconiinae: Heliconiini						
13. <i>Heliconius melpomene</i> (Linnaeus, 1758)*		1	2	2	5	C
14. <i>Heliconius ismenius</i> (Latreille, 1817)	1	1		1	3	C
15. <i>Heliconius erato hydara</i> (Hewitson, 1867)				1	1	C
Heliconiinae: Argynnini						
16. <i>Euptoleta hegesia</i> (Cramer, 1779)	1			5	6	C
Biblidinae: Ageroniini						
17. <i>Hamadryas amphinome</i> (Linnaeus, 1767)**		2		1	3	C
18. <i>Hamadryas februa</i> (Hübner, 1823)*	3	9	4	5	21	C
19. <i>Hamadryas feronia</i> (Linnaeus, 1758)*				2	2	C
Biblidinae: Epiphelini						
20. <i>Pyrrhogrya otolais</i> (H. Bates, 1864)**				5	5	C
Biblidinae: Callicorini						
21. <i>Callicore pitheas</i> (Latreille, 1813)**				1	1	C
Nymphalinae: Nymphalini						
22. <i>Colobura dirce</i> (Linnaeus, 1758)**		1			1	C
Nymphalinae: Victorini						
23. <i>Anartia amathea</i> (Linnaeus, 1758)				4	4	C
24. <i>Anartia jatrophæa</i> (Linnaeus, 1763)	1		1	11	13	C
Nymphalidae: Junoniini						
25. <i>Junonia evarete</i> (Cramer, 1779)	1			4	5	C
Nymphalidae: Melitaeini						
26. <i>Chlosyne lacinia</i> (Geyer, 1837)				1	1	C
Charaxinae: Anaeini						
27. <i>Fountainea ryphea</i> (Cramer, 1775)**	1	3			4	C
28. <i>Zaretis ellops</i> (Ménéstriés, 1855)**				1	1	E
29. <i>Memphis pithysa</i> (R. Felder, 1869)**				1	1	R
Charaxinae: Preponini						
30. <i>Achaeoprepona demophon gulina</i> (Fruhstorfer, 1904)**			1		1	C
Satyrinae: Morphini						
31. <i>Opsiphanes invirae</i> (Hübner, 1808)**				1	1	C
HESPERIIDAE: Eudaminae Charaxinae: Anaeini						
32. <i>Chioides catillus</i> (Cramer, 1779)				8	8	C
33. <i>Urbanus simplicius</i> (Stoll, 1790)			1	6	7	C
34. <i>Urbanus teleus</i> (Hübner, 1821)				1	1	C
35. <i>Autochton neis</i> (Geyer, 1832)				1	1	C
Pyrginae: Pyrgini						
36. <i>Anisochoria pedalioidina</i> (A. Butler, 1870)				1	1	C
37. <i>Staphylus huigra</i> (R. Williams & E. Bell, 1940)				1	1	C
LYCANIDAE: Teclinae: Eumaeini						
38. <i>Strymon ziba</i> (Hewitson, 1868)	1				1	C
39. <i>Calycopis aff. origo</i>				1	1	C

la presencia de lepidópteros. Por consiguiente, no concuerda con resultados sobre la relación especie-áreas en otras áreas verdes investigadas (Giuliano *et al.*, 2005). Esto se evidencio también en parques urbanos de Cali, dónde la diversidad no depende de la extensión de la zona verde sino de la heterogeneidad vegetal y la presencia de relictos boscosos (Ramírez *et al.*, 2007).

Por otra parte, la diversidad entre el Parque Puerto Gaitán y el Parque Puerto Amor fue semejante esto podría deberse a la presencia de condiciones de cercanías a cuerpos de agua, estructuras vegetales (árboles y arbustos) y riqueza florística similar. Lo anterior, concuerda con Brown & Freitas (2002) quienes afirman que los parques urbanos generalmente incluyen diversidad de vegetación arbustiva, en parte introducida pero también nativa, con abundantes recursos alimenticios, parches boscosos originales y grandes árboles que sirven de alimento, refugio y sustrato a una amplia variedad de animales.

El Parque periférico Guarinocito pese a tener un menor tamaño presento mayor diversidad de mariposas en comparación con el Parque Principal Guarinocito que presentó el menor número de especies y son áreas cercanas, esto pudo deberse a la presencia de más número de microhábitats. Resultado que puede explicarse según Prieto & Dahners (2006) quien expresa existen hábitats representativos en cuerpos de agua, cerros y pastizales en diversas áreas verdes que permiten visibilizar la presencia de lepidópteros de forma poco perceptible.

