

**Utopía.** Paula Alejandra Garzón Cuervo



[UTOPIA]



**Diego Alejandro Murcia Cabrera**

---

*diego.murcia@javeriana.edu.co*

Pontificia Universidad Javeriana - Bogotá

# Modalidad ontológica

## **CÓMO CITAR ESTE ARTÍCULO:**

MLA: Murcia, D. "Modalidad ontológica." Saga: Revista de estudiantes de filosofía 38 (2021): 20-27.

APA: Murcia, D. (2021). Modalidad ontológica. Saga: Revista de estudiantes de filosofía, 38, 20-27.

CHICAGO: Diego Murcia. "Modalidad ontológica". Saga: Revista de estudiantes de filosofía 38 (2021): 20-27.

## Palabras clave

---

*Argumento ontológico*  
*Lógica modal*  
*Triv*

## Keywords

---

*Ontological argument*  
*Modal logic*  
*Triv*

## Resumen

El presente artículo argumenta que la modalidad trivializa el “argumento ontológico” de Gödel. El texto se divide en cuatro momentos: (a) breve explicación de algunos conceptos previos del argumento y de sus cadenas inferenciales, (b) tratamiento del razonamiento con sistemas modales implícitos, (c) desenvolvimiento de la trivialización de los operadores modales, (d) problematización de la positividad y refinamiento del argumento por medio de modalidad deóntica y doxástica. El tema exige un nivel técnico alto, sin embargo, a medida que el texto avance se irán aclarando fórmulas y conceptos. Lo único que este artículo presupone es conocimiento y manejo básico de lógica proposicional y modal.

## Abstract

The following article argues that modality trivializes Gödel's “ontological argument”. The text is divided into four moments: (a) a brief explanation of some preliminary concepts of the argument and its inferential chains, (b) the treatment of the reasoning with implicit modal systems, (c) the unfoldment of the trivialization of modal operators, (d) the problematization of the argument's positivity and refinement through doxastic and deontic modality. The subject matter requires a high technical level; however, as the text progresses, some formulas and concepts are going to be clarified. The only knowledge that the article presupposes is a basic understanding of propositional and modal logic.

*“Creemos que encima de ti no se puede  
concebir nada por el pensamiento”*

Anselmo de Canterbury, Proslogion

## 1. Introducción

Ese epígrafe puede considerarse como una de las primeras formulaciones del argumento ontológico. Dicho razonamiento cuenta con una gran trayectoria, su reflexión y desarrollo se ha llevado a cabo por pensadores de gran envergadura como Anselmo de Canterbury, Tomás de Aquino, Immanuel Kant, Kurt Gödel, entre otros. La versión que atañe a este texto es la propuesta realizada por Gödel.

El argumento en tratamiento es sumamente estudiado y analizado en la actualidad. Leer esta propuesta como una fuente primaria es problemático; muchos comentaristas realizan remiendos, reparos y reformulaciones del argumento porque minucias de la prueba pueden variar las interpretaciones al respecto. No obstante, la mayoría de los comentaristas están de acuerdo con versiones usuales, mas no canonizadas. Por ello, a través de la versión de Howard Sobel (2003), se analiza el argumento, pues la configuración y organización que realiza de la prueba es práctica y sencilla, sin perder de vista su formalidad; gracias a esto, se utiliza como la columna vertebral del artículo.<sup>1</sup>

Con esto aclarado, se puede sentar la tesis del texto: la modalidad, si es que juega un papel efectivo en la demostración, es irrelevante para el razonamiento, pues de usarse, hace fútil la conclusión, y de no usarse, no permite inferir la conclusión. Hablando específicamente, la lógica modal trivializa la demostración porque permite pasar de la posibilidad a la necesidad indistintamente. En otras palabras, la modalidad —es decir, la forma como se organizan los mundos posibles cuantificados por los operadores modales— es inútil en la prueba, dado que, como se muestra en el texto, los operadores solo tienen contenido extensional y no intencional, como es característico de las modalidades. En cierto sentido, la modalidad, por más fútil que se muestre, es la condición para deducir la conclusión, porque esta tiene necesidad en ella. Puesto que el argu-

mento ontológico es un argumento deductivo, todo aquello consignado en la conclusión debe estar previamente contenido en las premisas.

## 2. Conceptos previos

La lógica proposicional cuenta con unas reglas de inferencia (*modus ponens*, *modus tollens*, etc.) y con un alfabeto: proposiciones ( $p$ ,  $q$ ,  $r$ ), operadores ( $\rightarrow$ ,  $\sim$ ,  $\wedge$ ), puntuación ( $(,)$ ). La verdad de una proposición la dan sus condiciones de verdad y una interpretación es una función que asigna valores de verdad; en ese sentido, los conectores lógicos son funciones veritativo-funcionales. Asimismo, la lógica modal puede explicarse de manera similar. Esta puede concebirse como un modelo de Kripke, que se compone de un marco lógico y una interpretación. El marco tiene a su vez dos elementos: un conjunto de mundos posibles y un conjunto de relaciones entre esos mundos. En pocas palabras, la diferencia fundamental entre lógica modal y proposicional es que sus semánticas difieren. La lógica modal adiciona operadores modales, pero estos, a diferencia de la lógica proposicional, no son veritativo-funcionales; además, agrega la regla de necesidad ( $p \vdash Lp$ ).<sup>2</sup>

Explicar la modelación de la lógica modal es importante porque diferentes configuraciones entre mundos serán diferentes axiomas modales y, a su vez, diferentes axiomas modales serán diferentes sistemas modales. Estas diferentes configuraciones son los marcos lógicos (conocidos en inglés como *frames*), es decir, un conjunto de relaciones de accesibilidad entre mundos;<sup>3</sup> en este

1. Sin embargo, en otros momentos del texto, se apela a los análisis informales que Fitting (cf. 2002) hace de la prueba.

2.  $L$  es necesario,  $M$  es posible.

3.  $R$ : relación de accesibilidad,  $W$ : mundos posibles ( $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_n \dots$ ), luego  $w_1 R w_2$ : el mundo uno accede al mundo dos.  $W_1$  es el mundo actual o mundo parámetro. La relación de accesibilidad es considerada una función diádica, o relación binaria, entre mundos (elementos del conjunto de mundos posibles); así, se dice en  $w_1 R w_2$  que el mundo  $w_1$  es relativo al mundo  $w_2$  o, también, que el  $w_2$  es posible de  $w_1$ .

sentido, hay sistemas más estrictos que otros, pues tienen más marcos. La adición de diferentes sistemas puede dar lugar a sistemas más estrictos; así, un sistema es más estricto si su marco tiene más configuraciones o sus teoremas están contenidos en otro. El sistema menos estricto es  $K$ , la base de todos los demás. Por otro lado, los sistemas más usuales en la literatura de la lógica modal son  $D$ ,  $T$ ,  $B$ ,  $S4$  y  $S5$  (cuyos marcos son serialidad, reflexividad, simetría, transitividad y equivalencia —también considerada universalidad o euclidicidad— respectivamente). Cada sistema se puede formar (derivar) de los axiomas de sistemas más estrictos; a su vez, estos pueden resumirse con un axioma característico:

$$K: (L(p \rightarrow q) \rightarrow (Lp \rightarrow Lq)); T: Lp \rightarrow p; D: Lp \rightarrow Mp; \\ B: p \rightarrow LMp; 4: Lp \rightarrow LLp; 5: Mp \rightarrow LMp$$

### 3. Argumento ontológico

#### 3.1. Sobre la demostración del razonamiento de Gödel

La prueba de Gödel no requiere que su lector esté familiarizado con todo el historial del argumento ontológico; sin embargo, sí es pertinente mostrar cuáles son las herramientas que usa. El argumento porta diferentes axiomas y teoremas, además de algunas definiciones. Dentro de la prueba se utilizan diferentes propiedades como  $G_x$ : algo es Dios, y  $NE_x$ : algo tiene existencia necesaria. Además de estas propiedades, está la positividad, la cual debe ser entendida como una propiedad de segundo orden, esto quiere decir que es una propiedad de propiedades  $P_\phi$ . Asimismo, por motivos prácticos, se denota también a como un predicado diádico,  $Ess_{x,\phi}$ , esto es,  $x$  es una propiedad; a su vez, el dominio de  $x$  e  $y$  es el conjunto de los seres.<sup>4</sup>