Según la estimación de abundancias se encontraron 32 especies comunes, 3 especies abundantes (*Phoebis argante*, *Phoebis sennaey* *Ascia monuste*), 15 especies de aparición única, 3 raras (*Parides eurimedes arippus*, *Phoebis philea* y *Memphis pithyusa*) y una escasa (*Zaretis ellops*) (Ver Tabla 2).

Este trabajo registró la familia Pieridae con el mayor número de especies tanto compartidas como dominantes en las áreas verdes urbanas estudiadas. Resultado que concuerda con el trabajo de ? donde el género *Phoebis* de la familia Pieridae fue el más compartido y abundante de una manera notoriamente superior a las demás especies registradas. Las congregaciones observadas en las fases de campo para Pieridae, sobrevolando plantas ornamentales, posándose en afluentes hídricos y tierra húmeda y lodosa en las áreas verdes urbanas refiere un comportamiento por parte de los machos, que se agrupan con la finalidad de absorber sales y potasios que pierden en sus desplazamientos (Garcia-Robledo *et al.*, 2002).

De igual manera Ramírez-Segura & Wallace-Jones (2017) en áreas verdes urbanas de Querétaro, (México) registraron la familia Pieridae con mayor abundancia de especies en estos lugares, lo cual probablemente se deba a la presencia de recursos florales, especialmente de plantas ornamentales disponibles en las áreas verdes urbanas. También, Sánchez-Jasso *et al.* (2019) en paisajes urbanos del municipio de Metepec, (México) mostró a la familia Pieridae como la segunda más representativa, puesto que muestra efectos negativos menores ante la modificación del hábitat y la contaminación en estas áreas verdes dentro del casco urbano.

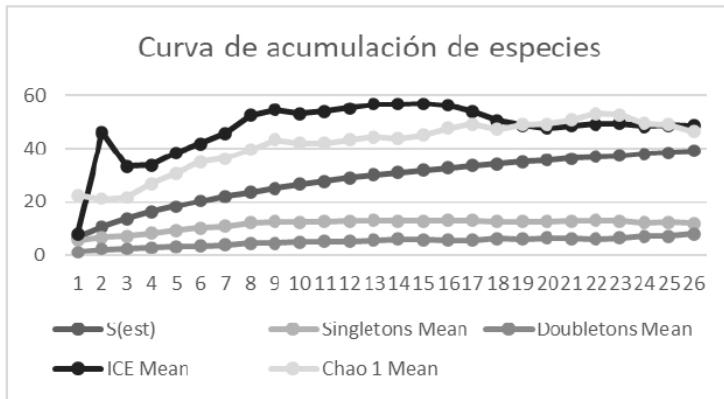


Figura 2: Curva de acumulación de las especies de mariposas presentes en parques urbanos del municipio de La Dorada (Caldas) y con base estimadores no paramétrico Chao 1 y ICE. Fuente: Elaboración propia.

En cuanto al alto número de especies registradas con aparición única (15), coincide con Ramírez *et al.* (2007) que presentan las familias Hesperiidae y Lycaenidae 74.6 % y 40 %, respectivamente, en esta condición. Los cuales, sugieren para esta familia la presencia de poblaciones muy pequeñas y localizadas; un sesgo en su captura, posiblemente por sus coloraciones opacas, tamaños pequeños y vuelo rápido, adicionalmente son conocidas como fuente de sesgo en los inventarios debido al no considerarse habitantes estrictos de las áreas verdes urbanas seleccionadas (Jiménez-Valverde & Hortal, 2003). Este registro elevado de especies únicas, sugiere la necesidad de realizar más investigaciones para llenar los vacíos de información existentes en cuanto a estructura y dinámica de poblaciones de mariposas en áreas verdes urbanas, así como la imperiosa labor de un inventario más exhaustivo en tiempo y espacio tanto de mariposas como de plantas hospederas y nectaríferas para un conocimiento más completo de la lepidopterofauna del oriente del departamento, especialmente del casco urbano de La Dorada, (Caldas).

El registro de las especies *Parides eurimedes arriphilus* y *Memphis pithyusa* catalogadas como raras y *Zaretis ellops* escasa, son asociadas según Orozco *et al.* (2009) a especies de ocurrencia temporal. Para *Zaretis ellops* su presencia en áreas verdes urbanas no es común, puesto que se relaciona con bosques húmedos (García-Robledo *et al.*, 2002; Valencia *et al.*, 2005), que se mueve entre áreas de bosque continuo, y usan los parches de bosque intermedios en su proceso de desplazamiento (De Vries, 1997; De Vries *et al.*, 1999; Brown & Freitas, 2002) siendo las áreas verdes urbanas de La Dorada, (Caldas) un posible corredor de tránsito para esta especie.