La prueba llega a ser impresionante, no solo por su elegancia y simplicidad argumental, sino que las definiciones son asombrosas al intentar decir qué es Dios, qué es que algo tenga esencia y qué es que algo necesariamente exista. Con esto en mente, se puede expresar el argumento de Gödel siguiendo la versión de Sobel (cf. 2003):

$$Ax_1. P_{\neg\phi} \leftrightarrow \neg P_\phi; Ax_2. P_\phi \wedge LV_x[\phi_x \rightarrow \psi_x] \rightarrow P_\psi; Th_1. P_\phi \rightarrow M\exists_x \phi_x; \\ Def_1. G_x \leftrightarrow V_\phi [P_\phi \rightarrow \phi_x]; Ax_3. P_\phi; Ax_4. P_\phi \leftrightarrow LP_\phi; \\ Def_2. (Ess_{x,\phi}) \leftrightarrow \phi_x \wedge V_\psi \{ \psi_x \rightarrow LV_y [\phi_y \rightarrow \psi_y] \}; \\ Th_2. G_x \rightarrow Ess_{x,G}; Def_3. (NE_x) \leftrightarrow V_\phi [Ess_{x,\phi} \rightarrow L\exists_x \phi_x]; \\ Ax_5. P_{NE}; Th_3. L\exists_x G_x$$

Al pasar la prueba a lenguaje natural resultaría algo así.  $Ax_1$ : una propiedad no es positiva si y solo si la negación de esa propiedad es positiva;  $Ax_2$ : (a) si las propiedades son positivas y (b) es necesario que si un ser, al tener una propiedad, posea otra, se sigue que esa otra propiedad sea positiva también.  $Th_1$ : si una propiedad es positiva, entonces es posible que exista un ser que posea esa propiedad.  $Def_1$ : un ser tiene la propiedad de ser Dios [*God-like*] si y solo si todas sus propiedades son positivas;  $Ax_3$ : ser Dios es positivo;  $Ax_4$ : si una propiedad es positiva, entonces es necesario que esa propiedad sea positiva;  $Def_2$ : un ser es (*esse*) una propiedad si y solo si (a) ese ser tiene esa propiedad, y (b) si un ser tiene cualquier otra propiedad, entonces es necesario que al tener esa propiedad tenga las otras;  $Th_2$ : si un ser es Dios, entonces ese ser es (*esse*) Dios;  $Def_3$ : un ser existe necesariamente si y solo si, si ese ser es todas sus propiedades, entonces será necesario que exista un ser con sus propiedades;  $Ax_5$ : la existencia necesaria es una propiedad positiva;  $Th_3$ : por lo tanto, es necesario que exista un ser que sea Dios.

#### 3.2. Cadena inferencial de Sobel

- a.  $Gx \rightarrow (NEx \wedge Ess_{x,G})$
- b.  $\exists_x G_x \rightarrow L\exists_x G_x$
- c.  $M\exists_x G_x \rightarrow ML\exists_x G_x$
- d.  $M\exists_x G_x$
- e.  $\therefore L\exists_x G_x$

El razonamiento visto informalmente no es tan complicado.<sup>5</sup> Cuando se coloca la existencia necesaria como propiedad en la definición de Dios y cuando se pone a Dios dentro de la definición de existencia necesaria se obtiene a), esto es, si un ser es Dios, entonces ese ser existe necesariamente y es (*esse*) Dios. Ahora bien, si se supone que un ser es Dios, por medio de la definición de existencia necesaria, se infiere que si un ser es (*esse*) Dios, entonces es necesario que exista un ser que sea Dios. Ya que se sabe que un ser es (*esse*) Dios, es posible terminar la suposición al decir que, si un ser es Dios, entonces es necesario que exista un ser que sea Dios, lo que es lo mismo que b). De que un ser sea Dios puede decirse que existe al menos un ser que es Dios y, sumado

4. La notación previamente dicha puede confundir un poco, hay que distinguir que “existencia necesaria” ( $NEx$ ) es una propiedad, mientras que la “existencia” es un cuantificador ( $\exists x$ ), y la “necesidad” un operador modal ( $Lp$ ); por eso, decir que algo existe necesariamente  $NEx$  no es equivalente a decir que es necesario que algo exista  $L\exists x$ .