Con base en la curva de acumulación de especies (Figura 2) el muestreo tuvo una representatividad del 85 y 81 % según los estimadores Chao 1 y ICE, lo que nos indica que el muestreo fue representativo, sin embargo, al aumentar las unidades y tiempo del mismo, el número de especies también aumentará. En este sentido, el número de especie que falta por registrar están entre 6 y 8 según ambos estimadores. De acuerdo a lo arrojado por los singletons y doubletons se observa la tendencia de cruce al final del muestreo lo que

Tabla 3: Índice de diversidad (Shannon) y equitatividad para determinar la diversidad de mariposas presentes en parques urbanos del municipio de La Dorada, (Caldas)

Indices diversidad	1. P.Gaitán (D)	2. P.P.Amor (D)	3. P.P.Guarinocito (G)	4. P.Pe.Guarinocito (G)
Taxa_S	13	12	10	34
Individuals	82	71	47	109
Shannon_H	1.732	1.934	1.75	3.083
Equitability_J	0.6753	0.7784	0.7602	0.8742

Tabla 4: Valores del índice de Similitud-Jaccard, para mariposas diurnas en parques urbanos del municipio de La Dorada (Caldas).

Jaccard	1. P_Gaitán (D)	2. P_P_Amor (D)	3. P_p_Guarinocito (G)	4. P_Pe_Guarinocito (G)
1. P_Gaitán (D)	1	0.47058824	0.35294118	0.27027027
2. P_P_Amor (D)	0.47058824	1	0.46666667	0.27777778
3. P_p_Guarino (G)	0.35294118	0.46666667	1	0.25714286
4. P_Pe_Guarino (G)	0.27027027	0.27777778	0.25714286	1

indica que se ha alcanzado a muestrear la mayoría de las especies (Villarreal *et al.*, 2004).

Al evaluar los índices de Shannon y equitatividad J (Tabla 3), el parque periférico de Guarinocito fue el que presentó una mayor diversidad y equitatividad, siendo las especies de *Phoebis (argante y sennae)* y *Ascia monuste* las de mayor abundancia, pero sin ser dominantes en el ecosistema, mientras que, en los demás parques, las especies de *Phoebis* no solo fueron las más abundantes, sino que dominaron completamente el área.

El análisis de similitud de Jaccard (Tabla 4, Figura 3) muestra que los parques que comparten un mayor número de especies son el parque Gaitán y Puerto Amor con un 47% esto podría deberse a su cercanía a cuerpos de agua, mayor disponibilidad en riqueza florística y composición vegetal similar con la familia Fabaceae, seguido del parque principal de Guarinocito y el parque Puerto Amor con un 46% con similitudes en familias vegetales (Malvaceae y Fabaceae), cercanías a cuerpos de agua y presencia de microambientes y el parque Gaitán y parque principal de Guarinocito con el 35% por su cercanía a fuentes hídricas. El parque periférico de Guarinocito tiene a diferenciarse en cuanto a la composición de especies con respecto a los otros sitios de muestro, incluso, a pesar de estar en la misma localidad, comparte solo el 26% de las especies registradas con el parque principal de Guarinocito.

Especies como *Parides eurimedes*, *Eurema daira*, *Pyrisitia venusta*, *Mechanitis menapis*, *Actinote anteas*, *Heliconius erato hydara*, *Hamadryas feronia*, *Pyrrhogryra otolais*, *Staphilus huigra*, *Callicore phiteas*, *Opsiphanes invirae*, *Anartia amathea*, *Chlosyne lacinia*, *Zaretis ellops*, *Memphis pithyusa*, *Chioides catillus*, *Urbanus teleus*, *Autochton neis*, *Anisochoria pedaliolina* y *Calicopis aff. origo* fueron exclusivas del parque Periférico de Guarinocito, mientras que las demás especies fueron compartidas por dos o más parques. Ninguno de los otros parques presentó especies exclusivas.