5. Una explicación de este llega a ser fútil si, sabiendo reglas de inferencia de diferentes lógicas, en vez de explicar se puede tan solo ver. La explicación puede incluso mostrarse tautológica y hasta cacofónica; pasa lo mismo cuando el razonamiento se traduce a lenguaje natural.



a lo que venía del razonamiento, si existe al menos un ser que sea Dios, entonces es necesario que exista al menos un ser que sea Dios, este es el paso c). A partir del tercer paso, se infiere con lógica modal. El cuarto paso no es problemático modalmente porque utiliza  $K$ , un sistema que recoge una noción de modalidad aceptable. Al aplicar la regla de necesidad al tercer paso, se obtiene que, si es posible que exista al menos un ser que sea Dios, entonces es necesario que sea posible que exista al menos un ser que sea Dios, en pocas palabras, se distribuyó la necesidad (paso e).

Hasta aquí la prueba no se trivializa porque la cadena inferencial es aceptable, y es aceptable porque no supone que de algo posible se dé algo necesario. No obstante, cuando se infiere del cuarto al quinto paso se hace utilizando el axioma 5, característico del sistema modal  $S5$ . Cuando se dice que no es aceptable el quinto paso, no se está argumentando un error lógico, se apela a una falla filosófica. La única justificación para pasar de la posibilidad a la necesidad es un axioma. Si se hace uso de  $S5$  en la prueba, se trivializa su formalidad, pues se podrían intercambiar las propiedades y terminología con tal de que se pruebe la necesidad de cualquier cosa, no de Dios como tal. Las definiciones, a pesar de tratar de evitar esto por medio de su especificación y establecimiento, no eliminan la posibilidad de que, al sustituir uniformemente los predicados, la prueba se valide para otros seres.

Fitting esquematiza la prueba en su análisis informal en dos partes: la primera es la demostración de que sea posible que al menos un ser sea Dios, mientras que la segunda es que a partir de la posibilidad se pase a la necesidad de que exista Dios (cf. 2002 142-143). Dentro del razonamiento no se justifica por qué se hace uso de esa modalidad específica ( $S5$ ) y no otra. De la misma manera, si se le da la razón Fitting, toda crítica a Gödel puede atribuirse a Leibniz, pues parece que se propone tan solo un refinamiento de la prueba formulada por Leibniz: Dios es la suma de perfecciones (propiedades positivas), la existencia es una perfección (propiedad positiva), luego Dios existe (cf. *ibíd.* 139-140). El breve argumento anterior puede interpretarse como la versión informal de la prueba.

#### 4. Sistemas implícitos

Existen varios problemas con la prueba de Gödel, la mayoría de los comentaristas apuntan a los axiomas. En esta sección, la crítica se plantea contra la modalidad, no respecto a los axiomas en sí; se intenta mostrar

que entre más estricto sea el sistema modal que use la prueba, más trivial se tornará. Casi todo el argumento se puede obviar, la parte que interesa estudiar solo responde a los pasos 2 y 5 en la deducción de Sobel, esto es, la modalidad presupuesta.

$S5$  es un sistema problemático porque su marco lógico es la equivalencia. Ser equivalente presupone ser reflexivo, transitivo y simétrico; luego, la prueba ontológica supone todas estas relaciones de accesibilidad entre mundos. El hecho de que la prueba presuponga transitividad es problemático a su vez porque en sistemas estrictos, por lo menos desde  $S4$ , se puede hacer reducción de operadores; esto quiere decir que una relación de accesibilidad puede omitirse. Si se piensa en al menos dos mundos y dos o tres relaciones de accesibilidad, la prueba supone obviamente dos mundos, lo cual llega a ser aún más problemático, pues debe mostrarse la unicidad de Dios en todos los mundos.<sup>6</sup> Además de esto, ser Dios es una propiedad. La modalidad de la prueba versa, por lo tanto, sobre propiedades y no sobre constantes ( $a, b, c$ , etc.), esto es, sobre seres; lo anterior tiene lugar a menos que se acepte la segunda definición y se suponga que un ser puede ser una propiedad.<sup>7</sup>

Ahora bien, el método es probar qué pasa cuando en vez de  $S5$  se usan otros sistemas, desde los más básicos a los más estrictos; con ellos, se probará qué pasa con el razonamiento; así se explicitará la futilidad de los operadores modales en la prueba. Sentado esto, para facilitar las cosas y obviando las partes anteriores de la prueba, se aplica la regla de sustitución uniforme:  $\exists_x G_x$  se reemplaza por  $p$ .

Puesto que  $S5$  puede definirse como  $K+T+5$  o  $K+T+4+B$  (suma de axiomas modales), supóngase  $B$ .  $B$  es este axioma:  $(p \rightarrow LMp)$ .<sup>8</sup> Si se toma el cuarto paso, es decir,  $(Mp \rightarrow MLp)$ , puede derivarse por medio de  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow r]$  que  $\therefore Mp \rightarrow p$ . Lo que esto señala es que la posibilidad de que Dios exista es suficiente para mostrar que exista. Al aumentar el sistema a  $S5$  de nuevo, de tal manera que se pueda reducir operadores, se nota que la suficiencia de su posibilidad derivara en su actualidad.

Supóngase ahora, por ejemplo,  $D: Lp \rightarrow Mp$ , que dice que si algo es necesario entonces es posible.  $D$  puede postularse, pues, de saber por  $S5$  que la existencia

6. Sobel, por medio de más teoremas, propone una manera de demostrar tal unicidad (cf. 2003).

7. En este sentido, a pesar de que se pruebe una propiedad, se sigue que es un traspaso a la crítica kantiana en la dialéctica de la  $Krv$ , porque no se infieren entidades, sino propiedades de entidades (que pueden ser entidades); de ahí cierto platonismo coherente con las perspectivas de Gödel.

8.  $(p \rightarrow LMp) \equiv (MLp \rightarrow p)$ ; puesto que:  $(p \rightarrow LMp) \equiv (\neg LMp \rightarrow \neg p) \equiv (M \neg Mp \rightarrow \neg p) \equiv (ML \neg p \rightarrow \neg p) \equiv (MLp \rightarrow p)$ .

de Dios es necesaria, sería intuitivo suponer que es posible; de lo contrario, se diría que Dios existe necesariamente, pero no es posible, lo cual es aún peor. Además, la prueba deriva la posibilidad de Dios para así inferir su necesidad; luego, para cualquier sistema inferior a S5 se debe contar con el teorema de  $Mp$ . Así, si se suma al cuarto paso tal axioma ( $D$ ), se deducirá que  $(Lp \vee Mp) \rightarrow MLp$ . El razonamiento es el siguiente  $[(Lp \rightarrow Mp) \wedge (Mp \rightarrow MLp)] \rightarrow (Lp \rightarrow MLp)$  por silogismo hipotético, luego por  $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \vee q) \rightarrow r]$  se deriva  $\therefore [(Mp \rightarrow MLp) (Lp \wedge MLp)] \rightarrow [(Mp \rightarrow Lp)] \rightarrow [(Mp \vee Lp) \rightarrow MLp]$ . Lo anterior quiere decir que, si se hace explícito el papel de  $D$ , no importa si la existencia de Dios es posible o necesaria, ya que de ambas se deducirá su necesidad. El argumento quiere pasar de la posibilidad a la necesidad ( $Mp \rightarrow Lp$ ), pero al adherir  $D$  se percibe que es en realidad tautológico, pues es suficiente la necesidad de la existencia de Dios para demostrar la necesidad de la existencia de Dios —ya que  $D: Lp \rightarrow Mp$ , es decir,  $(Lp \rightarrow Lp)$ —, lo cual la prueba no supone por sí misma.

## 5. Explicitación de la trivialización

Puede que explicitar  $B$  y  $D$  no sea suficiente para demostrar la trivialidad de S5, ya que, solo al suponer en ambos casos que es posible que Dios exista, la modalidad se muestra superflua. Por otro lado, puesto que S5 puede ser tomado como  $K+T+5$  o  $T+B+4$ , supóngase  $T$ , que es  $Lp \rightarrow p$ . Ahora bien, al suponer el segundo paso de la prueba  $p \rightarrow Lp$ , el argumento se trivializa. Se trivializa en sentido fuerte: los operadores modales se vuelven fútiles, son meras añadiduras estéticas, “embellecimientos tipográficos” (cf. Hughes y Cresswell 1996 65).