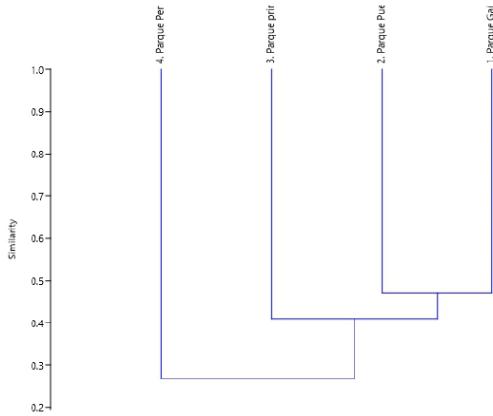


Figura 3: Dendrograma de similitud de Jaccard con el método de enlace UPGMA, para los parques urbanos muestreados en el municipio de La Dorada, (Caldas). Fuente: Elaboración propia.

4. CONCLUSIONES

Con base en el presente estudio que evaluó la riqueza y abundancia de mariposas diurnas en áreas verdes urbanas de La Dorada (Caldas), se concluye la existencia de una alta fracción de diversidad para las áreas del estudio. Lo anterior, concuerda, con un estudio de diversidad en dos unidades de paisaje en La Dorada Caldas realizado por Mancholas-Rojas *et al.* (2014) arrojando una alta diversidad para esta zona del departamento. De acuerdo al tamaño de las áreas de estudio se precisa la no incidencia en la diversidad de mariposas en estas áreas verdes, puesto que es debido a la heterogeneidad vegetal y presencia de relictos boscosos lo que influye en la presencia de los lepidópteros.

Referencias

- Ahrne, K., Bengtsson, J. & Elmquist, T. (2009). Bumble Bees (Bombus spp) along a gradient of Increasing Urbanization. *PLoS One* 4, e5574.
- Amat-García, G., Fernández-C, F. & Andrade-C, G. M. (1999). Un vistazo actual a la taxonomía de insectos en Colombia (Coleóptera, Himenóptera y Lepidóptera).
- Andrade-C, M., Campos-Salazar, L. R., González-Montaña, L. A. & Pulido-B, H. W. (2007). Santa María: mariposas alas y color. Instituto de Ciencias Naturales. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. <https://doi.org/10.1109/IMVIP.2008.20>

- Arango, L. & Montes-R, J. M. (2009). Caracterización entomológica parcial de la cuenca del río La Miel en el departamento de Caldas (Colombia). *Bol. Cient. Cent. Mus. His. Nat.*, 13(2), 249-268.
- Brown, K. S. & Freitas, A. V. L. (2002). Comunidades de mariposas de fragmentos de bosque urbano en campiñas, Sao Paulo, Brasil: estructura, inestabilidad, correlaciones ambientales y conservación. *Journal of Insect Conservation*, 6, 217-231. <https://doi.org/10.1023/A:1024462523826>
- Colwell & Elsensohn. (2014). EstimateS turns 20: Statistical estimation of species richness and shared species from samples, with non-parametric extrapolation. *Ecography*, 37(6), 609-613.
- Constantino, L. M. (1997). Lepidópteros diurnos del chocó biogeográfico: diversidad, alternativas productivas y estrategia de conservación. En: *Memorias XXIV congreso Sociedad Colombiana de Entomología*, 1997. Pereira, Colombia.
- D Abrera, B. (1988). Butterflies of the neotropical region. Part IV. Nymphalidae y Satyridae. Victoria, Australia: Hill House Editions.
- D Abrera, B. (1995). Butterflies of the neotropical region. Part VII. Lycanidae. Victoria, Australia: Hill House Editions.
- De Vries, P. J. (1987). Butterflies of Costa Rica and their natural history. I: (Papilionidae, Pieridae, Nymphalidae). New Jersey, Estados Unidos: Princeton Press. University.
- De Vries, P. J. (1997). Butterflies of Costa Rica and their natural history. II: Riodinidae. New Jersey, Estados Unidos: Princeton University Press.
- De Vries, P. J., Wallas, T. R. & Greeney, H. (1999). Species diversity in spatial and temporal dimensions of fruit-feeding butterflies from two Ecuadorian rainforests. *Biological Journal of the Linnean Society*, 68, 333-353.
- Garbuzov, M. & Ratnieks, F. L. W. (2014). Quantifying variation among garden plants in attractiveness to bees and other flower-visiting insects. *Functional Ecology*, 28(2), 264-374. <https://doi.org/10.1111/1365-2435.12178>
- García-Robledo. C. A., Constantino, L. M., Heredia, M. D. & Kattan, G. H. (2002). Guía de campo: Mariposas comunes de la cordillera central de Colombia.
- Gaston, K. J., Smith, R. M., Thompson, K. & Warren, P. H. (2005). Urban domestic gardens (II): experimental tests of methods for Increasing biodiversity. *Biodiversity and Conservation*, 14(2), 395-413. <https://doi.org/10.1007/s10531-004-6066-x>
- Gaviria-Ortiz, F. & Henao-Bañol, E. (2011). Diversidad de mariposas diurnas (Hesperiidae-Papilionidae) del Parque Natural Regional El Vínculo (Buga-Valle del Cauca). *Bol. Cient. Cent. Mus. His. Nat.*, 15(1), 115-133.