La primera razón es que S5 más el segundo paso de la prueba trivializan los operadores modales; formalmente, esto quiere decir que el sistema que en realidad está soportando la prueba no es S5, sino *Triv.*, un sistema modal más estricto que S5. El axioma característico de *Triv.* es  $p \leftrightarrow Lp$ , que significa que toda la modalidad puede ser sustituida por su equivalente no modal. *Triv.* Es, además, un sistema modal limítrofe (junto con *Ver.*) dentro de la familia de sistemas modales. El sistema se llama *Triv.* porque trivializa los operadores modales, pues la modalidad se vuelve puro cálculo de lógica proposicional:  $[(Lp \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow Lp)] \rightarrow (Lp \leftrightarrow p)$  Eq.M.

Lo que ocurre es que al suponer a  $T$  dentro de S5, es decir, su axioma  $Lp \rightarrow p$ , y adicionarlo al segundo paso, que es  $\exists_x G_x \rightarrow L\exists_x G_x$ , aplicándole sustitución uniforme se

obtiene  $p \rightarrow Lp$ , los operadores se tornan irrelevantes. Luego, el argumento por el segundo paso ( $p \rightarrow Lp$ ) y por la suposición de S5 ( $T: Lp \rightarrow p$ ), al adicionarlos por la regla de la equivalencia material se obtiene que  $p \leftrightarrow Lp$ , el mismo axioma de *Triv.* Lo que esto permite inferir es que la prueba puede contener dentro de sí: o bien el segundo paso o bien asumir S5, pero no los dos. *Triv.* puede formarse de diferentes maneras,  $S3 + p \rightarrow Lp$  ( $S3=T+S1$ ) o  $D + p \leftrightarrow Lp$ , pero cualquiera de las dos formaciones apela a  $D$  o a  $T$ , los sistemas explicitados en la sección anterior.

Es sumamente problemático que el sistema sea trivial porque, en principio, se aceptaría que un argumento ontológico modal contara como mínimo con  $T$ , pues es deseable que si se comprueba la necesaria existencia de Dios deba darse en el mundo actual, lo cual es únicamente posible si la relación de accesibilidad que la prueba supone es reflexiva ( $T$ ). De igual manera, es deseable que, si es necesario que Dios exista ( $Lp$ ), sea posible su existencia ( $Mp$ ); el razonamiento de Gödel afirma eso, pues el suponer *Triv.* ( $Lp \leftrightarrow Mp$ ), supone contenido  $D$ , el cual supone por su axioma ( $Lp \rightarrow Mp$ ) que, si algo es necesario, es también posible.

La segunda razón de que la prueba sea trivial modalmente puede verse por medio de dos inferencias: *modus ponens* y *modus tollens*. Colóquese como primera premisa el segundo paso ( $p \rightarrow Lp$ ) y como segunda premisa la conclusión de toda la prueba ( $Lp$ ), si se pone la conclusión del argumento no se podría deducir  $p$ , pues se incurriría en la falacia de la afirmación del consecuente. Sin embargo, es deseable que, si la existencia de Dios es necesaria, deba existir en todos los mundos; luego, parece que la prueba debe permitir la inferencia (reflexiva)  $Lp \rightarrow p$ , pero al no aceptarla se incurre en decir que Dios existe necesariamente y no existe en este mundo (el actual). Pasa al contrario cuando se pone la negación de la conclusión de la prueba ( $\neg(Lp)$ ), pues puede deducirse que, lo cual parece sensato, pues si Dios no es necesario no habría motivo para suponerlo en el mundo actual.

Cuando se explicita que el sistema es trivial, la deducción cambia porque la primera premisa no es  $Lp \rightarrow p$ , sino  $p \leftrightarrow Lp$ , de la cual, al poner  $Lp$ , sí puede deducirse válidamente  $p$ , es decir, puede derivarse la existencia de Dios en el mundo actual. El problema en general parece suponer que un argumento ontológico necesita de un sistema modal mínimamente estricto como  $T$ , pero no puede llegar a ser tan estricto como S5. Es cierto, también, que *Triv.* no solo complica el argumento, sino que lo soluciona en cierto sentido, pues su marco lógico es la reflexividad de un solo mundo. Con esto en mente, se soluciona el problema de la unicidad



de Dios, ya que el sistema solo apela a un mundo posible; no obstante, también lo degrada porque es contraintuitivo apelar a la modalidad. Si bien solo hay un mundo, se descartarían muchísimas relaciones de accesibilidad y, seguidamente, todo mundo posible.

La primera y segunda razón intentan deducir *Triv.* por medio de la prueba, la tercera razón es que *Triv.* parece estar contenido explícitamente en el argumento. La prueba supone *Triv.* porque el  $Ax_4$  parece suponer su forma  $P_\phi \leftrightarrow LP_\phi$ , el cual es equivalente a  $[(P_\phi \rightarrow LP_\phi) \wedge (LP_\phi \rightarrow P_\phi)]$  y del cual se sigue que  $P_\phi \rightarrow LP_\phi$  (axioma de *Triv.*).

## 6. Sobre nociones modales no veritativas

El problema que puede contrargumentarse para no aducir trivialización a la modalidad de la prueba es que la positividad del cuarto axioma es un predicado de segundo orden, mientras que la sustitución uniforme del cuarto paso en la inferencia de Sobel responde a un predicado de primer orden, a saber, ser Dios; sin embargo, esto solo apelaría al tercer argumento. Aun así, esto solo supondría que no se puede aceptar la sustitución uniforme para la prueba, lo cual es peor.<sup>9</sup> La positividad, entonces, se plantea problemática, pues mientras ser Dios es una propiedad de primer orden, la positividad de las propiedades es de segundo orden. Bajo otra perspectiva, cabría plantear si ser como Dios debe ser la propiedad de más alto orden, pues como dice Anselmo: “[c]reemos que encima de ti no se puede concebir nada por el pensamiento” (Anselmo 1979 cap. 2 1.458 71).

En la sección precedente, se han supuesto sistemas modales implícitos diferentes a S5; ello, con el fin de hacer ver que, entre más estricto sea el sistema supuesto para el argumento ontológico, será aún más fútil un análisis modal. Sin embargo, en la historia de la lógica modal se han planteado axiomas modales por requerimientos no veritativos. Esto quiere decir que diferentes axiomas se han creado o empleado por motivaciones no veritativas, sino más bien lógico-formales. Por ejemplo, el llamado sistema *D* adquiere su nombre por la lógica deóntica. En esta lógica, los operadores modales no se interpretan como necesario y posible, sino como obligatorio y permisible; de este modo, el axioma *D* dictamina  $Lp \rightarrow Mp$ . Lo anterior, en una lógica modal veritativa (*aléthica*), correspondería a si es necesario que  $p$ , entonces es posible que  $p$ , mientras que, en lógica deóntica referiría a si es obligatorio que  $p$ , entonces es permisible que  $p$ . Igualmente, los operadores pueden determinarse funcionalmente bajo otros parámetros, por ejemplo epistémicos, donde la

necesidad se interpreta como saber; luego, si se interpreta el axioma *T*:  $(Lp \rightarrow p)$  en términos epistémicos, se dice que, si se sabe que  $p$ , entonces  $p$ .

El lector se estará preguntando por qué hablar de interpretaciones alternativas de la modalidad en este punto. Pues bien, si en la prueba de Gödel la modalidad es trivial bajo una perspectiva veritativa (*aléthica*), bajo un parámetro epistémico-doxástico no parece tan trivial. No obstante, esta posible solución para no trivializar la modalidad del argumento ontológico tiene pros y contras: por un lado, favorece el uso de marcos más estrictos, pero, al mismo tiempo, introduce el argumento ontológico en un ámbito epistémico-doxástico. Este tipo de interpretación de la modalidad respondería a la primera versión que supone un enunciado de creencia: “[c]reemos que encima de ti no se puede concebir nada por el pensamiento” (*ibíd.*), donde  $p$ : Dios es aquello de lo cual nada mayor puede ser pensado. Esta es tan solo una propuesta para salvar la modalidad del razonamiento, aunque no es deseable que el argumento ontológico pase a ser el argumento epistémico, por llamarle de alguna manera.