- Ghosh, A. & Mukherjee, T. (2016). Butterfly diversity at suburban green patch: A sustainable approach towards. *Conservation*, 4(2), 34-39.
- Giuliano, W. M., Accamando, A. K. & Mcadams, E. J. (2005). Lepidoptera-habitat relation ships in urban parks. *Urban Ecosystems*, 7, 361-370. <https://doi.org/10.1007/s11251-005-6835-7>
- Grimm, N. B., Faeth, S. H., Golubiewski, N. E., Redman, C. L., Wu, J., Bai, X. & Brigs, J. M. (2008). Global change and the Ecology of cities. *Science*, 319, 756-760. <https://doi.org/DOI:10.1126/science.1150195>
- Hammer, O., Harper, D.A. P. & Ryan, P. D. (2001). Past: paleontological statistics software package for education and data análisis. *Paleontológica Electrónica*, 4(1), 1-9.
- Hülsmann, M., Von Wehrden, H., Klein, A. M. & Leonhardt, S. D. (2015). Plant diversity and composition compensate for negative effects of urbanization on foraging bumble bees. *Apidologie*, 46(6), 760-770. <https://doi.org/10.1007/s13592-015-0366-x>
- Jiménez-Valverde, A. & Hortal, J. (2003). Las curvas de acumulación de especies y la necesidad de evaluar la calidad de los inventarios biológicos. *Revista Ibérica de Aracnología*, 8, 151-161.
- Lamas, G. (2008). La sistemática sobre mariposas (Lepidóptera: Hesperoidea y Papilionoidea) en el mundo: Estado actual y perspectivas futuras. Contribuciones taxonómicas en órdenes de insectos hiperdiversos. III reunión anual de la Red Iberoamericana de Biogeografía y Entomología Sistemática, La Plata, Argentina. 57-70pp.
- Lamas, G., Mielke, O. H. & Robbins, R. K. (2004). Checklist: Part 4. Hesperoidea-Papilionoidea. En J. B. Heppner (Ed) *Atlas of neotropical lepidóptera*. Association for tropical Lepidóptera, Scientific Publishers.
- Lamas, G., Mielke, O. H. & Robins, R. K. (1993). The Ahrenholz technique for attracting tropical skipers (Hesperiidae). *Journal of the Lepidopterists Society*, 47(1), 80-82.
- Lawson, D. M., Lamar, C. K. & Schwart, M. W. (2008). Quantifying plant population persistence in human-dominated landscapes. *Conservation Biology*, 22(4), 922-928. <https://doi.org/DOI:10.1111/j.1523-1739.2008.00936.x>
- Le crom, J. F., Constantino, L. M. & Salazar, J. A. (2002). Mariposas de Colombia. I: Papilionidae, Bogotá, Colombia: Carlet Ltda.
- Le crom, J. F., Llorente-Bousquets, J., Constantino, L. M. & Salazar, J. (2004). Mariposas de Colombia. Tomo II: Pieridae. Bogotá. Cartel Ltda.
- Lizée, M. H., Tatoni, T. & Deschamps-Cottin, M. (2016). Patrones anidados en conjuntos urbanos de especies de mariposas: roles respectivos de la gestión de parcelas, el diseño del parque y las características del paisaje. *Urban Ecosyst*, 19, 205-224. <https://doi.org/10.1007/s11252-015-0501-5>

- Mancholas-Rojas, L. A., Moncaleano López, A. & Rondón Fernández, M. F. (2014). Diversidad de mariposas diurnas en dos unidades de paisaje La Dorada, Caldas. 1-30 <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Matteson, K. C., Ascher, J. S. & Langellotto, G. A. (2008). Bee richness and abundance in New York City urban gardens. *Annals of the Entomological Society of América*, 101 (1), 140.-150. [https://doi.org/10.1603/0013-8746\(2008\) \[140:BRAAIN\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1603/0013-8746(2008) [140:BRAAIN]2.0.CO;2)
- Mey, W. & Speidel, W. (2008). Global diversity of butterflies (lepidoptera) in freshwater. *Hydrobiologia*, 595(1), 521-528. <https://10.1007/s10750-007-9038-9>
- Murillo Montoya, S. A., Fadul Vásquez, C. J. & Valdeleón Manrique, J. (2018). Inventario de mariposas diurnas en la cuenca de la Quebrada Santo Tomás. *Revista Sennova: Revista del sistema de Ciencia, Tecnología e Innovación*, 3, 57. <https://10.23850/23899573.1637>
- Orozco, S., Muriel, S. B. & Palacio, J (2009). Diversidad de lepidópteros diurnos en un área de bosque seco tropical del occidente antioqueño. *Revista actualidades biológicas*, 31 (90), 31-41.
- Pickett, S. T. A., Cadenasso, M. L., Grove, J. M., Boone, C. G., Groffman, P. M., Irwin, E., Kaushal, S. S., Marshall, V., McGrath, B. P., Nilon, C. H., Pouyat, R. V., Szlavecz, K., Troy, A. & Warren, P. (2011). Urban ecological systems: Scientific foundations and decade of progress. *Journal of Environmental Management*, 92 (3), 331-361. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2010.08.022>
- Prieto, C. & Dahners, H. W. (2006). Sección Morfología, comportamiento, Ecología, evolución y Sistemática Eumaeini (Lepidóptera: Lycanidae) del Cerro San Antonio: Dinámica de la riqueza y comportamiento de "Hilltopping". *Revista Colombiana de Entomología*, 32 (2), 179-190.
- Prieto, J. D. & Fonseca, A. G. M. (2020). Urban colors: Butterflies (lepidóptera: Papilionoidea) of Bogotá región (Colombia). *Biota Colombiana*, 21 (2), 21-39. <https://doi.org/10.21068/C2020.V21NO2A02>
- Ramírez-Segura, O. & Wallace-Jones, R. (2017). Lepidópteros diurnos de áreas verdes urbanas de Querétaro, México. *Entomología Mexicana*, 4, 503-508. <http://www.entomologia/2017/EC/EM2822017.503-508>.
- Ramírez, L., Chacón & Constantino, L. M. (2007). Diversidad de mariposas diurnas (Lepidóptera: Papilionoidea y Hesperioidea) en Santiago de Cali, Valle del Cauca, Colombia. *Revista Colombiana de Entomología*, 3(1), 54-63.
- Sánchez-Jasso, J. M., Estrada-Álvarez, J. C., Medina, J. P. & Estrada-Fernández, B. Y. (2019). Diversity of diurnal butterflies (Lepidoptera: Papilionoidea and Hesperioidea) in the urban landscape of Metepec municipality, State of México, México. *Revista Mexicana de Biodiversidad*, 90(3). <https://doi.org/10.22201/ib.200787706e.2019.90.2659>

- Seitz, A. (1924). Die Gross Schmetterling der Erde. Die Amerikanischen Tagfalter. Stuttgart, Alemania: A. Kernen.
- Sing, K. W., Jusoh, W. F. A., Hashim, N. R. & Wilson, J. J. (2016). Urban parks: refuges for tropical butterflies in Southeast Asia? *Ecological Research*, 58, 1-17.
- United Nations, Departament of Economics and Social Affairs, P. D. (2015). World Urbanization Prospects: The 2014 Revisión: United Nations, New York, USA.
- Uribe, S., Salazar, J., Amarillo, A. & Pleiger, R (1998). Mariposas del Llano. Naturaleza de la Orinoquia. Bogotá, Colombia: Cristina Uribe Editores.
- Valencia, M., Gil, P. & Constantino, L. M. (2005). Mariposas diurnas de la zona central cafetera Colombiana. Guía de campo. Chinchiná, Colombia. 244 p.
- Villarreal, H., Álvarez, M., Córdoba, S., Escobar, F., Fagua, G., Gast, F., Mendoza, H., Ospina, M. & Umaña, A. M. (2004). Manual de métodos para el desarrollo de inventarios de biodiversidad. Programa de inventarios de biodiversidad. Instituto de Investigación de Recursos Biológicos Alexander von Humboldt. Bogotá. Colombia. 236 p.
- Warren, A. D., Davis, K. J., Stangland, M., Pelman, J. P., Willmott, K. R. & Grishin, N.V. (2016). Butterflies of América. Illustrater List of American Butterflies. <https://butterfliesofamerica.com/>