## 7. Conclusiones

La noción de positividad puede ser aceptada, pero, en el momento en que el argumento utiliza el axioma 4 o la segunda definición, presuponiendo S5, se trivializa el sistema. Lo importante sería que, si los antecedentes no tienen modalidad, entonces no se debería usar la necesidad en los consecuentes de la prueba. Sin embargo, podría usarse la necesidad en los consecuentes siempre y cuando la posibilidad a manera de modalidad esté en los antecedentes, pero que los sistemas de derivación no sean mayores a S4, de tal manera que permitan la reducción de operadores.

También podría plantearse un límite más bien bajo, como *D* o *T*, porque la inferencia será mejor entre menos estricto sea el sistema modal que utilice. Con esto, el argumento se hará más fuerte y transparente, ya

9. La positividad, como está planteada en el Ax1, parece isomorfa con las equivalencias de múltiples lógicas (positividad:  $P_\phi \leftrightarrow \neg P_\phi$ , predicados:  $\neg \forall_x \phi_x \leftrightarrow \exists_x \neg \phi_x$ , modal  $L\neg p \leftrightarrow \neg Mp$ ).

que requerirá menos marcos lógicos y, por tanto, menos relaciones entre mundos, permitiendo un número de mundos finito diferente a solo uno. La trivialización de la modalidad abre la posibilidad de interpretar no veritativamente los operadores, reinterpretando enteramente el argumento.

En síntesis, es posible afirmar que todo sistema que presuponga  $T$  más el segundo paso será trivial, pues  $[(p \rightarrow Lp) \wedge (Lp \rightarrow p)] \rightarrow (p \leftrightarrow Lp)$ . Cualquier sistema que no presuponga  $T$ , por ejemplo,  $D$ , pero se adhiera a  $S5$ , es decir, al quinto paso (y por ende presuponga  $T$ ), será trivial también, pues  $[(Lp \rightarrow Mp) \wedge (Mp \rightarrow Lp)] \rightarrow (Mp \leftrightarrow Lp)$ . Todo sistema que no presuponga reducción de operadores modales, por ejemplo, mayores a  $S4$ , como  $D$ , no podrá demostrar la prueba si hay iteración de operadores. En pocas palabras, la prueba necesita un sistema mayor a  $S4$  que no presuponga  $T$ . En cualquier caso contrario, la modalidad es superflua; habría que ver cuál es el papel de  $Ver$  en la prueba.

Por lo tanto, si se asume que Sobel explicita correctamente la cadena inferencial del argumento ontológico de Gödel, entonces la modalidad es irrelevante en su razonamiento. Puesto al asumir que la deducción de Sobel es correcta, solo queda por conclusión que la modalidad es trivial en el argumento de Gödel.

## Bibliografía

- Canterbury, de A. "Proslogion." *Los filósofos medievales. Selección de textos II*. Ed. Clemente Fernández. Madrid: BAC, 1979, 44-112.
- Copi, I. y Cohen, C. *Introducción a la lógica*. Ciudad de México: Editorial Limusa, 2013.
- Ferferman, S., Dawson Jr, J., Goldfarb, W., Parsons, C. y Solovay, R. *Kurt Gödel Collected Works III: Unpublished essays and lectures*. New York: Oxford University Press, 1995.
- Fitting, M. *Types, Tableaus, and Gödel's God*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Garson, J. "Modal Logic." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (2018): Web. 21 de Agosto del 2020 [<https://plato.stanford.edu/archives/fall2018/entries/logic-modal>]
- Halleck, J. "Logic Systems". *John Halleck Home's page*, 2013. Web. 21 de Agosto del 2020 [[www.cc.utah.edu](http://www.cc.utah.edu)]
- Hendricks, V. y Symons, J., "Epistemic Logic." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (2015): Web. 21 de Agosto del 2020. [<https://plato.stanford.edu/archives/fall2015/entries/logic-epistemic>]
- Hugens, G. y Cresswell, M. *A new introduction to modal logic*. New York: Routledge, 1996.
- Páez, A. *Introducción a la lógica moderna*. Bogotá: Ediciones Uniandes, 2007.
- Priest, G. *An introduction to non-classical logic*. New York: Cambridge University Press, 2008.
- Sobel, J. *Logic and Theism. Arguments for and against Beliefs in God*. New York: Cambridge University Press, 2003.